Experimento 5

Forças Centrais

Neste experimento, mediremos a energia mecânica e o momento angular de um corpo em movimento, no qual age uma força central gravitacional. O objetivo do experimento é interpretar o resultado do ponto de vista das leis de conservação.

Introdução

Como conhecido a trajetória dos planetas em torno do Sol é um bom exemplo de um sistema no qual a força só depende da distância, na realidade do vetor R. Usaremos as informações das posições dos planetas em suas órbitas para diferentes instantes de tempo calculados pelo Solar System Dynamics Group do Jet Propulsion Laboratory, usando um programa disponibilizado na página da Nasa: https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi#top. As informações das posições X e Y são relativas às projeções do vetor R no plano da órbita definido pela trajetória do planeta Terra em torno do Sol. A informação da posição Z indica a angulação entre o plano da órbita de um determinado planeta em relação ao plano definido pela órbita do planeta Terra. Para calcular a distância do planeta ao Sol usaremos as informações das 3 posições. Para calcular a variação angular usaremos somente as posições X e Y.

As principais grandezas de interesse são:

- *Energia cinética do corpo*
- *Energia potencial gravitacional*
- *Energia total*
- *Quantidade de movimento linear* $\vec{P} = m\vec{v}$
- *Momento angular* $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$

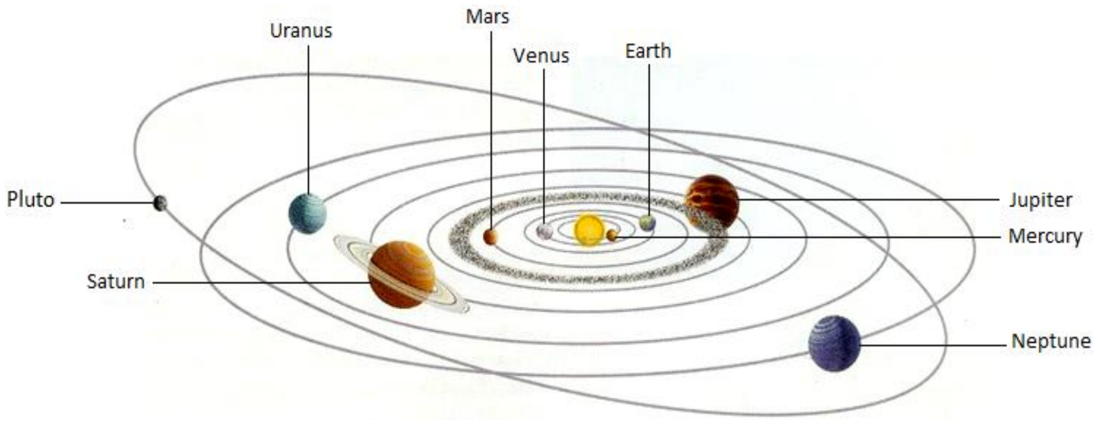

Figura 1. Esquema das órbitas planetárias no sistema solar

Ao analisar o diagrama de corpo livre de um planeta ao redor do Sol verificamos que somente a força gravitacional atua no corpo, ou seja, a resultante será igual à força gravitacional. Assim, a soma das forças externas não é nula, a quantidade de movimento linear não é conservada, mas o momento angular $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$ se conserva quando se adota, neste arranjo, a origem do sistema de coordenadas no Sol, pois chegamos à conclusão que neste ponto: o vetor $\vec{r}$ é paralelo à força gravitacional exercida no planeta, de modo que temos $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = 0$ e, como o torque é a derivada no tempo do momento angular, $\vec{L}$ é constante.

No sistema solar, as energias em jogo são:

- Energia cinética de translação do planeta com massa m1 e uma velocidade v1

$$E_{cin} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

- Energia potencial gravitacional entre duas massas m1 e m2 distantes de uma distância R. (G – constante gravitacional)

$$E_{pot} = \frac{G m_1 m_2}{R}$$

A energia potencial gravitacional pode ser determinada a partir da distância do centro do Sol até o centro do planeta A energia cinética de translação do planeta é calculada a partir da sua velocidade. Para esses cálculos, qualquer ponto fixo no espaço pode ser usado como referência.

Conceitos importantes:

Torque e momento angular:

Desenhe o diagrama de forças no planeta, mostre que o torque em relação ao Sol é nulo e demonstre que, nessas condições, o momento angular do planeta em relação a esse ponto se conserva.

Energia total:

A obtenção do valor da energia total do planeta envolve as medições da energia cinética e da energia potencial gravitacional. A fim de se obter um bom resultado para essa última, é preciso tomar bastante cuidado. Sua medição compreende duas etapas:

Procedimento Experimental

1. Obtenção das posições no plano da órbita do planeta.
   - Calcule a distância r do planeta ao Sol usando X, Y, Z.
   - Calcule as novas posições Xc e Yc no plano da órbita do planeta usando as projeções de R na direção definida por X e Y.
2. Monte um papel milimetrado, ou apresentação do PowerPoint, a posição do planeta para todos os instantes de tempo calculados. Note que cada planeta pode usa intervalos de tempo diferentes no cálculo das posições.
3. Cada aluno deve selecionar ao menos 10 trechos distribuídos uniformemente ao longo do movimento, cada trecho composto por **5 pontos consecutivos** (ou quatro intervalos, que é o mesmo). Pode ser que você use todos os pontos para conseguir esses 10 trechos. Como mostra a figura abaixo.

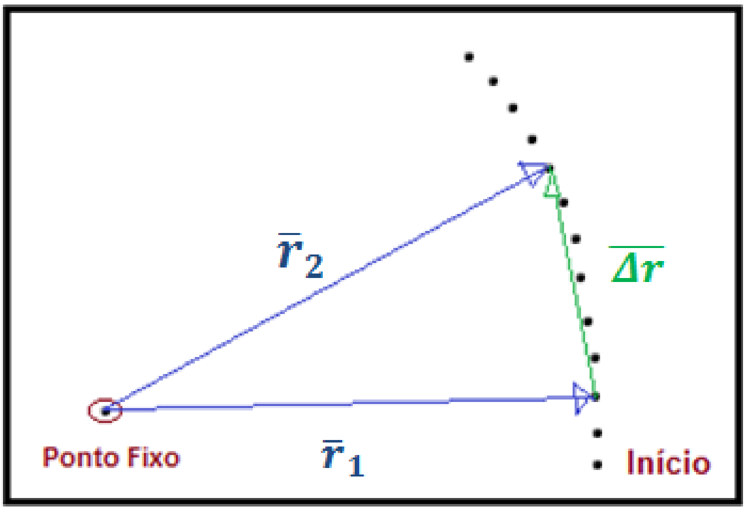

Figura 2: Representação para sete pontos. (Aluno deve usar 5)

4. Represente os vetores **r_i** e também os vetores de deslocamento $\overrightarrow{\Delta r}$ em escala 1:1 (1 cm de deslocamento = 1 cm de flecha), ou seja, desenhe uma flecha que começa no primeiro ponto do trecho e tem a ponta de seta no último. Como mostra a Figura 2.

5. Determine a velocidade média *v*, a partir de $\frac{\Delta r}{\Delta t}$ do planeta para cada trecho e a distância média. A velocidade instantânea no ponto central de cada trecho de trajetória selecionado no item 4 acima (o ponto central é o terceiro ponto do trecho) pode ser aproximada pelo valor da velocidade média no trecho. Para obter o módulo do vetor momento angular, é necessário também conhecer a direção da velocidade:

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = p(r\mathrm{sen}\theta_{rp})$$

   Represente os vetores da velocidade instantânea e do momento linear no papel milimetrado. Indique as calibrações usadas para cada caso. Indique qual a direção e sentido do vetor momento angular.

Síntese

- Faça uma descrição sucinta das medições realizadas, com suas palavras.
- Determine, para cada um dos trechos selecionados, as seguintes grandezas e suas respectivas incertezas:
  - Velocidade média de cada trecho e o momento linear respectivo.
  - Distância do planeta ao Sol
  - energias cinética, potencial e total em função do tempo.
  - O momento Angular **L** em função do tempo.
  - Não se esqueça de calcular as incertezas para cada uma dessas grandezas.

  Apresente os resultados em tabelas e gráficos.
- Discuta se a energia total se conserva
- Discuta se o momento angular se conserva