PSI 3031 – Laboratório de Circuitos Elétricos

Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos da
Escola Politécnica da USP

EXPERIÊNCIA 10

ANÁLISE DE FOURIER DE SINAIS ARBITRÁRIOS

Profa. Elisabete Galeazzo
Prof. Leopoldo Yoshioka

OBJETIVOS DA EXPERIÊNCIA:

- Verificar a influência do número de amostras no cálculo da TDF de sinais periódicos de ***duração ilimitada***;
- Verificar a influência do tamanho da janela no cálculo da TDF de sinais periódicos de ***duração ilimitada***;

R E V I S Ã O

- Avaliar o **Efeito do Erro de Vazamento** e identificar o **Efeito Cerca** no espectro.
- Aplicar **diferentes Janelas** para truncar o sinal – avaliar o seu efeito
- Análise espectral de **sinais transitórios (ou seja, sinais de duração limitada)**

  Exemplos: *pulso retangular e pulso de senoides (sinais do tipo **burst**)*

REVISÃO: COMO EFETUAR A T.D.F. DE SINAIS PERIÓDICOS (DURAÇÃO ILIMITADA) pelo software?

☞ CAPTURAR NÚMERO LIMITADO DE AMOSTRAS (**“N”**) DO SINAL VISUALIZADO NO OSCILOSCÓPIO

☞ JANELAR O SINAL NO COMPUTADOR (N^{O} INTEIRO DE PERÍODOS!)

(SELECIONAR UM *INTERVALO DE TEMPO* DE DURAÇÃO FINITA = **“T_d”**)

☞ EXECUTAR A ANÁLISE DE FOURIER DO CONJUNTO DE AMOSTRAS SELECIONADAS NA JANELA

Entendendo o ESPECTRO GERADO PELA *T. D. F.* :

- **Trata-se de uma representação do sinal no domínio da frequência;**
- Tal espectro é composto por **RAIAS ESPECTRAIS (k)** e **AMPLITUDES** (⇒coeficientes da TDF);
- Os índices das raias espectrais (ou índices espectrais, **k**) variam de **0 a N/2 -1**

  *(onde **"N"** = número de amostras capturadas);*
- Resolução espectral (**f_d**) é o ***intervalo em frequência*** entre duas raias espectrais consecutivas; (lembre-se ☞ **$f_d = 1/T_d$**)
- A raia **k=1** corresponderá à frequência **f_d**; a raia **k=2** corresponderá à frequência **$2xf_d$**; ....
- O espectro da TDF será limitado a frequências **< que fa/2**

  Ou seja, a frequência associada ao **k_{max} será igual a: (N/2 -1) x f_d**), pois:

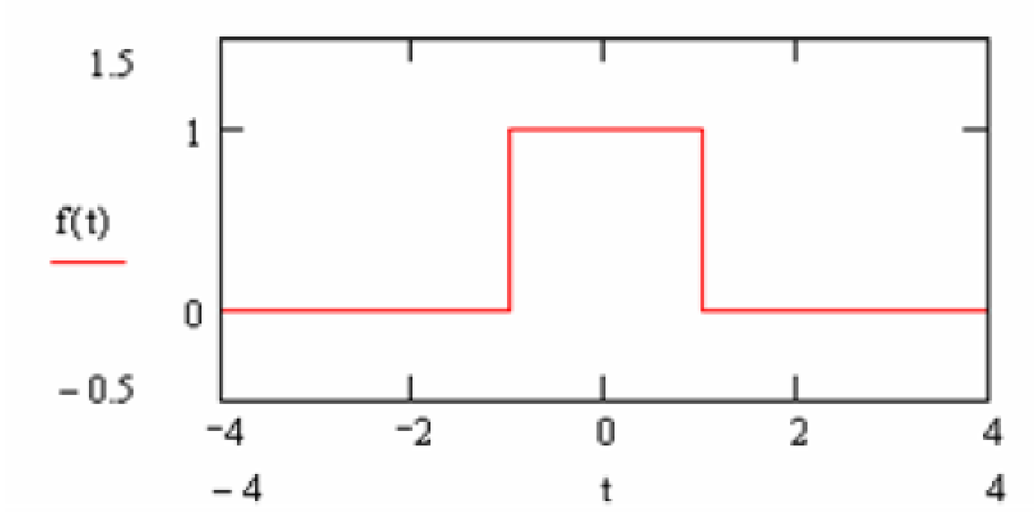
  $T_a = \frac{T_d}{N} \rightarrow f_a = \frac{N}{T_d} \rightarrow \frac{f_a}{2} = \frac{N}{2} f_d$ *e lembre-se: a **TDF** calcula todos os coeficientes inferiores a (**f_a/2**)*

Lembre-se também que: **T_a** = período entre amostras, e

f_a = frequência entre amostras ou frequência de amostragem.

TRANSFORMADA DE FOURIER DE UMA FUNÇÃO PULSO RETANGULAR

FUNÇÃO PULSO RETANGULAR (FUNÇÃO PORTA) DE DURAÇÃO "2A



f(t) $:= \begin{cases} 0, t < -a \\ 1, -a \le t \le a, \\ 0, t > a \end{cases}$

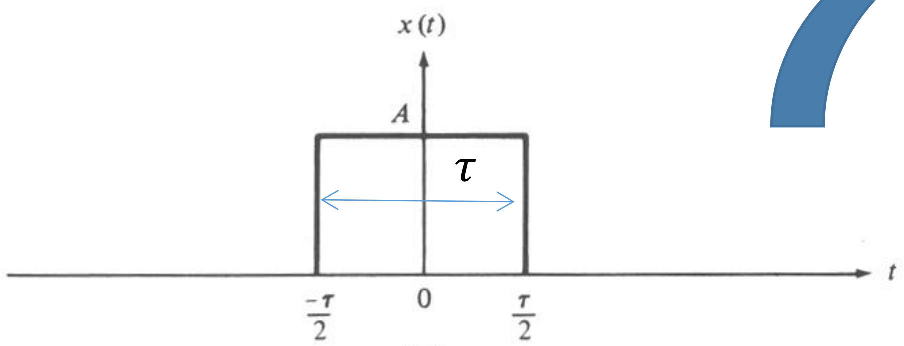
$$F(\omega) \equiv \Im\{f(t)\} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \,,$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{a} 0 e^{-j\omega t} dt + \int_{-a}^{a} 1 e^{-j\omega t} dt + \int_{a}^{\infty} 0 e^{-j\omega t} dt \,,$$

$$F(\omega) = \int_{-a}^{a} e^{-j\omega t} dt = \frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega} \Big|_{-a}^{a} = \frac{e^{-j\omega a} - e^{j\omega a}}{-j\omega} \,,$$

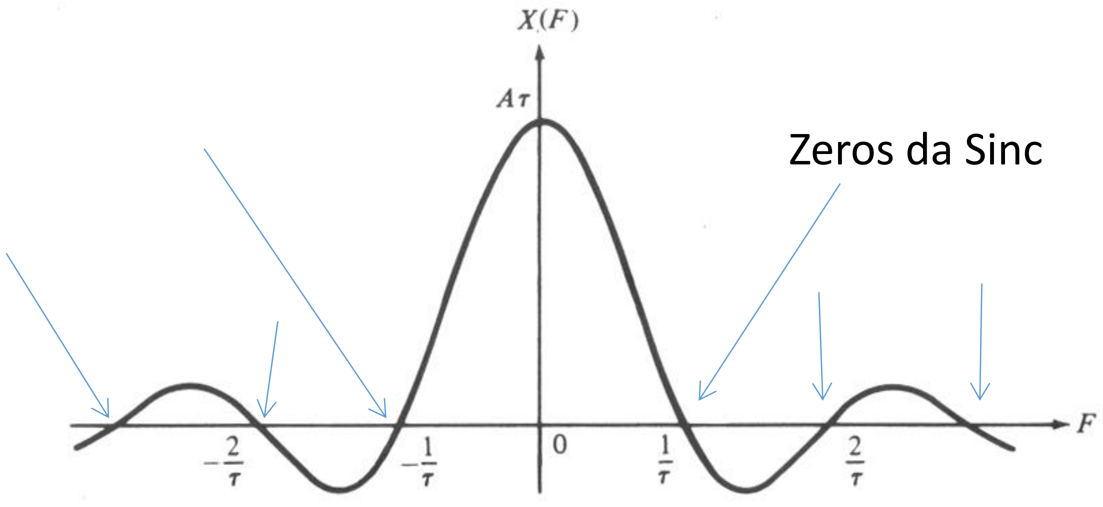
$$F(\omega) = \frac{e^{j\omega a} - e^{-j\omega a}}{j\omega} \,.$$

Mas, $e^{j\omega a} - e^{-j\omega a} = 2jsen(\omega a)$, então: $\boxed{F(\omega) = \frac{2}{\omega} sen(\omega a)}$



(a)

Função Pulso no domínio do tempo:
função limitada

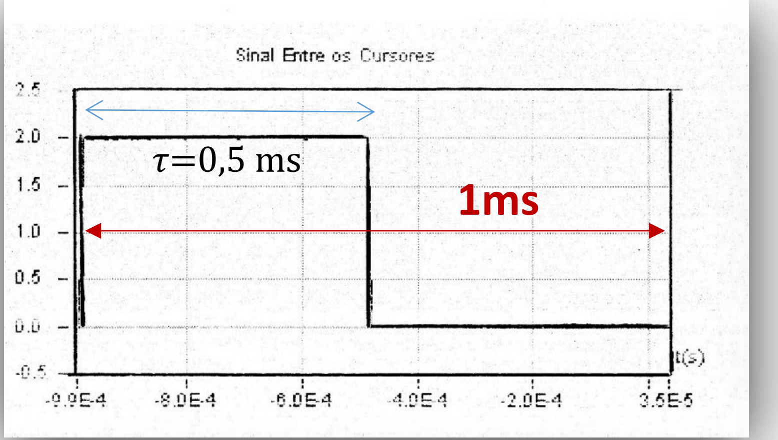


Zeros da Sinc

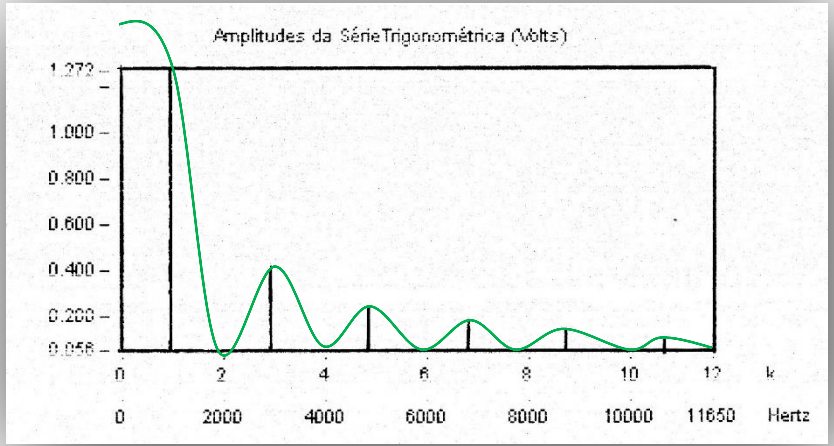
(b)

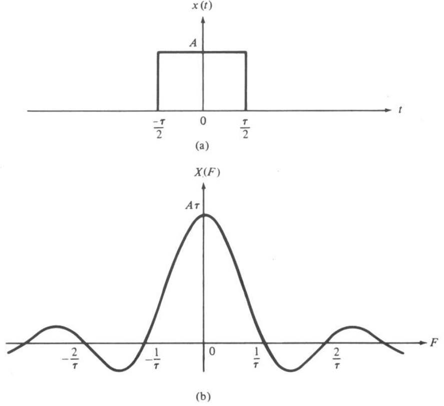
Domínio da frequência:
Espectro contínuo

TDF de uma Onda Quadrada c/ janela $T_d = T_o$:

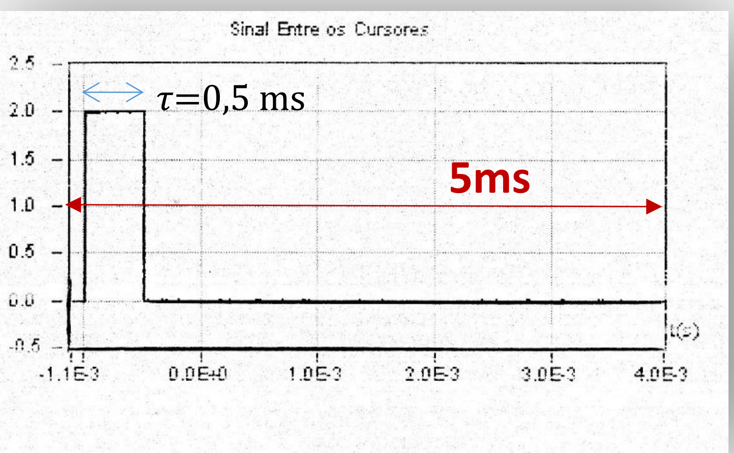


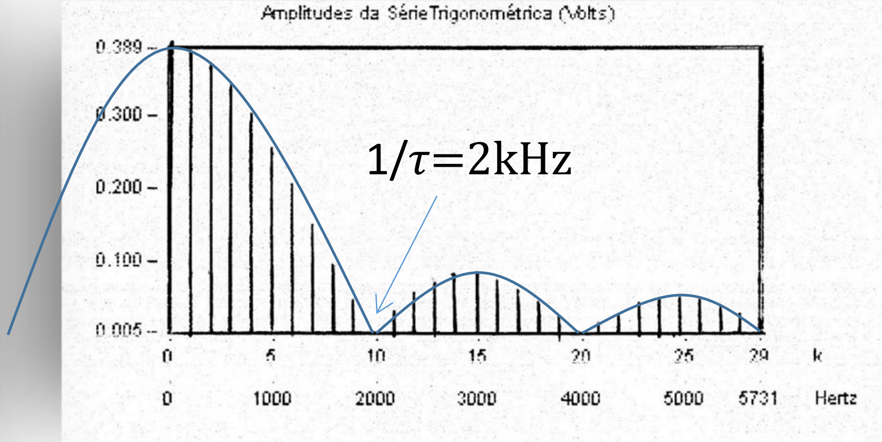
f_d = 1/1ms = 1 kHz





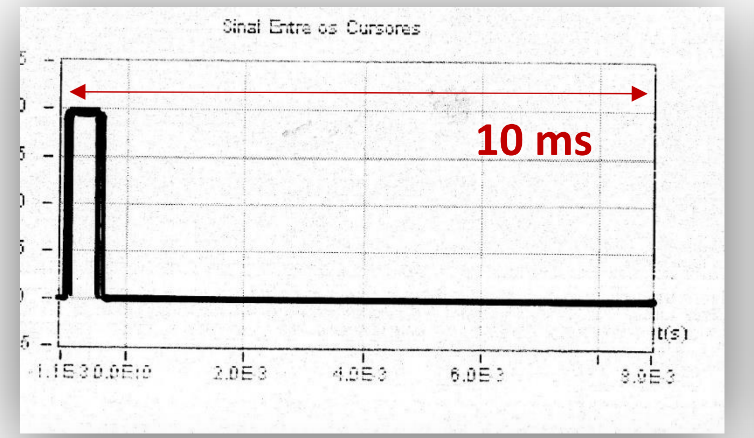
TDF de um pulso c/ janela T_d = 5ms, $T_d = 10.\tau$



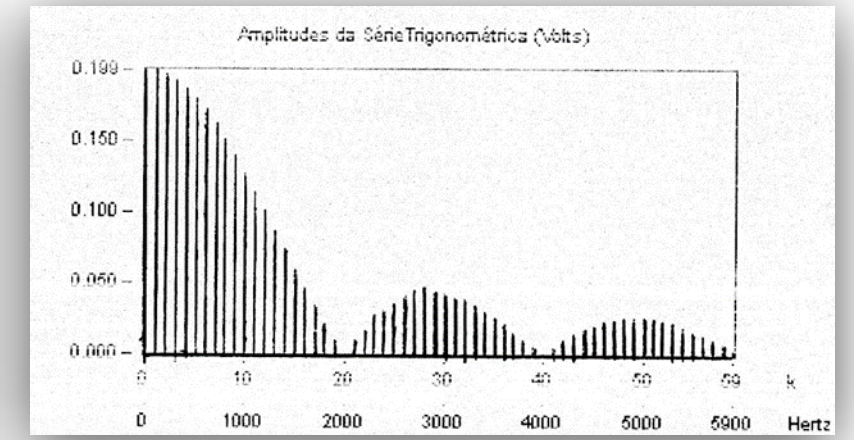


f_d= 1/5ms = 200 Hz

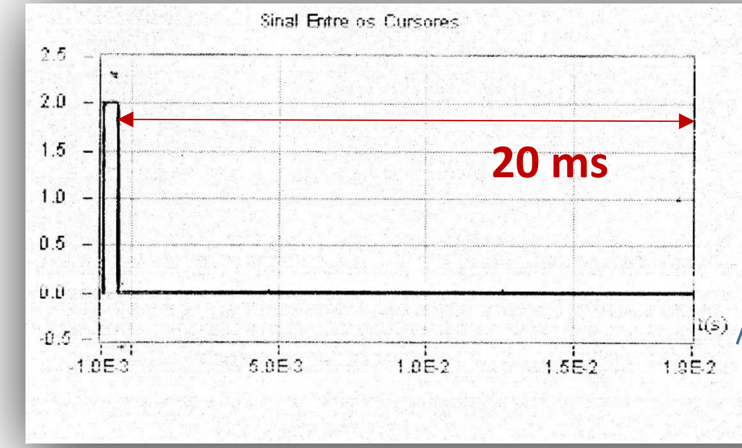
TDF de um pulso c/ janela T_d = 10 ms, $T_d = 20.\tau$ e τ = 0,5 ms

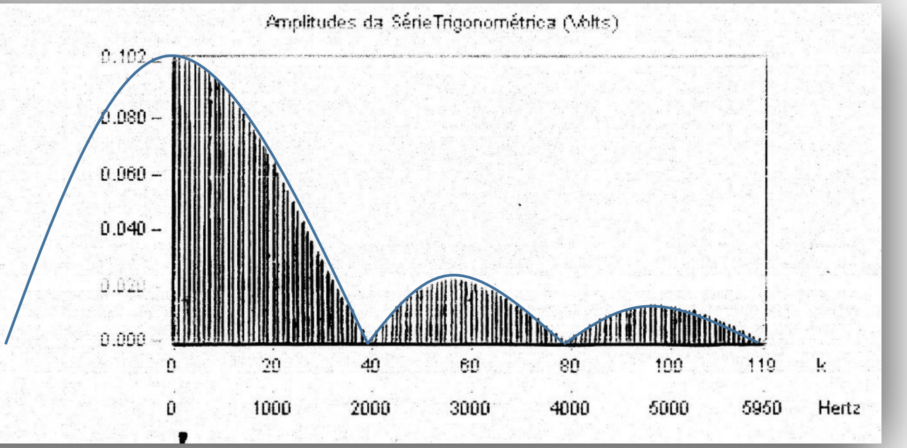


f_d = 1/10ms = 100 Hz



TDF de um pulso c/ janela T_d = 20 ms, $T_d = 40.\tau$ e τ = 0,5 ms





f_d = 1/20ms = 50 Hz

Ao aumentar o janelamento, melhora-se a resolução do espectro

$\Rightarrow$ "é como se estivéssemos usando uma régua com maior graduação para medir a mesma grandeza...."

PROPRIEDADE DE DESLOCAMENTO EM FREQUÊNCIA

O espectro em frequência de uma função f(t) é transladado
$\rightarrow$ ao multiplicar f(t) por função cosseno

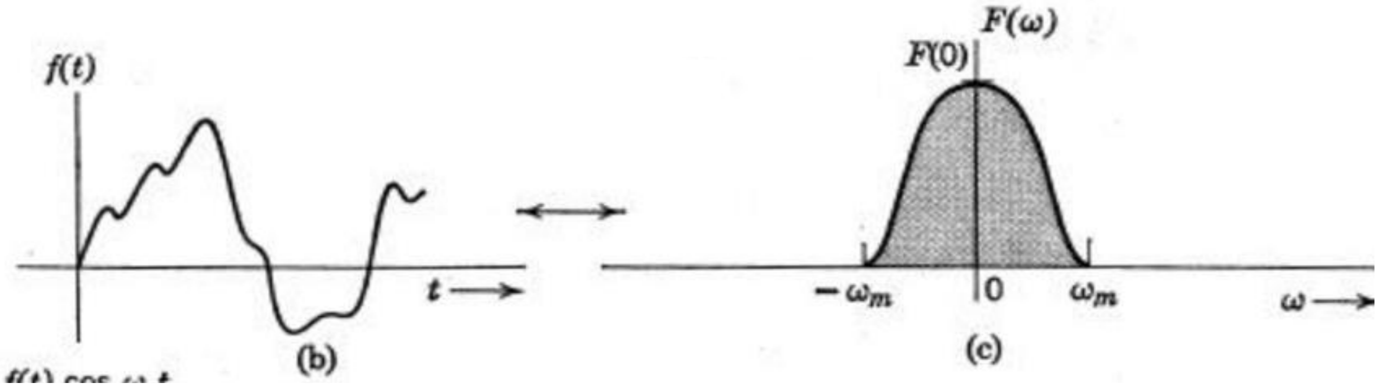
<u>Dado</u> f(t) $\rightarrow$ F(ω) ; onde: $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$

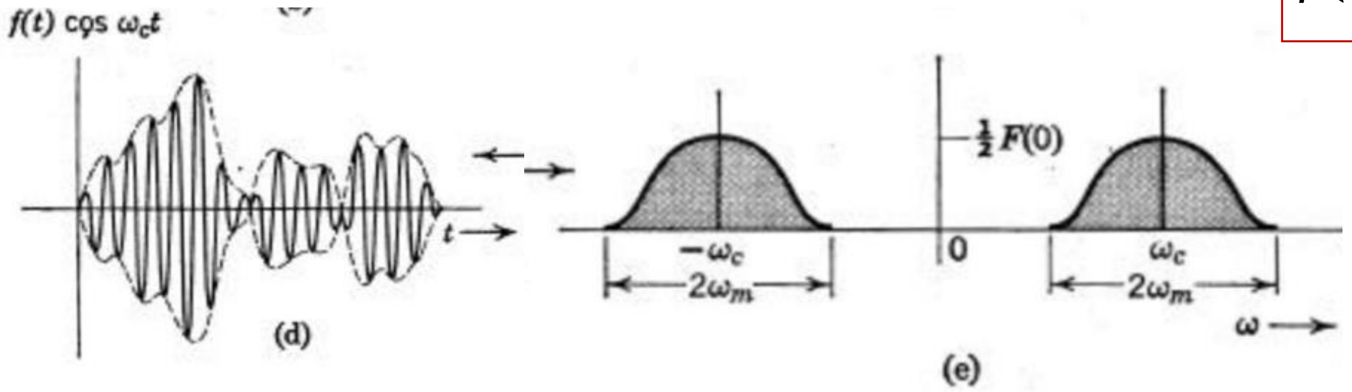
Como: $f(t).\cos(\omega_o t) = \frac{1}{2}\left[f(t).e^{j\omega o t} + f(t).e^{-j\omega o t}\right]$

Então:

$$\boxed{f(t).\cos(\omega_0 t) \Rightarrow \frac{1}{2}\left[F(\omega + \omega_0) + F(\omega - \omega_0)\right]}$$

Exemplo:



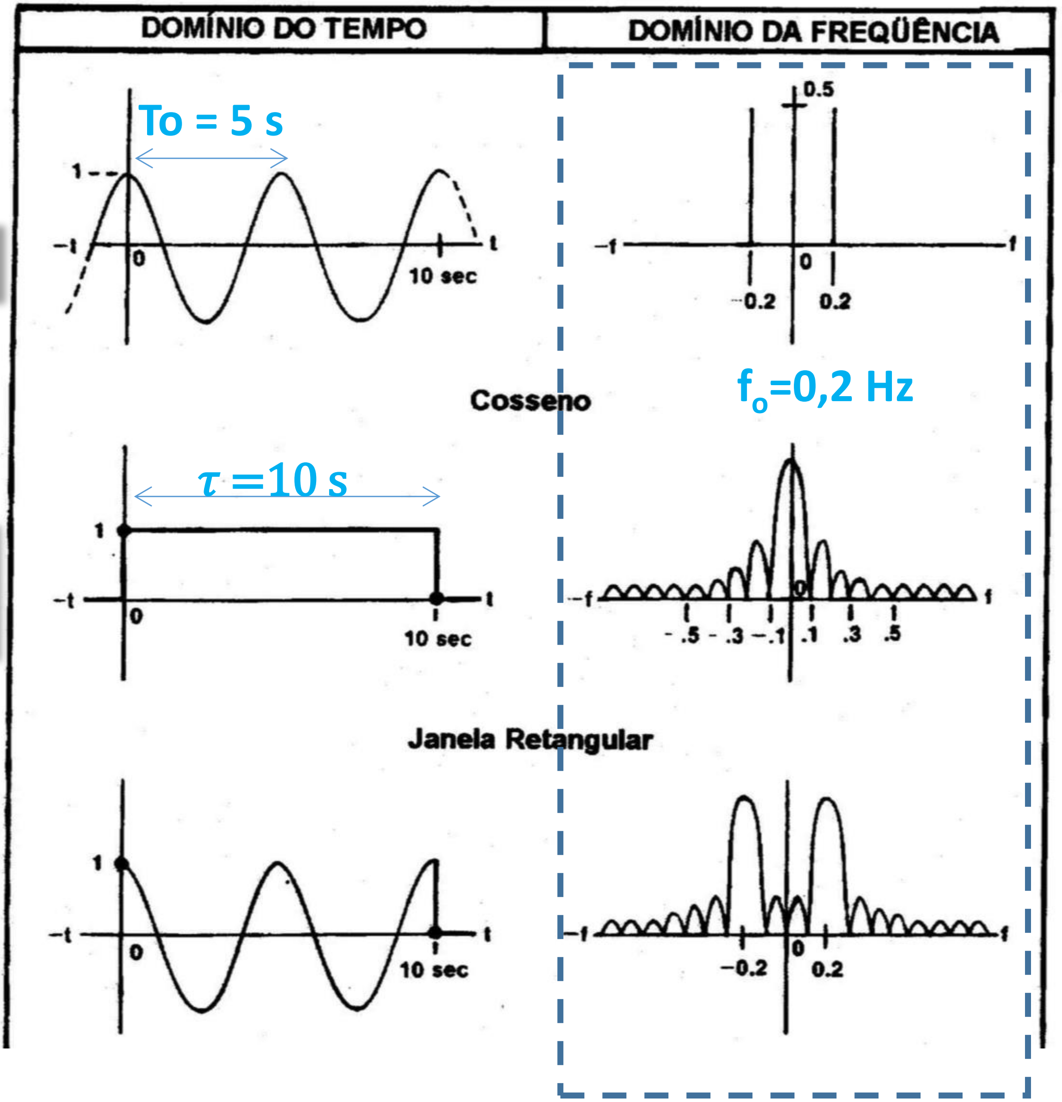


$$\boxed{f(t).\cos(\omega_0 t) \Rightarrow \frac{1}{2}\left[F(\omega+\omega_0)+F(\omega-\omega_0)\right]}$$

Função senoidal:

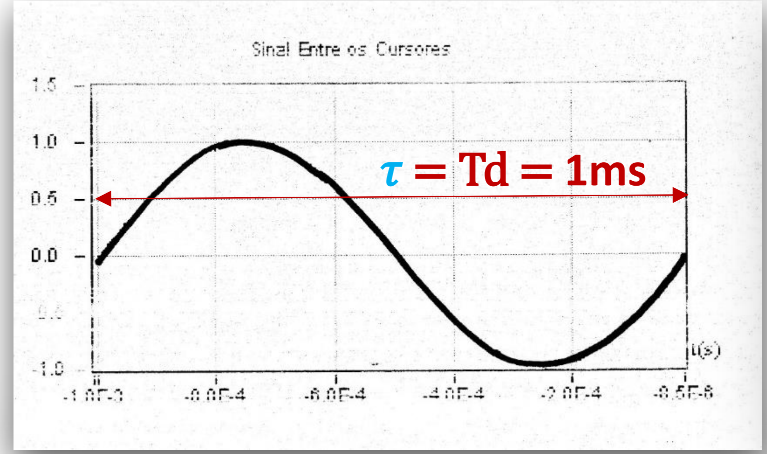
Função “pulso” retangular
(aplicado para o janelamento)

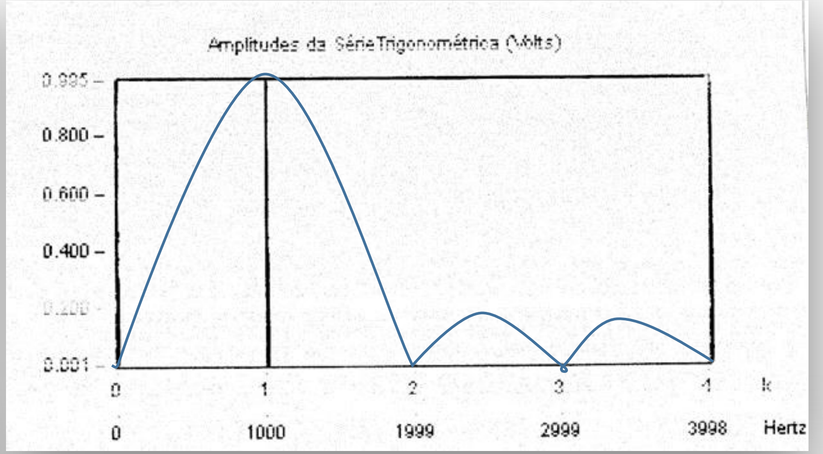
Produto da função senoidal
com a janela retangular no
domínio do tempo:



Representação das funções no domínio da frequência, aplicando-se a transformada de Fourier.

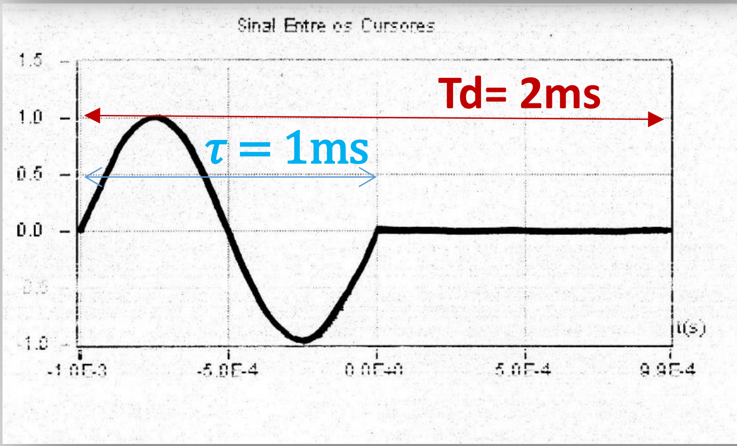
TDF de uma Onda Senoidal c/ janela $T_d = T_o = \tau$:

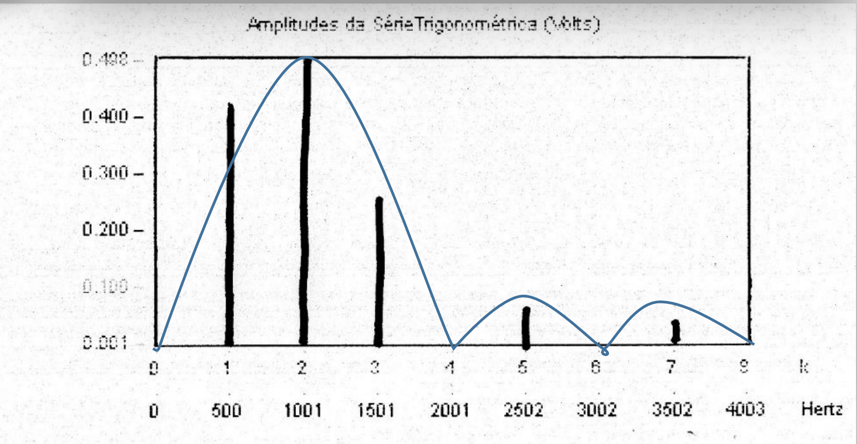




f_d = 1 kHz

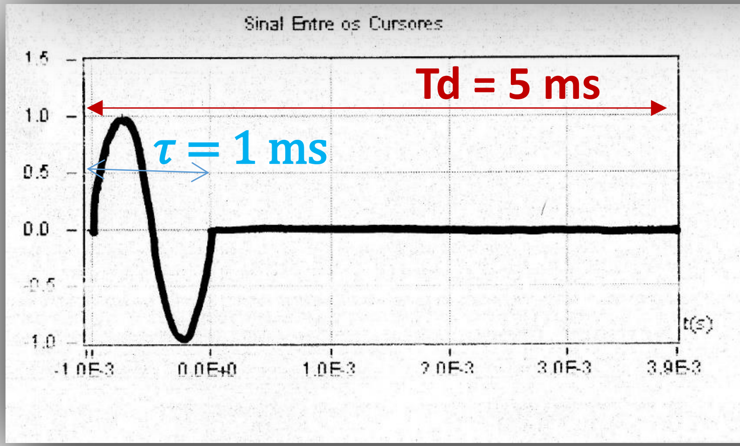
TDF de um burst senoidal c/ janela T_d = 2 ms:

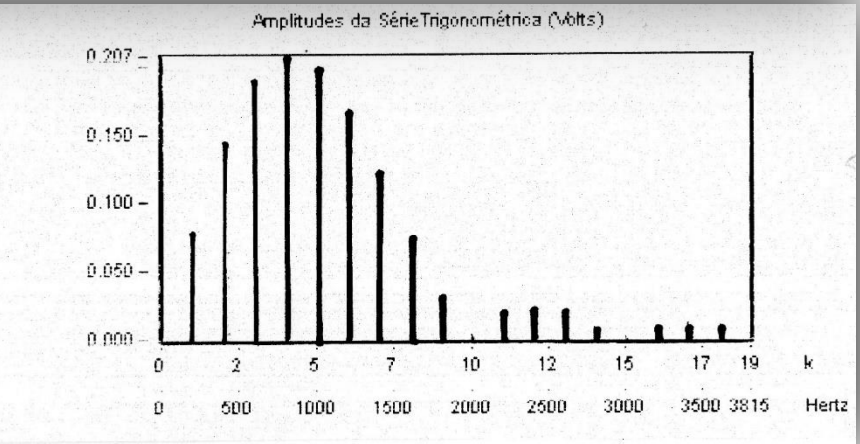




f_d = 500 Hz

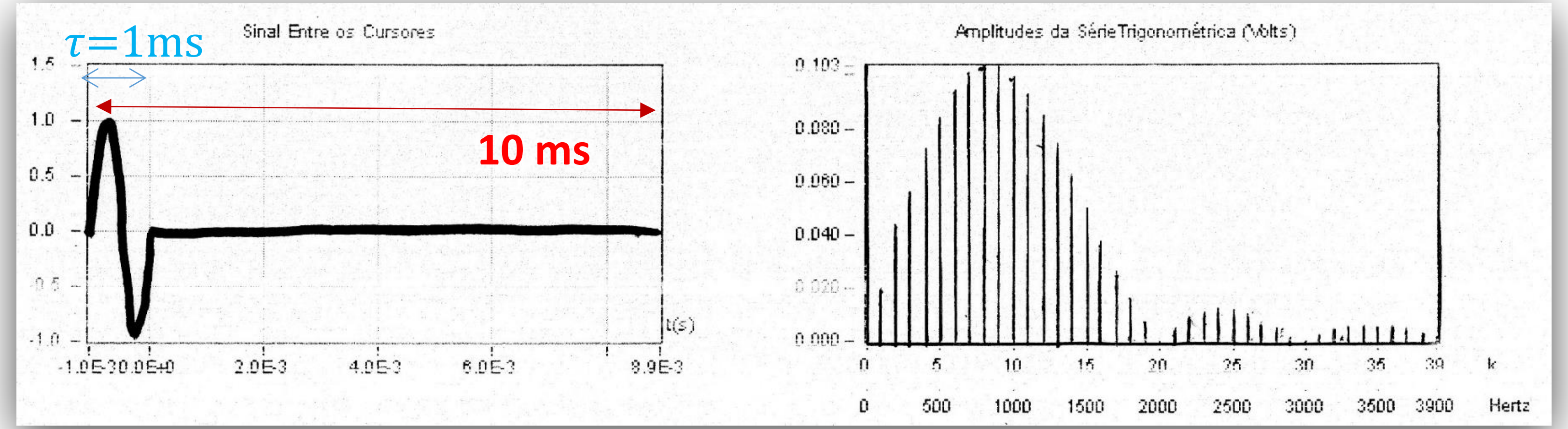
TDF de um burst senoidal c/ janela T_d = 5 ms:





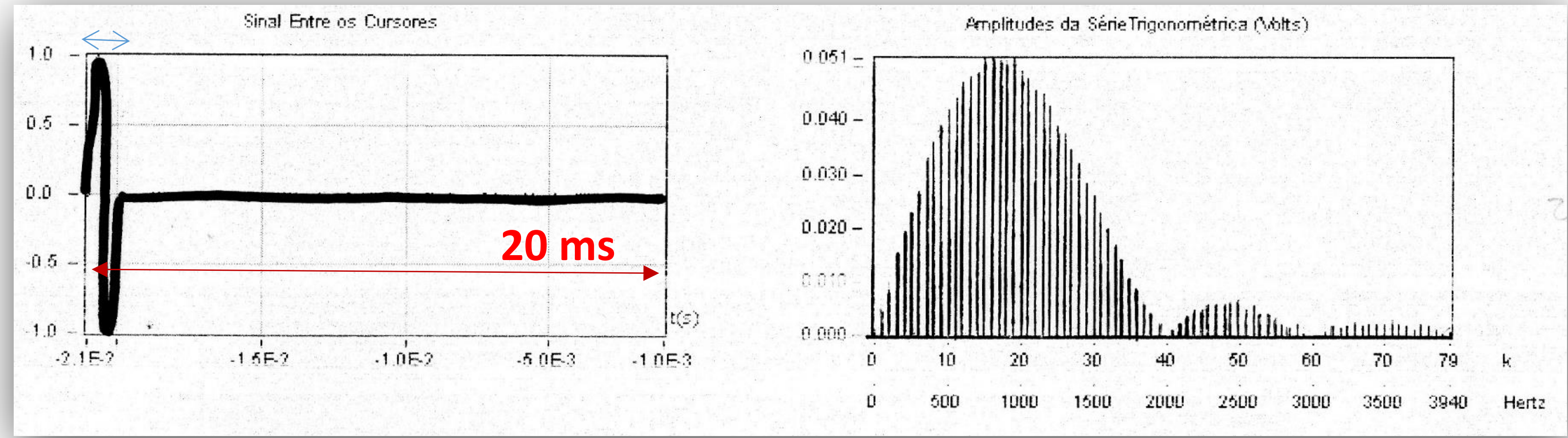
f_d = 200 Hz

TDF de um burst senoidal c/ janela T_d = 10 ms:



f_d = 100 Hz

TDF de um burst senoidal c/ janela T_d = 20 ms:

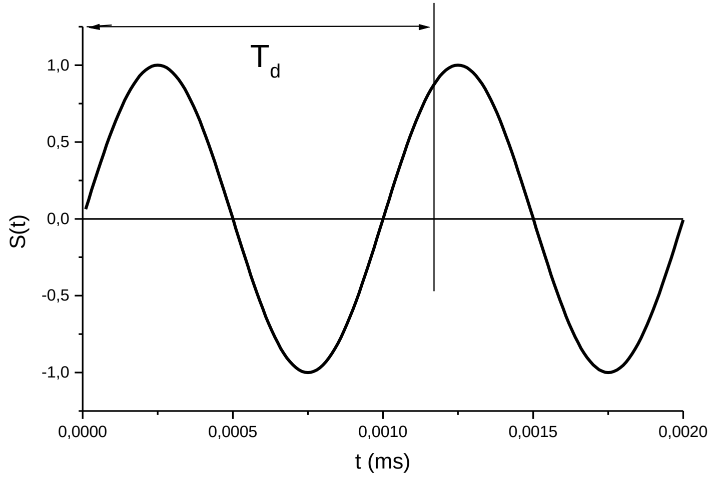


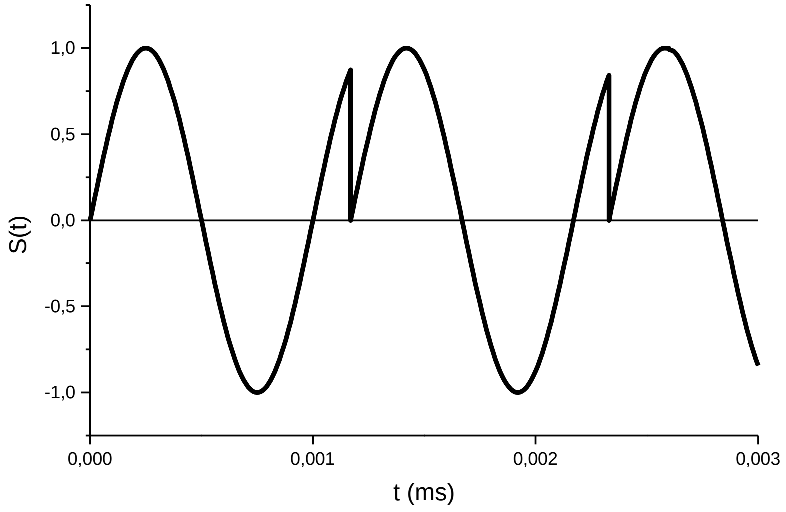
f_d = 50 Hz

..... “é como se estivéssemos usando uma régua com maior graduação para medir a mesma grandeza....”

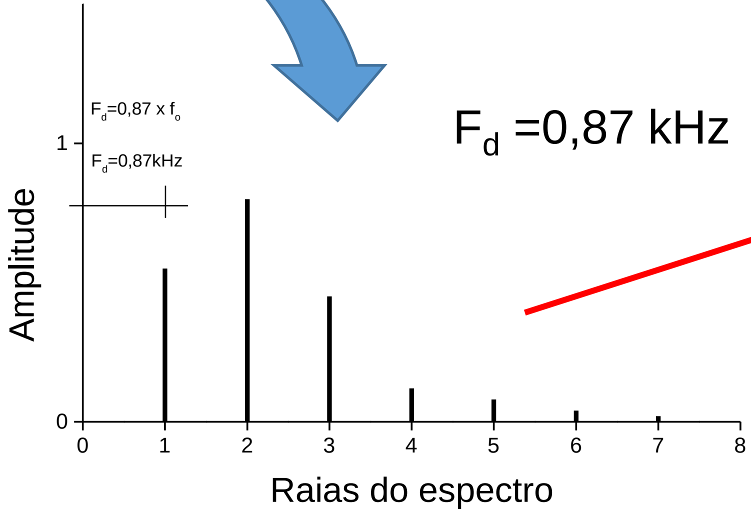
Efeito de vazamento

OCORRE $\rightarrow$ JANELAMENTO $\neq$ Nº EXATO DE PERÍODOS





Alargamento do espectro original devido ao alto conteúdo harmônico contido nas transições abruptas



F_d =0,87 kHz

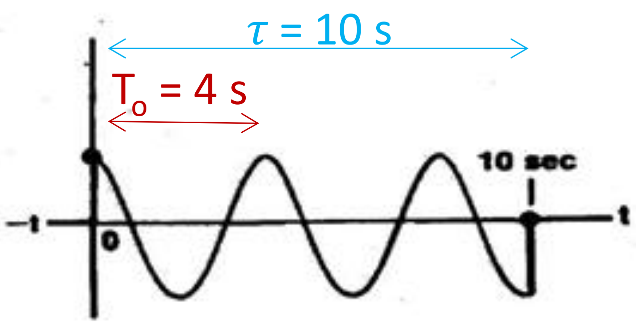
A propriedade de deslocamento em frequência poderia explicar o espectro obtido?

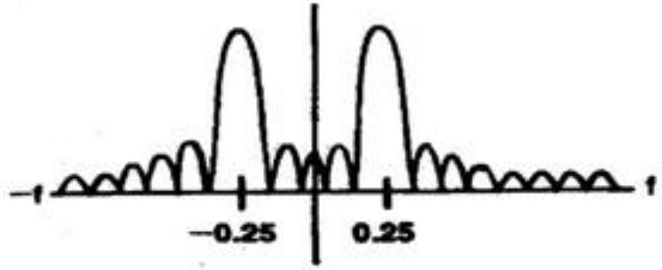
$$\boxed{f(t).\cos(\omega_0 t) \Rightarrow \frac{1}{2}\left[F(\omega+\omega_0)+F(\omega-\omega_0)\right]}$$

Domínio do tempo:

Domínio da frequência:

Produto da função senoidal com a função de janelamento, sendo que o intervalo da janela é ≠ do n. inteiro de períodos da senoide

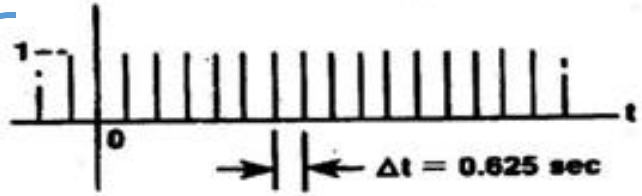


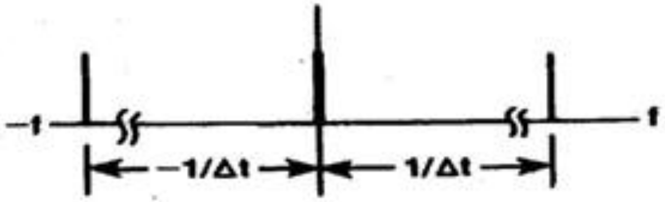


f_o = 0,250 kHz
$1/\tau$ = 0,1 s

Cosseno após janelamento

Trem de impulsos para amostrar o sinal acima já janelado.

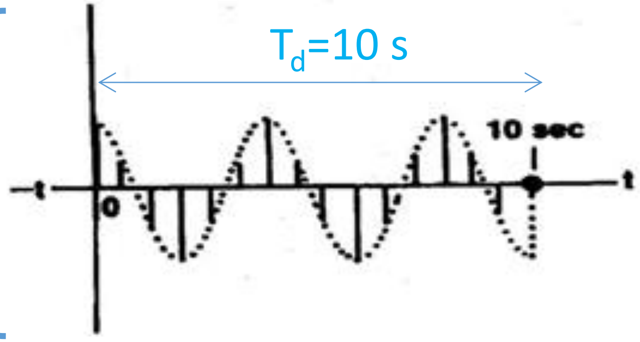


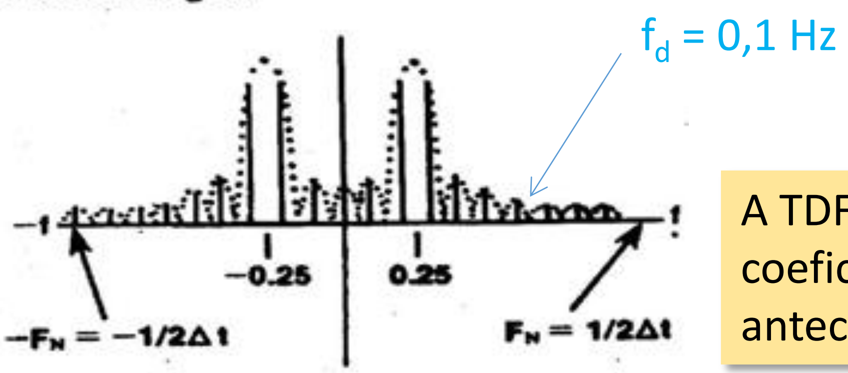


$1/\Delta t = f_a$ = frequência de amostragem

Trem de impulsos para amostragem

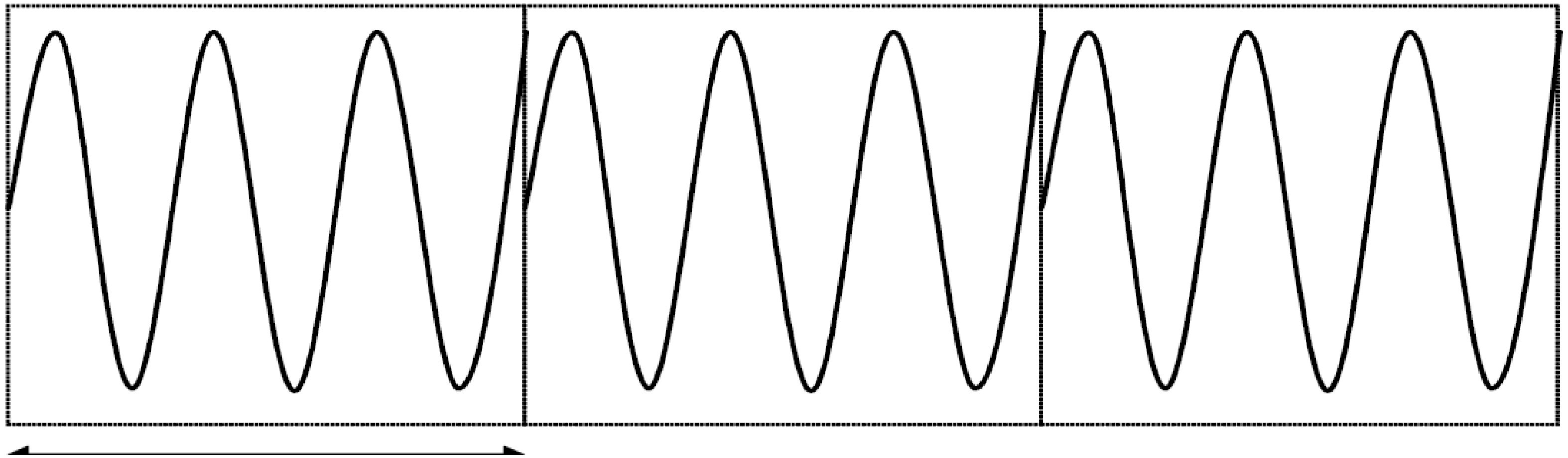
Resultado final do sinal após a amostragem



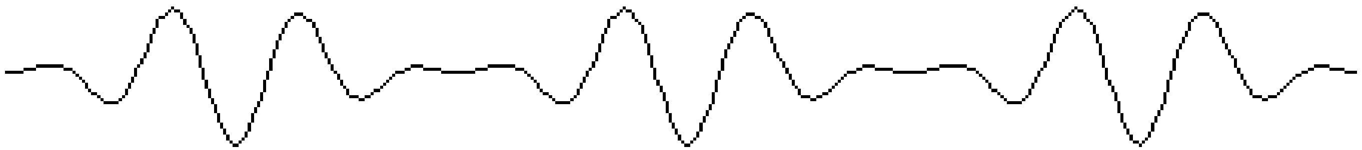


A TDF calculará os coeficientes que antecedem $f_a/2$

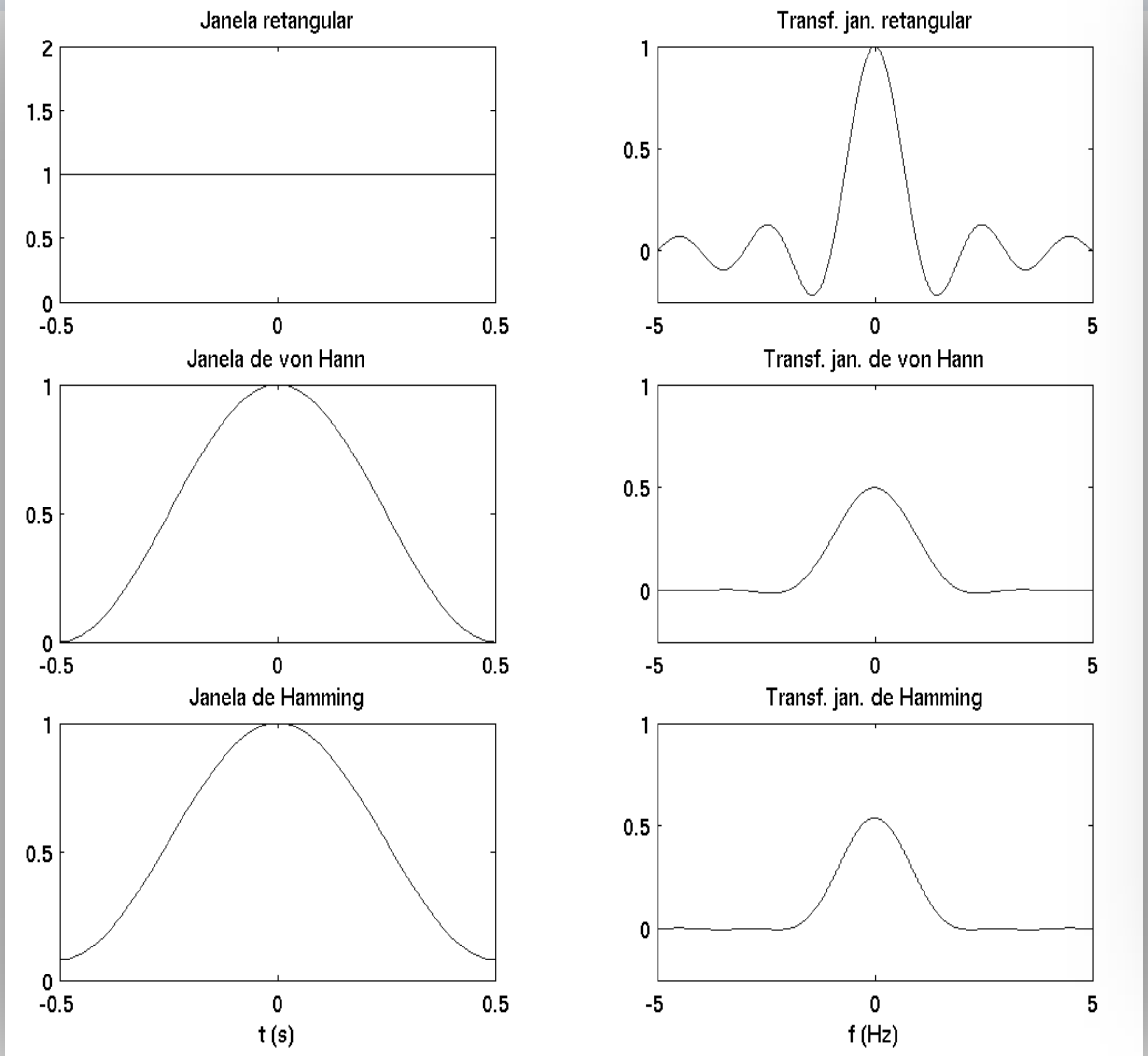
Operação de Janelamento



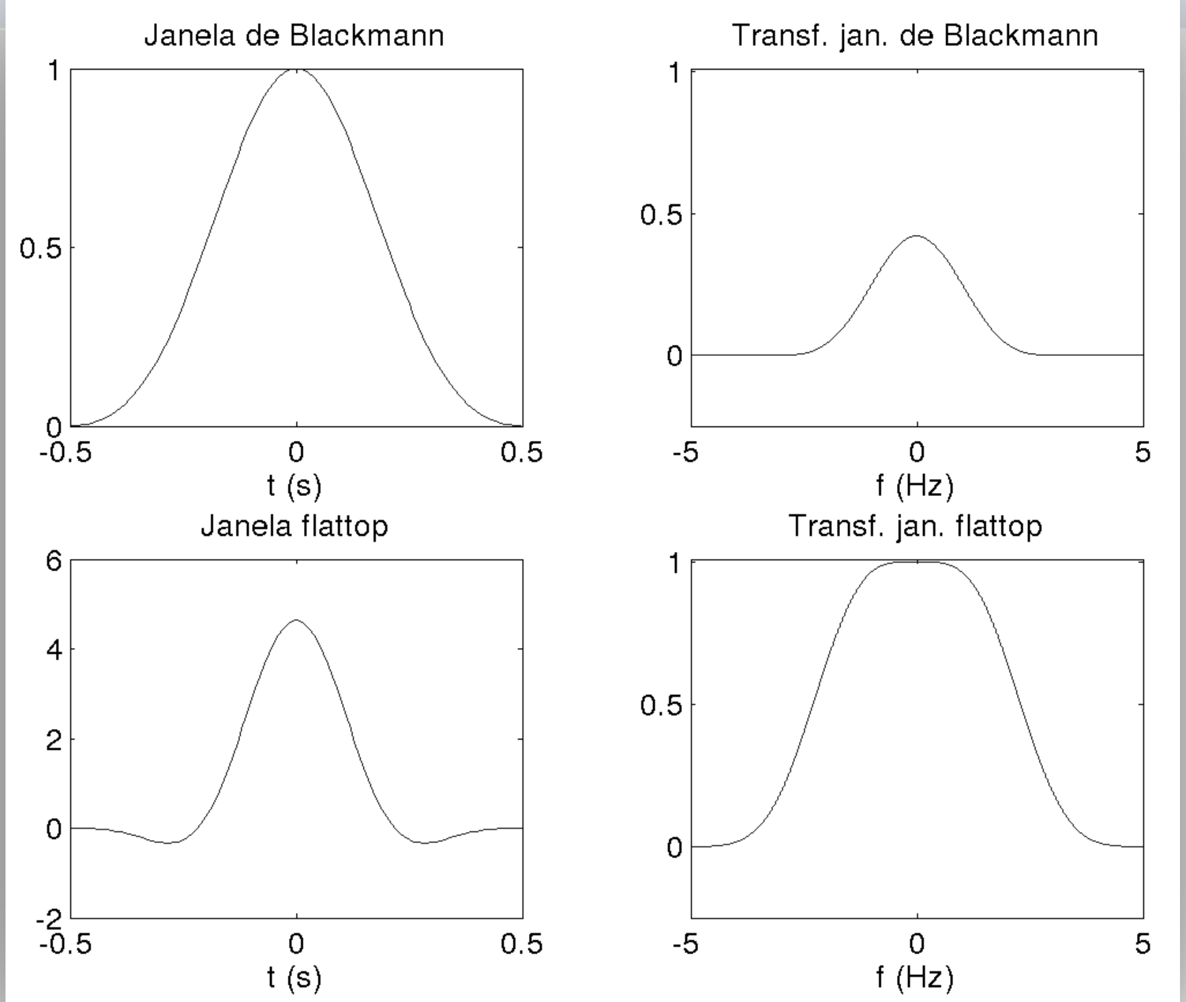
Funções diferentes são aplicadas para minimizar o efeito de descontinuidades



DOMÍNIO DO TEMPO (FUNÇÃO f(t))	DOMÍNIO DE FREQUÊNCIAS (TRANSFORMADA F(S))



DOMÍNIO DO TEMPO (FUNÇÃO f(t))	DOMÍNIO DE FREQUÊNCIAS (TRANSFORMADA F(S))



COMPARAÇÃO ENTRE AS TRANSFORMADAS DAS JANELAS USADAS NA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER