1. Achar as formas canônicas de Jordan, verificar se são instáveis, e se forem instáveis dê uma trajetória que não converge para zero, para as seguintes matrizes:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix},\ A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \tag{1}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

2. Colocar os seguintes pares de matrizes (A, B) na forma de Kalman:

$$A = \begin{pmatrix} -111 & 12 & 21 \\ -92 & -40 & 20 \\ 11 & 4 & -137 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} -9 \\ 12 \\ -3 \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 3 & 0 & 4 \\ -3 & -2 & -6 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \tag{4}$$

3. Também colocar na forma de Kalman o sistema $\dot{x} = Ax + Bu$ com

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

4. Se temos a forma de blocos das matrizes A e B

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ \mathbf{0} & A_3 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} B_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{6}$$

com $A_1 \in M_{k\times k}$ e $B_1 \in M_{k\times m}$. E se o posto de $[B|AB\cdots|A^{n-1}B]$ é k, mostre que o posto de $[B_1|A_1B_1\cdots|A_1^{k-1}B_1]$ é k.

5. Mostre que se A é uma matriz quadrada que tem um autovalor λ tal que $\mathrm{Re}(\lambda) = 0$, então A não é estável.

6. Usando o critério de Routh-Hurwitz dê uma condição necessária e suficiente para que o polinômio de grau 4 $p(\lambda) = \lambda^4 + a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d$ seja estável.

7. Verificar se o polinômio $p(x) = x^5 + 10^4 + 2x^3 + 8x^2 + 9x + 5$ é estável usando a matriz de Hurwitz.

8. Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Mostre que o par (A, B) é estável e encontre uma matriz K tal que o polinômio característico de $A + BK$ seja $p(s) = s^3 + 6s^2 + 10s + 2$

9. O par de matrizes (A, B) são dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \\ 1 & 00 & 1 \end{pmatrix}$$

Verifique que o par é controlável e encontre uma matriz L tal que o par $(A + BL, B1)$ seja controlável, onde $B1$ é a primeira coluna da matriz B.

10. Dada as matrizes (A, B, C)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Verificar se o par (A, C) é detectável e escrever as equações de um observador dinâmico de Luenberger neste caso.