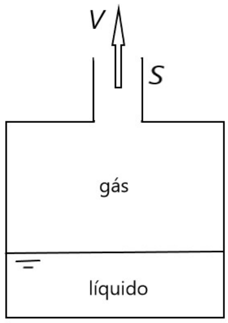
Prova Substitutiva de PME3332 – 02/12/2019

1. (3.5 pontos) Um reservatório tem, no instante $t = 0$, um terço de seu volume ocupado por uma determinada substância no estado líquido, com o resto do volume ocupado pela mesma substância no estado gasoso. Gás vai escapando com velocidade média V constante através da saída de área S. Enquanto o gás escapa a substância vai continuamente mudando do estado líquido para o gasoso.

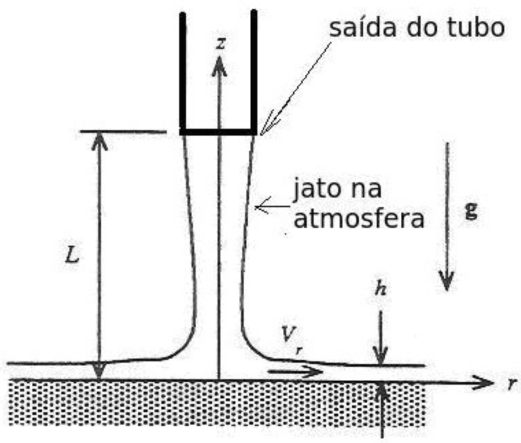


Se o reservatório tem um volume $\forall_o$, e as massas específicas da substância nos estados líquido e gasoso são respectivamente ρ_L e ρ_g, sendo constantes ao longo do tempo, obtenha o volume remanescente de líquido $\forall_L(t)$ ao longo do tempo.

Dado: $\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho\, d\forall + \int_{SC}\rho\vec{v}.\vec{n}\, dS = 0$

2. (3.5 pontos) Água deixa com velocidade constante e uniforme um tubo vertical descendo na atmosfera em direção a uma placa plana localizada a uma distância L abaixo da saída do tubo. A vazão de água é Q e a área do tubo é A.
Sobre a placa o jato de água se distribui num escoamento horizontal radial, formando uma camada $h(r)$. O perfil de velocidades desse escoamento pode ser considerado uniforme, dado por $V_r(r)$. Considerando $h << L$, obtenha expressões para $h(r)$ e $V_r(r)$.

Dado: $\frac{V^2}{2}+\frac{p}{\rho}+g\,z=\text{constante}$



3. (3 pontos) O torque M produzido no eixo de uma turbina axial, dividido pela vazão Q, é uma função do diâmetro da turbina D, massa específica do fluido ρ e velocidade angular Ω, de modo que:
$M/Q = f(D, \rho, \Omega)$
Um modelo da turbina é ensaiado e para determinar M/Q em função dos parâmetros D, ρ e Ω. Responda:
a) O que ocorre com M/Q se construirmos um protótipo com o dobro do diâmetro do modelo, mantendo os outros parâmetros iguais?
b) O que ocorre com M/Q se a velocidade angular do protótipo for o dobro da velocidade angular do modelo, mantendo os outros parâmetros iguais?

Gabarito

1. Solução:

A massa total da substância contida no reservatório é dada pela soma da massa de líquido $\rho_L \forall_L$ com a massa de gás ρ_g ($\forall_o$ - $\forall_L$). Usando um volume de controle englobando o reservatório, o único fluxo através da superfície de controle ocorre na saída *S*. Assim:

$$\frac{\partial\left[\rho_L \forall_L + \rho_g (\forall_o - \forall_L)\right]}{\partial t} + \rho_g V S = 0$$

Isso resulta:

$$\rho_L \frac{\partial \forall_L}{\partial t} + \rho_g \frac{\partial(\forall_o - \forall_L)}{\partial t} + \rho_g V S = 0$$

Como $\forall_o$ é constante:

$$(\rho_L - \rho_g)\frac{\partial \forall_L}{\partial t} + \rho_g V S = 0$$

Logo:

$$\frac{\partial \forall_L}{\partial t} = -\frac{\rho_g V S}{\rho_L - \rho_g}$$

Isso resulta:

$$\forall_L(t) = \frac{\forall_o}{3} - \frac{\rho_g V S}{\rho_L - \rho_g} t$$

2. Solução:

Se aplicarmos a equação de Bernoulli a uma linha de corrente junto à superfície externa do jato, onde a pressão é atmosférica:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p_{atm}}{\rho} + gL = \frac{V_r^2}{2} + \frac{p_{atm}}{\rho} + gh$$

Onde $V = \frac{Q}{A}$ é a velocidade do jato na saída do tubo e $V_r = \frac{Q}{2\pi r h}$ é a velocidade radial.

Temos então:

$$V_r^2 = V^2 + 2g(L - h)$$

Como $h << L$:

$$V_r^2 = V^2 + 2g\,L$$

Logo:

$$\boxed{V_r = \sqrt{\frac{Q^2}{A^2} + 2gL}}$$

E temos h dado por:

$$\boxed{h = \frac{Q}{2\pi\, r\, V_r}}$$

Com V_r dado pela equação anterior.

3. Solução:

Temos a matriz dimensional:

	M/Q	D	ρ	Ω
M	1	0	1	0
L	-1	1	-3	0
T	-1	0	0	-1

É fácil ver que resulta apenas um adimensional, logo ele tem que ser uma constante (não é função de nada):

$$\Pi_1 = \frac{M/Q}{\rho\,\Omega\, D^2} = \text{constante}$$

Fica fácil ver que, ao dobramos o diâmetro, M/Q será quadruplicado, e ao dobrarmos a velocidade angular, M/Q será duplicado.