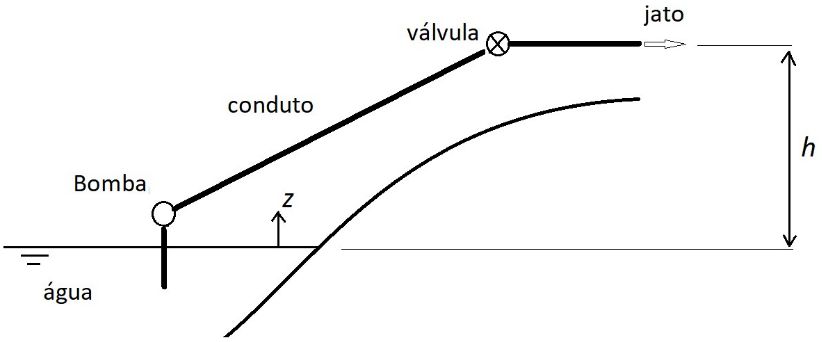
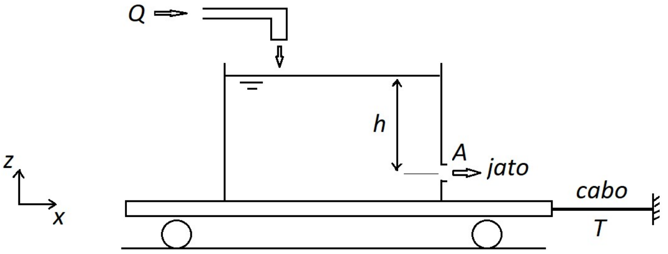
2ª Prova de PME3332 25/11/2019

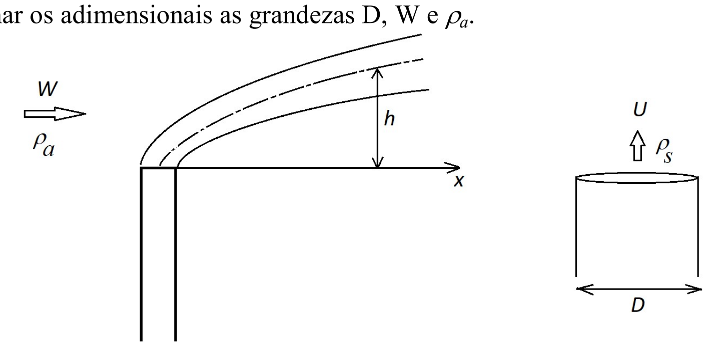
1ª Questão (3,0 pontos): Uma bomba retira uma vazão Q de água de peso específico γ de um reservatório de grandes dimensões através de um conduto de diâmetro D. A água deixa o conduto em uma altura h na forma de um jato na atmosfera. A única perda de carga significativa é causada por uma válvula de coeficiente de perda de carga singular (ou localizada) Ks. Todas as demais perdas de carga são desprezíveis. A carga manométrica Hm da bomba é dada por $Hm = A - BQ^2$, onde A e B são constantes. A aceleração da gravidade é g. determine uma expressão para a vazão Q como função dos demais parâmetros do problema.



2ª Questão (4,0 pontos): Um tanque de água (massa específica ρ) é colocado sobre um carrinho preso a uma parede por um cabo. Os atritos nas rodas são desprezíveis. A água deixa o tanque através de um orifício de área A. O nível do tanque é mantido constante com uma altura h acima do orifício através do suprimento de uma vazão Q que entra pela sua parte superior. A aceleração da gravidade é g. Forneça uma expressão para a tensão T no cabo.



3ª Questão (3,0 pontos): Quando o vento sopra ao redor de uma chaminé, o gás quente que deixa esta verticalmente é carregado formando uma pluma que se inclina à medida que se afasta da chaminé. A altura h da linha de centro da pluma é função da distância x, velocidade do vento W, velocidade do gás na saída da chaminé U, diâmetro da chaminé D, massa específica do ar ρ_a, massa específica dos gases quentes na saída da chaminé ρ_s e aceleração da gravidade g, ou seja, $h = f(x, W, U, D, \rho_a, \rho_s, g)$. Se queremos estudar o fenômeno através de um modelo em escala 1:10, ou seja, $D_M/D_P = 1/10$, qual a relação entre a velocidade do vento no modelo e a velocidade do vento no protótipo W_M/W_P? Use como base para determinar os adimensionais as grandezas D, W e ρ_a.



Fórmulas:

Continuidade: $\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho\, d\forall + \int_{SC}\rho\vec{v}.\vec{n}\, dS = 0$

Energia: $\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 = \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + Hm - \text{perdas}$ perdas singular $= ks\frac{V^2}{2g}$

Quantidade de Movimento: $\sum \vec{F}_{\text{externas}} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho\vec{v}\, d\forall + \int_{SC}\vec{v}\,\rho\vec{v}.\vec{n}\, dS$

Gabarito

1ª Questão:

O reservatório e o jato que deixa o conduto estão na mesma pressão (atmosférica). Assim, aplicando a equação da energia:

$$\frac{V^2}{2g}+h=Hm-\text{perdas}$$

Onde V é a velocidade no conduto e o coeficiente de energia cinética foi considerado α=1. Da continuidade sabemos que a vazão é:

$$Q=V\frac{\pi D^2}{4}$$

Assim, a equação da energia fica:

$$\frac{16Q^2}{2g\pi^2D^4}+h=A-BQ^2-ks\frac{16Q^2}{2g\pi^2D^4}$$

Isso resulta:

$$\left[(1+ks)\frac{8}{g\pi^2D^4}+B\right]Q^2=A-h$$

Ou seja:

$$\boxed{Q=\left[\frac{A-h}{B+8(1+ks)/\left(g\pi^2D^4\right)}\right]^{1/2}}$$

2ª Questão:

Aplicando a equação da energia entre a superfície livre do tanque e o jato que deixa o orifício, considerando perdas desprezíveis e lembrando que tanto a superfície quanto o jato tem pressão atmosférica, é possível calcular a velocidade do jato:

$$\frac{V^2}{2g}=h$$

Logo:

$$V=\sqrt{2gh}$$

Aplicando agora a equação da Quantidade de Movimento a um volume de controle englobando o fluido contido no tanque, temos que a força horizontal exercida pelas paredes do tanque no fluido (que é igual à tensão T no cabo) é dada pelo único fluxo de quantidade de movimento horizontal através da superfície de controle, que é relacionado justamente com o jato no orifício. Assim:

$$T=V\,\rho VA$$

Assim:

$$\boxed{T=2gh\rho A}$$

3ª Questão:

Usando o teorema de Buckingham com a base pedida, os adimensionais que caracterizam o fenômeno são:

$$\frac{h}{D} = \phi\left(\frac{x}{D}, \frac{U}{W}, \frac{\rho_s}{\rho_a}, \frac{gD}{W^2}\right)$$

Assim, da igualdade de:

$$\frac{g\,D_M}{W_M^2} = \frac{g\,D_P}{W_P^2}$$

Obtemos que:

$$\boxed{\frac{W_M}{W_P} = \sqrt{\frac{1}{10}}}$$