Relatório de Resoluções

O código de cada membro pode ser consultado a seguir:

x_{05}: José Soares Jr.	x_{11}: Luca Monaco
x_{06}: Maurício Damião	x_{15}: Rodrigo Melendez
x_{08}: Pedro Lopes Silva	x_{18}: Matheus Cardoso
x_{09}: Rafael Maddalena	x_{20}: Gustavo Zequini

Resolução (‖ Questão: 7.8.1 ‖ Relator: $\mathbf{x_{18}}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x_{06}}$ ‖)

Which of the following functions are likely to be continuous functions of time?

a) The price of an ounce of gold in the Zurich gold market.

Como os preços são valores racionais, então a função deve ser descontínua

b) The height of a growing child.

Como o peso cresce de maneira gradual durante o desenvolvimento da criança, então a função deve ser contínua

c) The height of an aeroplane above sea level.

A altura de vôo de um avião aumentará e diminuirá gradualmente conforme o mpo de vôo. O avião não teletransporta de uma altura para outra, e sim aumenta e diminui sua altura de vôo ao longo do trajeto. Logo, a função será contínua.

d) The distance travelled by a car.

Como a distância viajada por um carro aumenta gradual e continuamente conforme ele faz o percurso, a função é contínua

■

Resolução (‖ Questão: 7.8.2 ‖ Relator: $\mathbf{x_{20}}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x_{08}}$ ‖) Let f and g be defined for all x by:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{for } x \leq 0 \\ -x^2, & \text{for } x > 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 3x - 2, & \text{for } x \leq 2 \\ -x + 6, & \text{for } x > 2 \end{cases}$$

Draw a graph of each function. Is f continuous at $x = 0$? Is g continuous at $x = 2$?
Limites laterais de $f(x)$ em $x = 0$: Os limites são diferentes, portanto a função não é contínua.

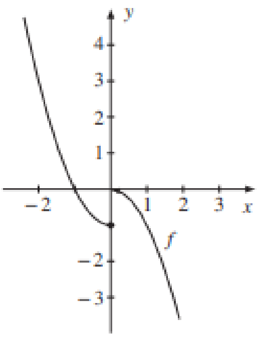
$$\lim_{x \to 0^+} -x^2 = 0 \tag{1}$$

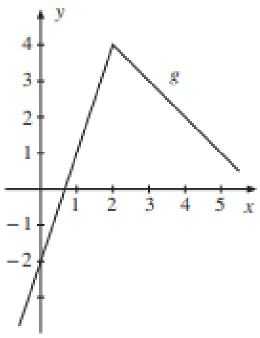
$$\lim_{x \to 0^-} x^2 - 1 = -1 \tag{2}$$

Limites laterais de $g(x)$ em $x = 2$: Como os limites são iguais, a função é contínua.

$$\lim_{x \to 2^+} 3x - 2 = 4 \tag{3}$$
$$\lim_{x \to 2^-} -x + 4 = 4 \tag{4}$$

A função f não é contínua em $x = 0$ e a função g é contínua em $x = 2$. Os gráficos são de f e g respectivamente.





■

Resolução (‖ Questão: 7.8.3 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{05}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{11}$ ‖)

Determine the values of x at which each of the functions defined by the following formulas is continuous:

a) $x^5 + 4x$

A função é contínua $\forall\ x$

b) $\frac{x}{1-x}$

Quando temos uma função dada como $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ em que $P(x)$ e $Q(x)$ são polinômios, a função é contínua para todo x em que $Q(x) \neq 0$

Portanto, a função deste item é contínua $\forall\ x \neq 1$

c) $\frac{x}{\sqrt{2-x}}$

A função é contínua $\forall\ x < 2$

d) $\frac{x}{x^2+1}$

A função é contínua $\forall\ x$

e) $\frac{x^8-3x^2+1}{x^2+2x-2}$

$x^2 + 2x - 2 \neq 0$

$\Delta = b^2 - 4.a.c = 2^2 - 4.1.(-2) = 12$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2 \cdot 1} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$\therefore\ x_1 = -1 + \sqrt{3}$ ou $x_2 = -1 - \sqrt{3}$

Assim a função é contínua para todo x em que $x \neq -1 + \sqrt{3}$ e $x \neq -1 - \sqrt{3}$

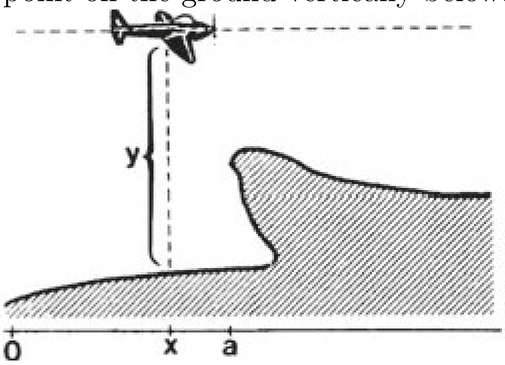
f) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{x^7}{(x+2)^{\frac{3}{2}}}$

A função é contínua $\forall\ x > 0$

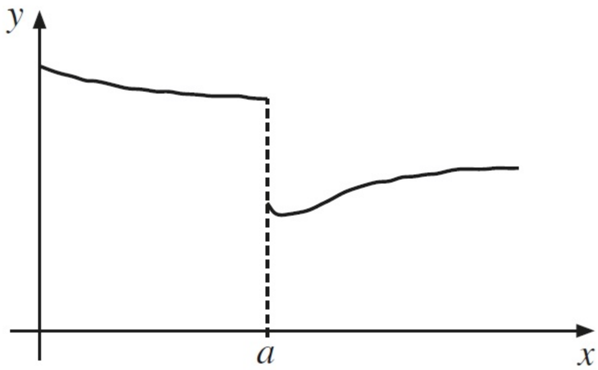
■

Resolução (‖ Questão: 7.8.4 ‖ Relator: x_{06} ‖ Revisor: x_{15} ‖)

Draw the graph of y as a function of x if y depends on the indicated in Fig. 7.8.6 - that is, y is the height of the aeroplane above the point on the ground vertically below. Is y a continuous function of x?



y não é uma função contínua de x, uma vez que há uma descontinuidade em $x = a$, como observa-se na imagem seguinte:



■

Resolução (‖ Questão: 7.8.5 ‖ Relator: x_{08} ‖ Revisor: x_{18} ‖)

For what value of a is the following function continuous for all x?

$$f(x) = \begin{cases} \text{ax - 1,} & \text{para } x \text{ menor ou igual a 1} \\ 3\text{x}^2 + 1, & \text{para x maior que 1} \end{cases}$$

Temos que para a função ser contínua, o gráfico que descreve $f(x)$ não pode ter nenhuma quebra. Como descrito pelo enunciado, quando $x = 1$, temos que $f(x) = a - 1$. Fazendo $\lim_{x\to 1^+} 3x^2 + 1 = \lim_{x\to 1^+} 3(1)^2 + 1 = 4$. Como deve haver uma "conexão" entre os valores de $f(x)$ para cada x (para garantir que não haja nenhuma quebra), igualaremos o valor de $f(x)$ para $x = 1$ com o valor do limite calculado acima, fazendo $a - 1 = 4$ de modo a obter $a = 5$. Assim, para $a = 5$, a função é contínua para todo x.

■

Resolução (‖ Questão: 7.8.6 ‖ Relator: x_{09} ‖ Revisor: x_{20} ‖)

Desenhe o gráfico de uma função que seja um-para-um em um intervalo, mas que não seja estritamente crescente nem estritamente decrescente. *(dica: f não pode ser contínua)*

(Gráfico desenhado no caderno)

■