Fundamentos de Processamento Gráfico

Aula 11

Processamento de Imagens

Morfologia Matemática

Transformada de Hough

Profa. Fátima Nunes

Morfologia matemática

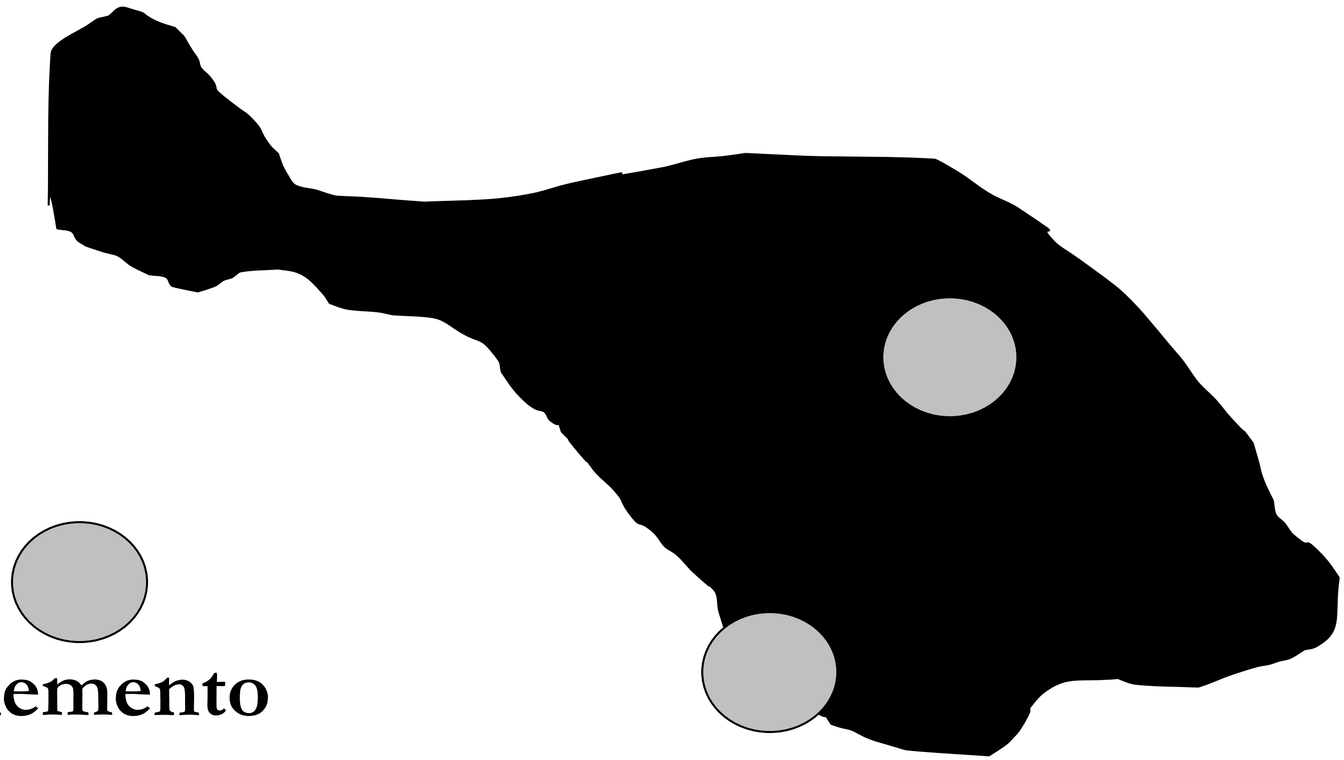
- Concentra-se na estrutura geométrica das entidades (objetos) presentes na imagem.
- Objetivo: extrair características da imagem associadas à geometria dos objetos.
- Inicialmente definida para imagens binárias, mas pode ser estendida para imagens em tons de cinza.
- Comparação de uma imagem com outra menor.
- Base: teoria dos conjuntos.

Morfologia matemática

- Elemento estruturante:
  - Conjunto completamente conhecido e definido (forma, tamanho) que é comparado, a partir de uma transformação, ao conjunto desconhecido da imagem.
  - Resultado da transformação permite avaliar o conjunto desconhecido.
    - Formato e tamanho do elemento estruturante possibilitam testar e quantificar de que maneira o elemento estruturante está ou não está contido na imagem

Morfologia matemática

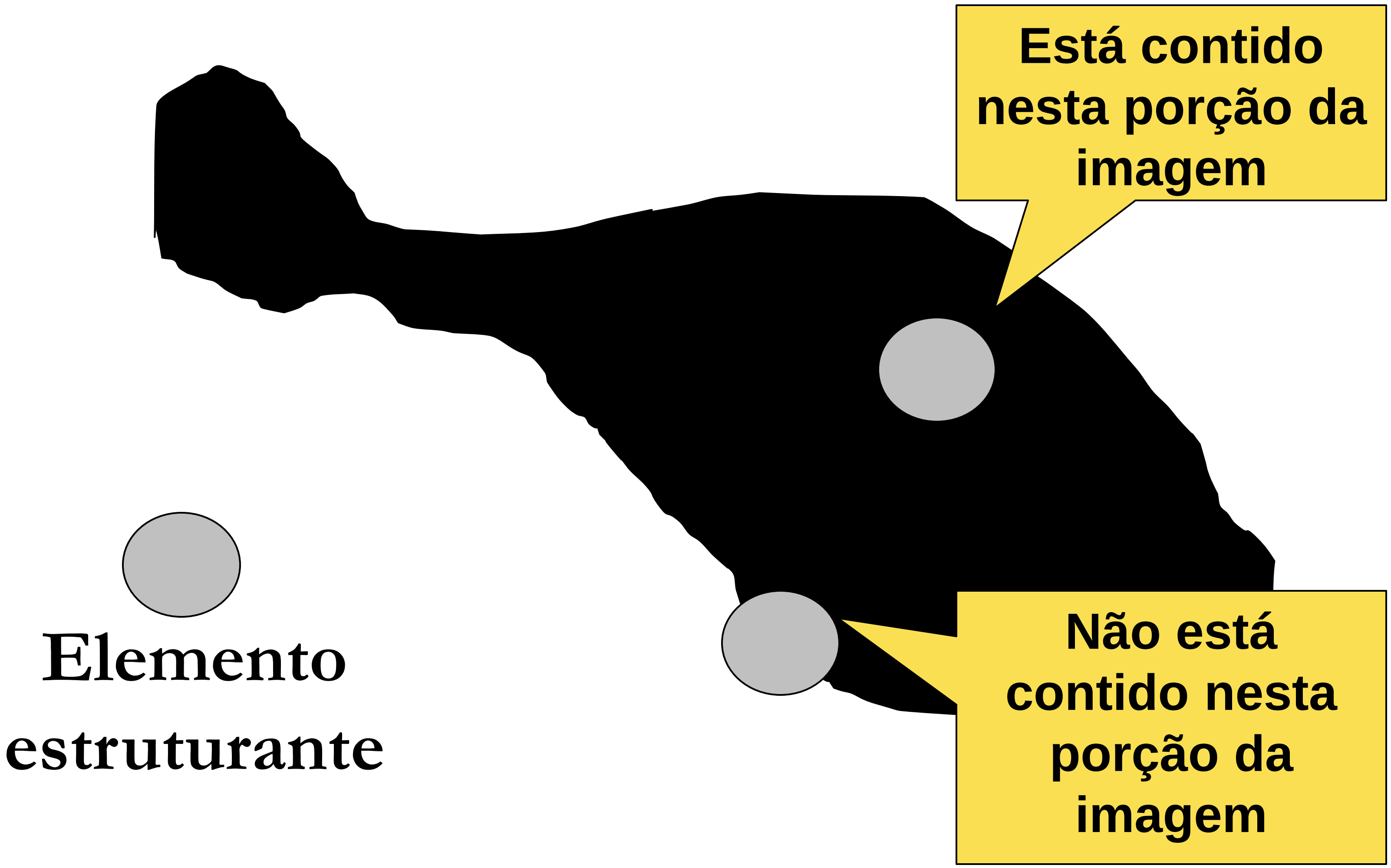
- Elemento estruturante:



Elemento
estruturante

Morfologia matemática

- Elemento estruturante:



Morfologia matemática

- Elemento estruturante:
  - No domínio espacial: templates com zeros e uns (célula cinza é o pixel de posicionamento central).

1
1
1
1

1	1	1	1	1

1	1
1	1

1	0	1

0	1	0
1	1	1
0	1	0

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Morfologia matemática

- **Conceitos básicos**
  - A e B: conjuntos de Z^2
  - $A=(a_1,a_2)$
  - $B=(b_1,b_2)$
  - $X=(x_1,x_2)$

Morfologia matemática

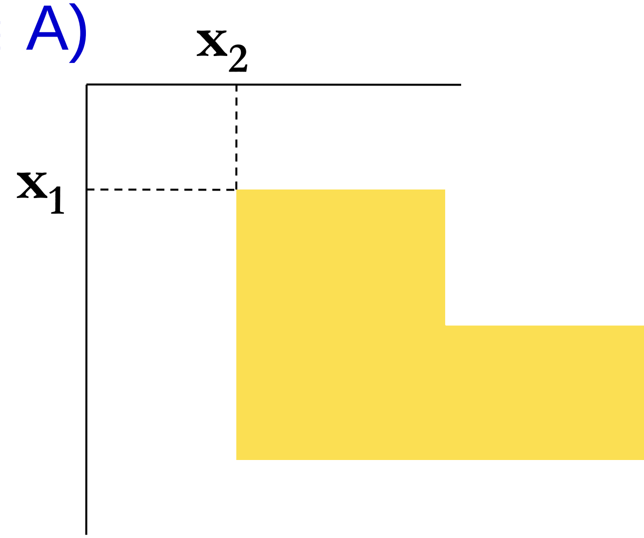
• Conceitos básicos

- A e B: conjuntos de Z^2
- $A=(a_1,a_2)$
- $B=(b_1,b_2)$
- $X=(x_1,x_2)$

Translação $(A)_x$: translação de A por X

$(A)_X = \{c \mid c = a + x, \text{ para } a \in A\}$

A



$(A)_x$

Morfologia matemática

- **Conceitos básicos**
  - A e B: conjuntos de Z^2
  - $A=(a_1,a_2)$
  - $B=(b_1,b_2)$
  - $X=(x_1,x_2)$

B_r : Reflexão de B

$B_r = \{x \mid x = -b, \text{ para } b \in B)$

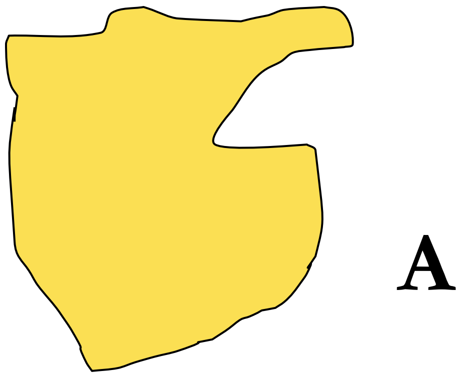
B

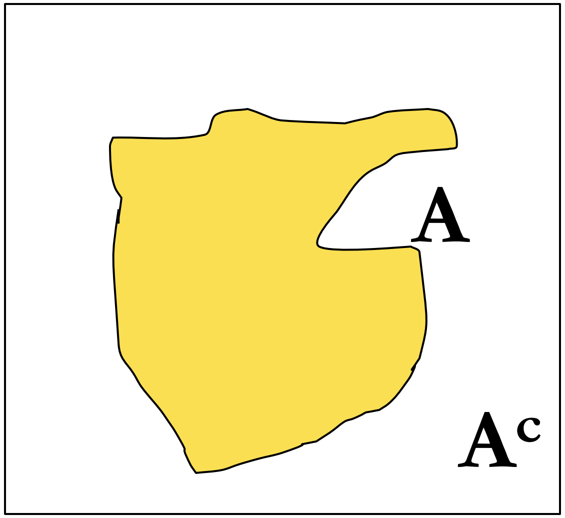
$\mathbf{B_r}$

- **Conceitos básicos**
  - A e B: conjuntos de Z^2
  - $A=(a_1,a_2)$
  - $B=(b_1,b_2)$
  - $X=(x_1,x_2)$

A^c : Complemento de A

$A^c = \{x \mid x \notin A\}$



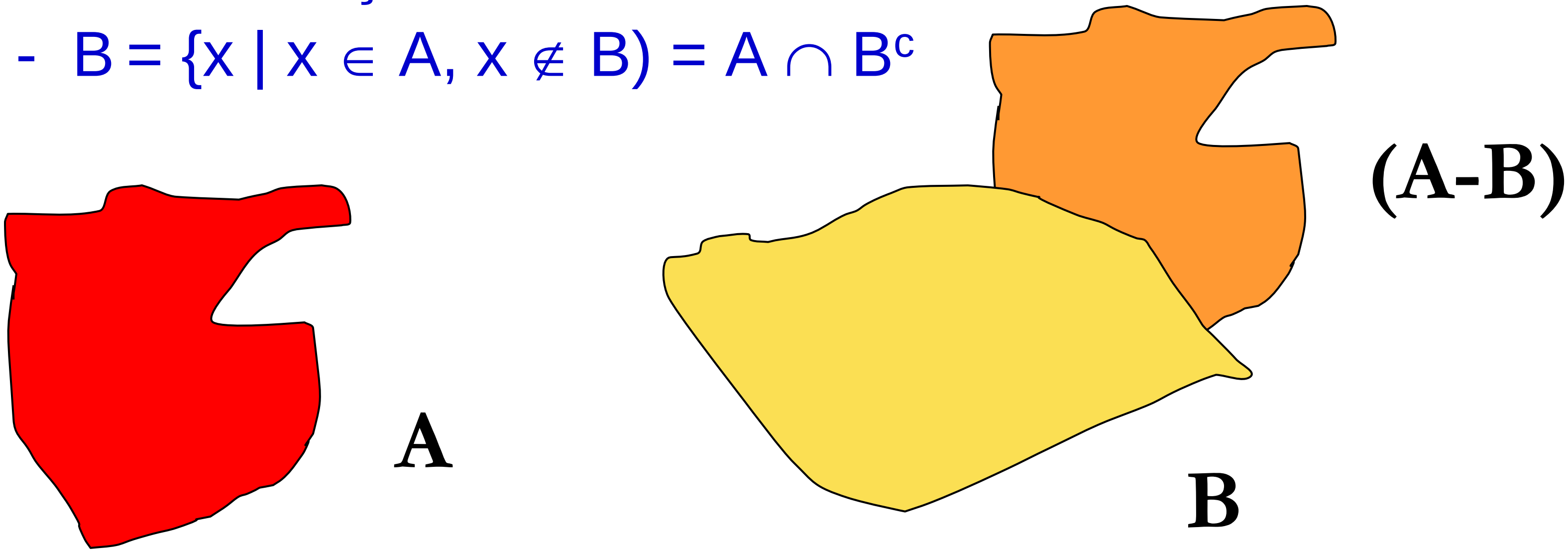


Morfologia matemática

- **Conceitos básicos**
  - A e B: conjuntos de Z^2
  - $A=(a_1,a_2)$
  - $B=(b_1,b_2)$
  - $X=(x_1,x_2)$

A - B : Diferença entre A e B

$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B) = A \cap B^c$



Profa. Fátima L. S. Nunes

- **Erosão**

Erosão de A por B : $A \Theta B$

$A \Theta B = \{x \mid (B)_x \subseteq A\}$

(B é o elemento estruturante)

Erosão: conjunto de todos os pontos ***x*** tais que ***B***, quando transladado por ***x***, fique contido em ***A***

- **Erosão**

Erosão de A por B : $A \Theta B$

$A \Theta B = \{x \mid (B)_x \subseteq A\}$

(B é o elemento estruturante)

Processo de aplicação do template:

– Posicionar o pixel central do elemento estruturante em cada pixel da imagem que pertence ao objeto (valor 1)

– Se qualquer dos pixels vizinhos (que têm valor 1 no template) pertencerem ao fundo, o pixel pertencente ao objeto é transformado em fundo.

- **Erosão**

  Erosão de A por B : A Θ B

  $A \ominus B = \{x \mid (B)_x \subseteq A\}$

  (B é o elemento estruturante)

0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1

Pixel de interesse

Morfologia matemática

- **Erosão**

  Erosão de A por B : A Θ B

  $A \ominus B = \{x \mid (B)_x \subseteq A\}$

  (B é o elemento estruturante)

0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1

Algum daqueles que são “1” no template é zero na imagem?

- **Erosão**

  Erosão de A por B : A Θ B

  $A \ominus B = \{x \mid (B)_x \subseteq A\}$

  (B é o elemento estruturante)

0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1

Algum é zero?
SIM.

- **Erosão**

Erosão de A por B : A Θ B

$A \ominus B = \{x \mid (B)_x \subseteq A\}$

(B é o elemento estruturante)

0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1

Pixel de interesse passa para ZERO.

Qual resultado após aplicar template em todos os pixels da imagem?

Morfologia matemática

- **Erosão**

Erosão de A por B : A Θ B

$A \ominus B = \{x \mid (B)_x \subseteq A\}$

(B é o elemento estruturante)

0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1

Pixel de interesse passa pra ZERO.

Aumenta “buracos”

Morfologia matemática

- **Dilatação**

  Dilatação de A por B : $A \oplus B$

  $A \oplus B = \{x \mid (B_r)_x \cap A \; \emptyset\}$

  (B é o elemento estruturante)

  Processo:

  – Reflexão de ***B*** em torno da origem

  – Translação da reflexão por ***x***

  – Dilatação: conjunto de todos os deslocamentos ***x*** tais que ***B**$_r$* e ***A*** sobreponham-se em pelo menos um elemento não nulo, transformando equação anterior em:

  $A \oplus B + \{x \mid [(B_r)_x \cap A] \subseteq A\}$

- **Dilatação**

Dilatação de A por B : $A \oplus B$

$A \oplus B = \{x \mid (B_r)_x \cap A \; \emptyset\}$

(B é o elemento estruturante)

Processo de aplicação do template:

– Posicionar o pixel central do elemento estruturante em cada pixel da imagem que pertence ao **fundo** (valor 0)

– Se qualquer dos pixels vizinhos (iguais a 1 no template) pertencerem ao objeto, o pixel pertencente ao fundo é transformado em objeto.

- **Dilatação**

Dilatação de A por B : $A \oplus B$

$A \oplus B = \{x \mid (B_r)_x \cap A\ \emptyset\}$

(B é o elemento estruturante)

0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1

Pixel de interesse
(pertencente ao fundo)

Morfologia matemática

- **Dilatação**

Dilatação de A por B : $A \oplus B$

$A \oplus B = \{x \mid (B_r)_x \cap A \ \varnothing\}$

(B é o elemento estruturante)

0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	[illegible]
0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1

Alguns dos vizinhos (valor 1 no elemento estruturante) pertence ao objeto?

- **Dilatação**

Dilatação de A por B : $A \oplus B$

$A \oplus B = \{x \mid (B_r)_x \cap A \varnothing\}$

(B é o elemento estruturante)

0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1

Alguns dos vizinhos (valor 1 no elemento estruturante) pertence ao objeto?
SIM !!!

Morfologia matemática

- **Dilatação**

  Dilatação de A por B : $A \oplus B$

  $A \oplus B = \{x \mid (B_r)_x \cap A\ \emptyset\}$

  (B é o elemento estruturante)

0	**1**	**0**
1	**1**	**1**
0	**1**	**0**

0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
0	**1**	**1**	**1**	**1**	[illegible]
0	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
0	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**
0	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**
0	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
0	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**

Pixel de interesse era zero (fundo) e passa para 1 (objeto)

Morfologia matemática

- **Dilatação**

Dilatação de A por B : $A \oplus B$

$A \oplus B = \{x \mid (B_r)_x \cap A \varnothing\}$

(B é o elemento estruturante)

0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1

Pixel de interesse era zero (fundo) e passa para 1 (objeto)

O que acontece após aplicar template na imagem toda?

- **Dilatação**

Dilatação de A por B : $A \oplus B$

$A \oplus B = \{x \mid (B_r)_x \cap A \; \varnothing\}$

(B é o elemento estruturante)

0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1

Pixel de interesse era zero (fundo) e passa para 1 (objeto)

Preenchimento dos "buracos"

- **Exemplos**

Fonte: Solomon, C.; Brechon, T. Fundamentos de Processamento Digital de Imagens: uma abordagem prática com exemplos em Matlab, Editora LTC, 2013.

Figura 8.5 Ilustração de um simples uso de dilatação para juntar pequenas falhas em um contorno (ima
por cortesia de C.J. Solomon, M. Seeger, L. Kay e J. Curtis, 'Automated compact parametric representatio
impact craters', *Int. J. Impact Eng.*, vol. 21, no. 10, 895–904 (1998)).

- **Exemplos**

Fonte: Solomon, C.; Brechon, T. Fundamentos de Processamento Digital de Imagens: uma abordagem prática com exemplos em Matlab, Editora LTC, 2013.

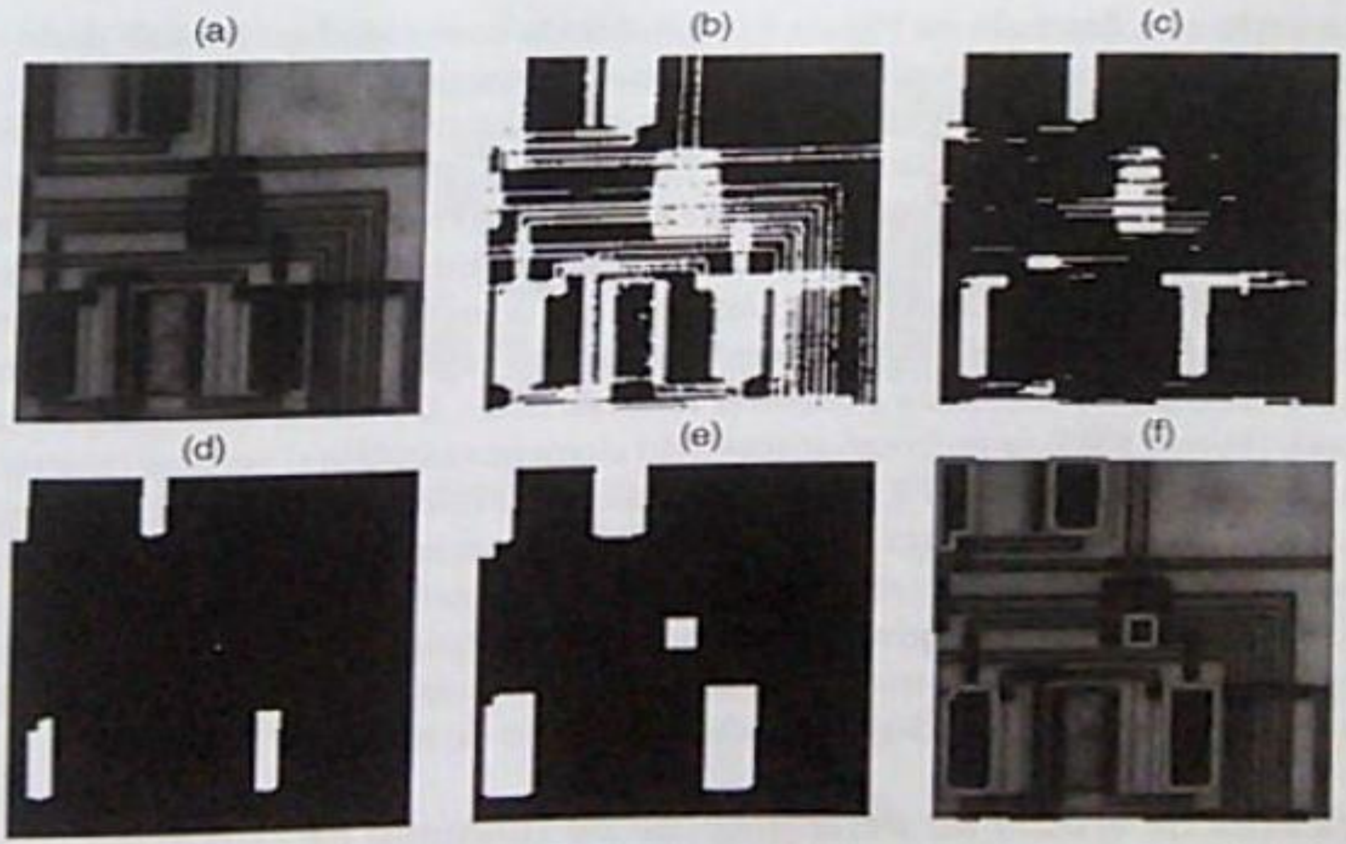


Figura 8.6 Uso de dilatação e erosão para identificar características baseadas em forma: (a) original; (b) resultado após aplicação de limiar; (c) após erosão com reta horizontal; (d) após erosão com reta vertical; (e) após dilatação com as mesmas retas vertical e horizontal; (f) fronteira de objetos remanescentes sobrepostas ao original.

Morfologia matemática

- **Abertura**

  Abertura de A por B : A ○ B

  A ○ B = (A Θ B) ⊕ B

  (B é o elemento estruturante)

  – Suaviza o contorno de uma imagem, quebra istmos estreitos e elimina protusões finas
  – União de todas as translações de B que estão contidas em A

Morfologia matemática

- **Fechamento**

  Fechamento de A por B : $A \bullet B$

  $A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$

  (B é o elemento estruturante)

  – Também suaviza o contorno, mas funde as quebras em golfos finos, elimina pequenos buracos e preenche fendas de um contorno
  – União de todas as translações de B que não estão contidas em A

Profa. Fátima L. S. Nunes

- **Exemplo: Abertura e Fechamento**

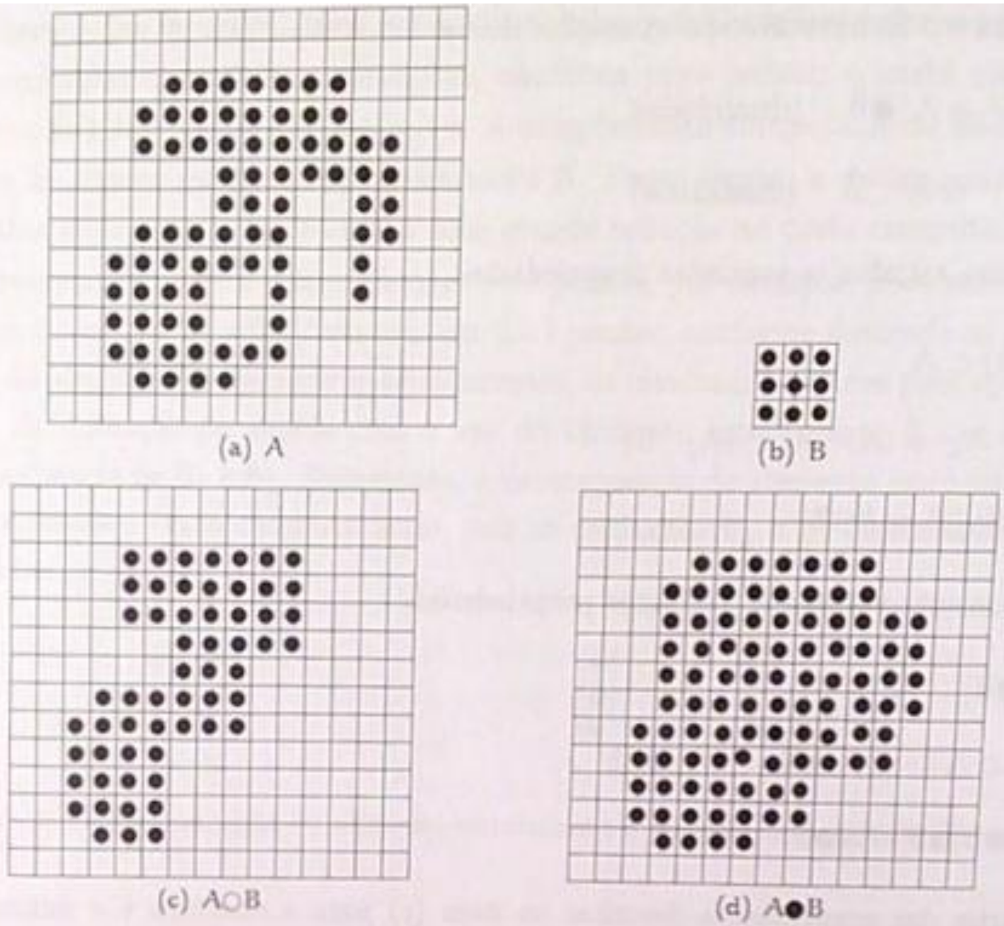


Figura 9.11: Operações de abertura e fechamento. (a) imagem original; (b) elemento estruturante; (c) resultado da abertura; (d) resultado do fechamento.

Fonte: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008.

- **Transformada hit-or-miss (acerto ou erro)**

$A \circledast (B_1, B_2) = (A \Theta B_1) \cap (A^c \Theta B_2) =$

$\varepsilon(A, B_1) \cap \varepsilon(A^c, B_2)$

(B_1,B_2 são elementos estruturantes distintos)

$A \circledast B$: Todos os pontos nos quais, simultaneamente, B_1 coincide com um subconjunto de pixels de A, e B_2 em A^c.

Generaliza-se $B=(B_1, B_2)$:

- B_1 : conjunto formado por elementos de B associados a um objeto
- B_2 : conjunto de elementos associados ao complemento do objeto (fundo)

Morfologia matemática

- **Transformada hit-or-miss (acerto ou erro)**

$A \circledast (B_1, B_2) = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2) =$

$\varepsilon(A, B_1) \cap \varepsilon(A^c, B_2)$

(B_1,B_2 são elementos estruturantes distintos)

$A \circledast B$: localização de todos os pixels que coincidem com o conjunto B_1 (acerto) e que não coincidem com o conjunto B_2 (erro).

Morfologia matemática

- **Exemplo Transformada hit-or-miss**

Elementos estruturantes para identificar cantos superiores esquerdos em objetos:

0	0	0
0	1	1
0	1	X

B_1

1	1	1
1	0	0
1	0	X

B_2

Localização de pixels que possuam vizinhos ao sul e a leste da origem (acertos). "X" indica que ponto pode assumir zero ou 1.

Localização de pixels que não possuam vizinhos na posição norte, nordeste, noroeste, oeste e sudoeste da origem (erros). "X" indica que ponto pode assumir zero ou 1.

Fonte: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008.

Morfologia matemática

• Exemplo Transformada hit-or-miss

Detecção de cantos em objetos

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

X	**1**	**X**
0	**1**	**1**
0	**0**	**X**

B_1

X	**1**	**X**
1	**1**	**0**
X	**0**	**0**

B_2

X	**0**	**0**
1	**1**	**0**
X	**1**	**X**

B_3

0	**0**	**X**
0	**1**	**1**
X	**1**	**X**

B_4

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008.

Morfologia matemática

- ## Exemplo Transformada hit-or-miss

Detecção de cantos em objetos

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

X	1	X
0	1	1
0	0	X

B_1

X	1	X
1	1	0
X	0	0

B_2

X	0	0
1	1	0
X	1	X

B_3

0	0	X
0	1	1
X	1	X

B_4

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0											
0											
0											
0											
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

B_1 a B_4: padrões de acerto
Devem ser usados outros 4 elementos estruturantes disjuntos que represente padrões de erro.

Fonte: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008.

Morfologia matemática

- **Aplicações de morfologia em imagens binárias**
  - Extração de bordas: E(A)

E(A) = A – (A Θ B)

Erosão de A por B, seguida da diferença de conjuntos entre A e sua erosão: também chamada de *gradiente interno*

(B é um elemento estruturante adequado)

Exemplos:

1	**1**	**1**
1	**1**	**1**
1	**1**	**1**

0	**1**	**0**
1	**1**	**1**
0	**1**	**0**

Fonte: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008.

Morfologia matemática

- **Aplicações de morfologia em imagens binárias**
  - Extração de bordas: E(A)

$E(A) = (A \oplus B) - A$

Dilatação de A por B, seguida da diferença entre resultado e A: também chamada de *gradiente externo*

(B é um elemento estruturante adequado)

Exemplos:

1	**1**	**1**
1	**1**	**1**
1	**1**	**1**

0	**1**	**0**
1	**1**	**1**
0	**1**	**0**

Fonte: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008.

Morfologia matemática

- **Aplicações de morfologia em imagens binárias**
  - Extração de bordas: E(A)

$E(A) = (A \oplus B) - (A \ominus B)$

Soma entre gradiente externo e interno, também chamada de *gradiente morfológico*

(B é um elemento estruturante adequado)

Exemplos:

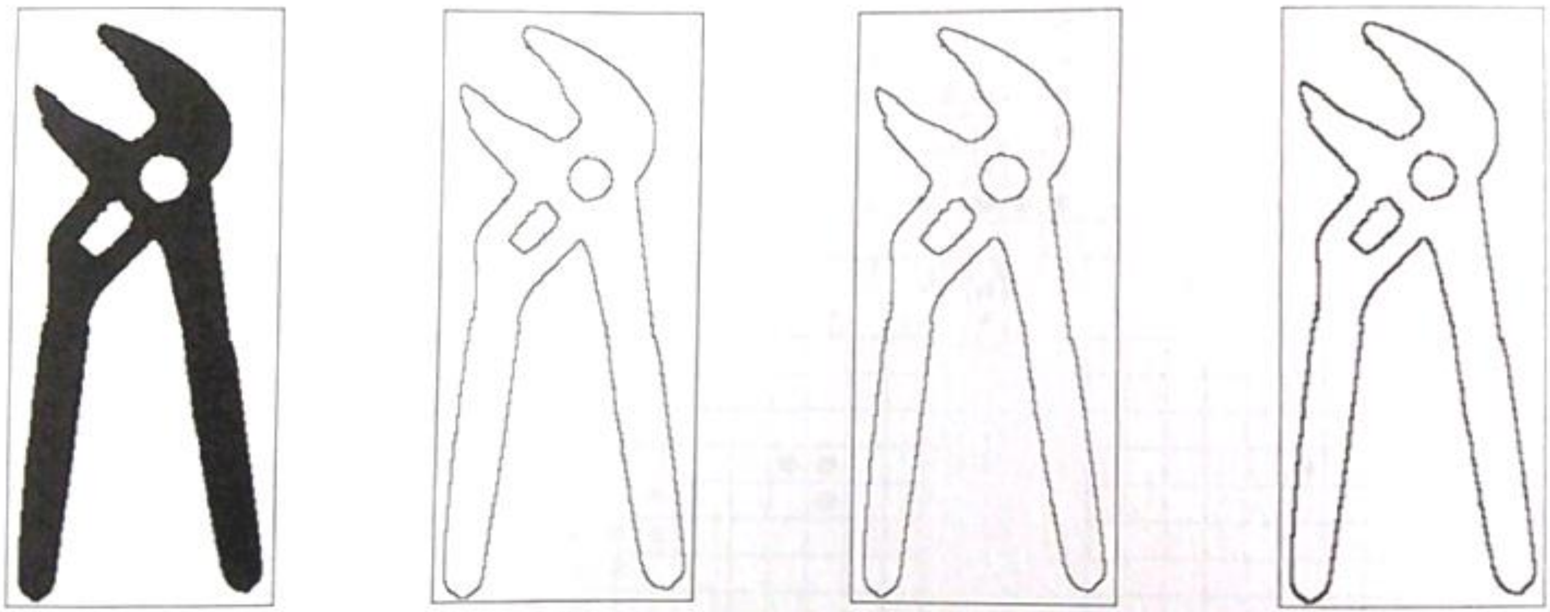
1	**1**	**1**
1	**1**	**1**
1	**1**	**1**

0	**1**	**0**
1	**1**	**1**
0	**1**	**0**

Fonte: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008.

Morfologia matemática

- **Exemplo de extração de bordas**



(a) (b) (c) (d)

Figura 9.15: Extração de bordas em imagem binária por meio de operador morfológico. (a) imagem binária; (b) gradiente interno; (c) gradiente externo; (d) gradiente morfológico.

Fonte: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008.

- **Preenchimento de regiões**
  - Uso de dilatação e operações de complementação e intersecção de conjuntos
  - Considerando que há uma borda conectada por vizinhança-8:
    - Escolhe-se pixel semente interno à borda (*p*)
    - Dilata-se região
    - Faz-se interseção do resultado com o complemento da borda

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \qquad k=1,2,.... \qquad X_0=p$$

Processo repetido até que não haja mudança entre duas iterações consecutivas **(**$X_k = X_{k-1}$**)**

Morfologia matemática

- **Preenchimento de regiões - exemplo**

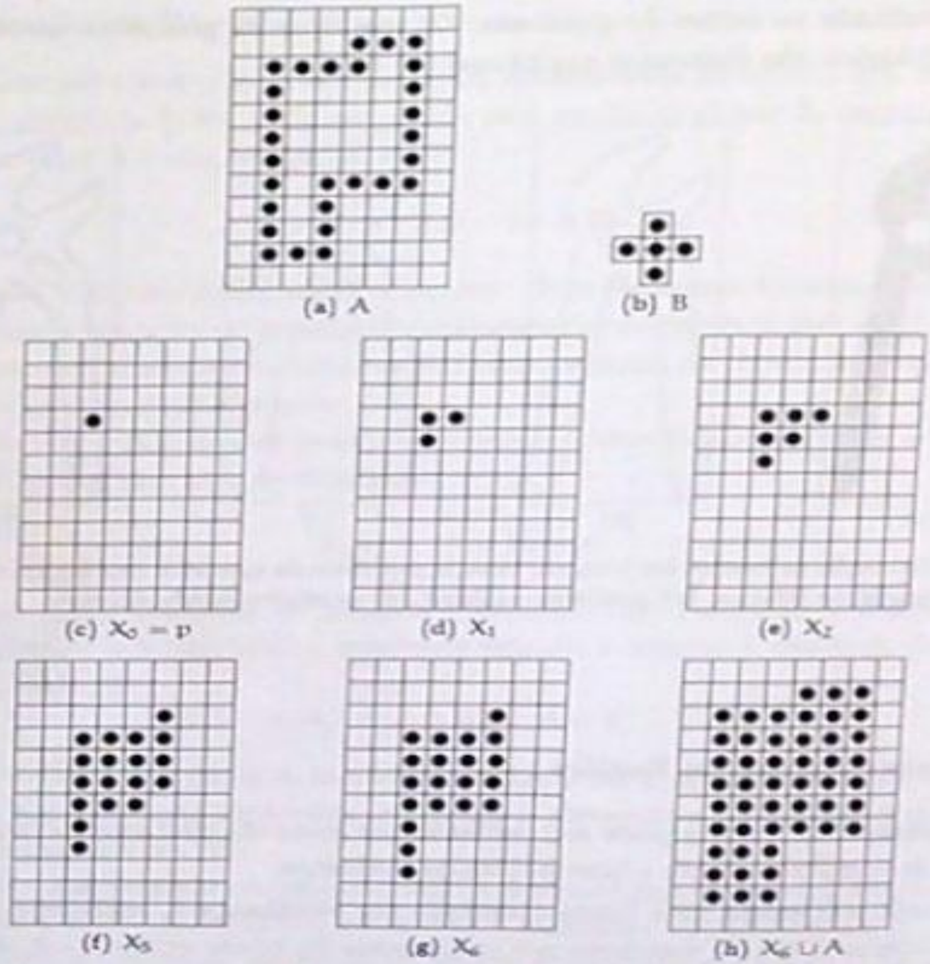


Figura 9.16: Preenchimento de regiões. (a) imagem A contendo a borda de um objeto; (b) elemento estruturante B; (c) ponto semente no interior da borda; (d)-(g) várias iterações utilizando a equação 9.25; (h) resultado final do preenchimento do objeto obtido pela união entre (a) e (g).

Fonte: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008.

Morfologia matemática

- **Outras operações**
  - Extração de componentes conexos
  - Fecho convexo
  - Afinamento e espessamento
  - Extração do esqueleto de objetos
  - Poda

Ver:

Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008

Morfologia matemática

- **Morfologia em imagens monocromáticas**
  - Em vez de valores iguais a zeros e uns, pixels da imagem e do elemento estruturante assumem valores no intervalo $[L_{min}, L_{max}]$
  - Aplicação dos elementos estruturantes é adaptada:
    - **Dilatação**: soma-se valores da imagem e do elemento estruturante e toma-se o valor máximo
    - **Erosão**: subtrai-se valores da imagem e do elemento estruturante e toma-se o valor mínimo
    - Demais operações seguem o mesmo processo

Transformada de Hough

- Detecção de um conjunto de pontos que pertencem a uma curva específica (reta, circunferência, elipse etc)

- Curvas: família no formato f(v,p) = 0

  v: vetor de coordenadas da curva

  p: vetor de parâmetros da curva

- Objetivo: dados pontos $p_i(x_i,y_i)$ na imagem, identificar quais pertencem a determinada curva

Transformada de Hough

- Detecção de retas

$$y = m\,x + b$$

m: declividade da reta

b: ponto de intersecção da reta com eixo y

- Para diferentes valores de **m** e **b,** infinitas retas passam por um ponto $p_1(x_1, y_1)$, todas satisfazendo a equação $y_1 = mx_1 + b$
- Colocando m e b como parâmetros na equação, tal que **x** e **y** sejam constantes, tem-se:

$$b = y - m\,x$$

Profa. Fátima L. S. Nunes

Transformada de Hough

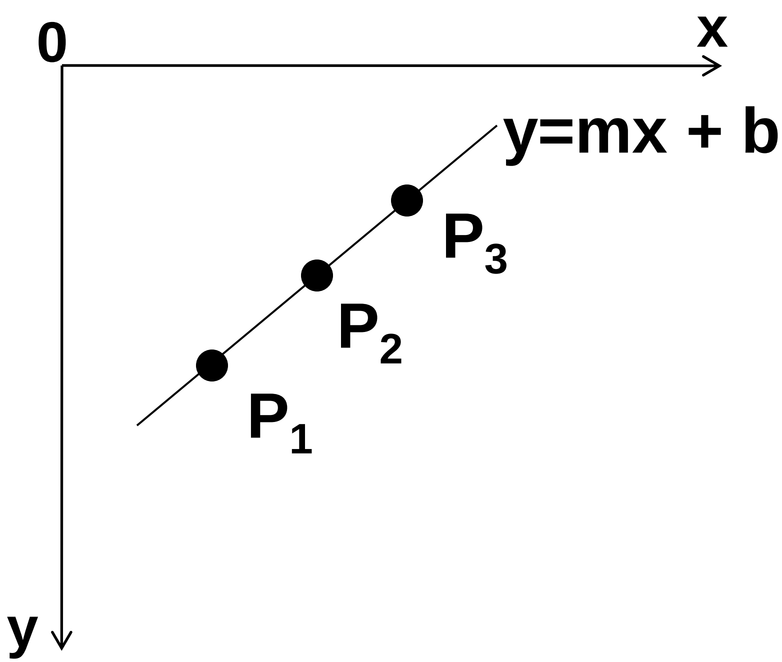
- Colocando **m** e **b** como parâmetros na equação, tal que **x** e **y** sejam constantes, tem-se:

$$b = y - m\,x$$

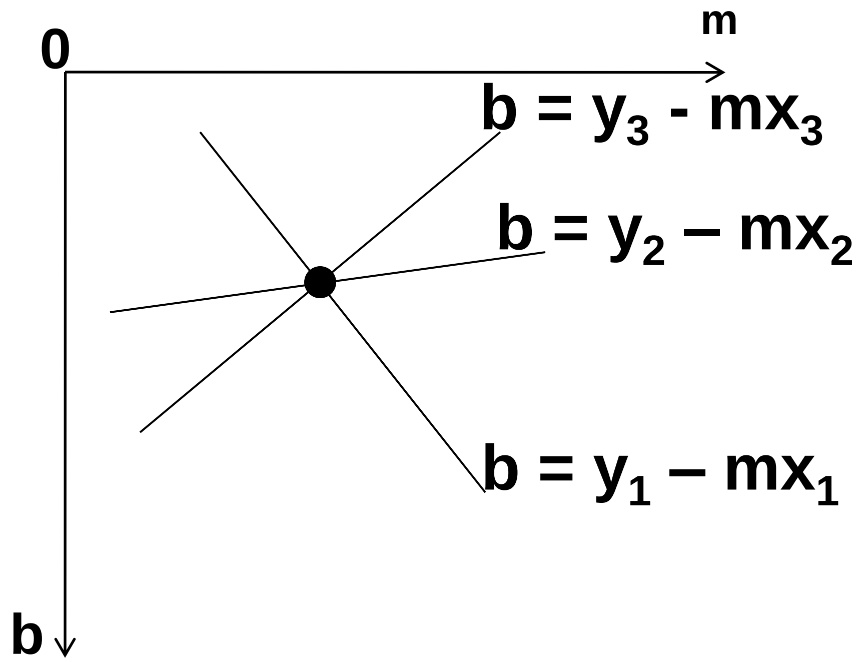
- Plano **mb** é conhecido como *espaço de parâmetros*
- Todas retas que passam pelo ponto $\mathbf{p_1}$ são representadas no espaço de parâmetros pela equação $b = y_1 - mx_1$. Idem para $b = y_2 - mx_2$
- Ponto (m,b) no espaço de parâmetros é comum a essas duas retas associadas aos pontos $\mathbf{p_1}$ e $\mathbf{p_2}$.
- De fato, todos o pontos colineares no plano da imagem se interceptam em um mesmo ponto no espaço de parâmetros.

Transformada de Hough

- Pontos nos quais muitas retas se interceptam no espaço de parâmetros correspondem a muitos pixels colineares no espaço da imagem: indicam uma reta em potencial na imagem



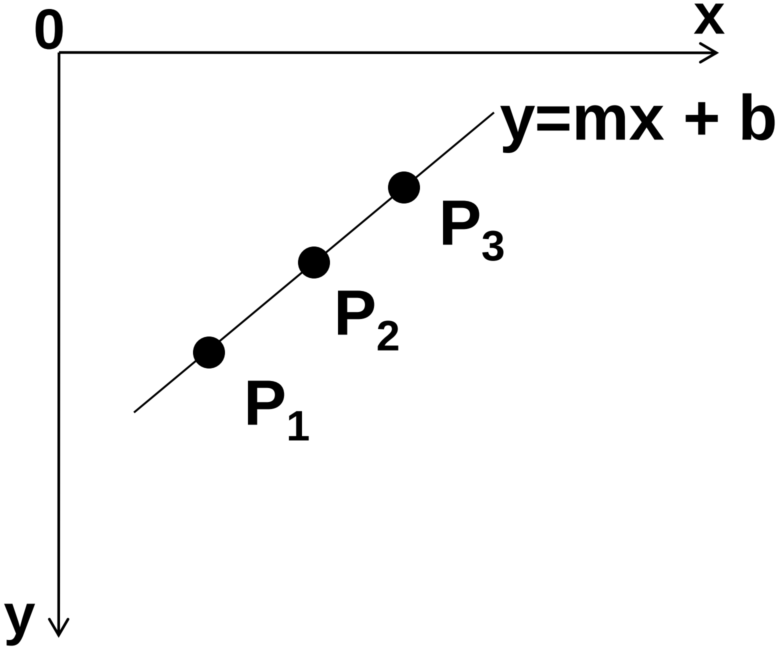
Plano da imagem



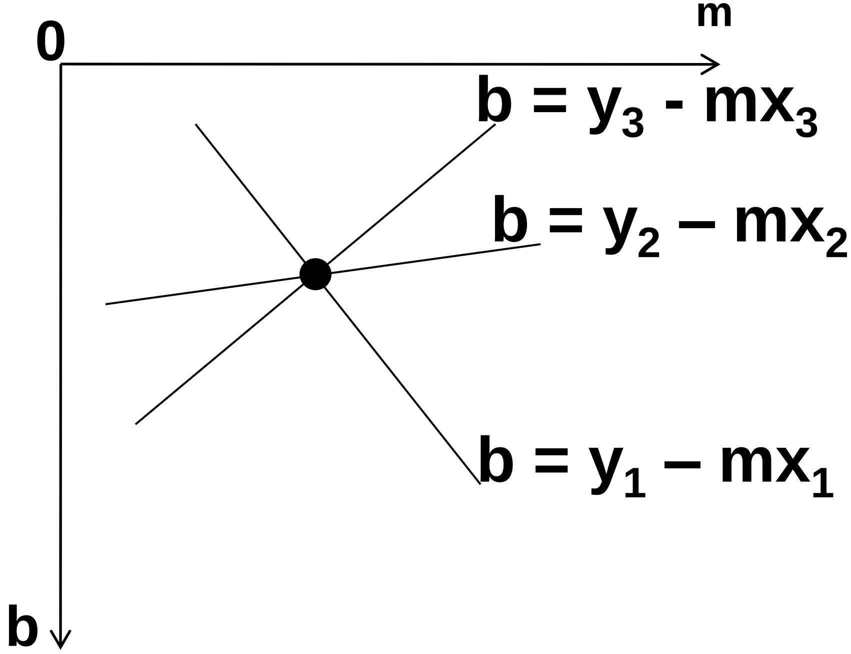
Espaço de parâmetros

Transformada de Hough

- Conceito é a base da transformada de Hough para detecção de retas:
  - pixels convertidos em retas no espaço (m,b);
  - ponto de intersecção de várias retas são localizados e agrupados em segmentos de retas



Plano da imagem

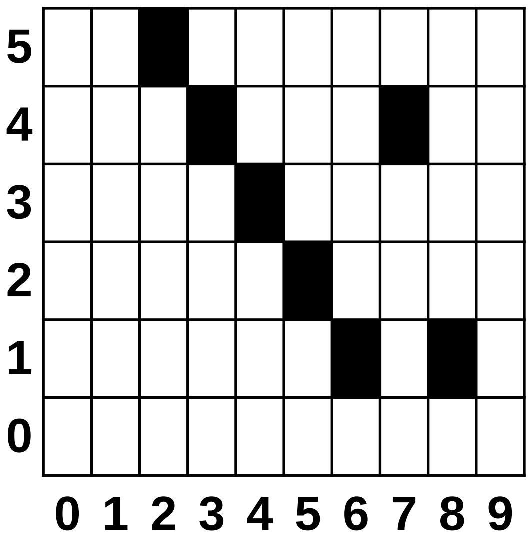


Espaço de parâmetros

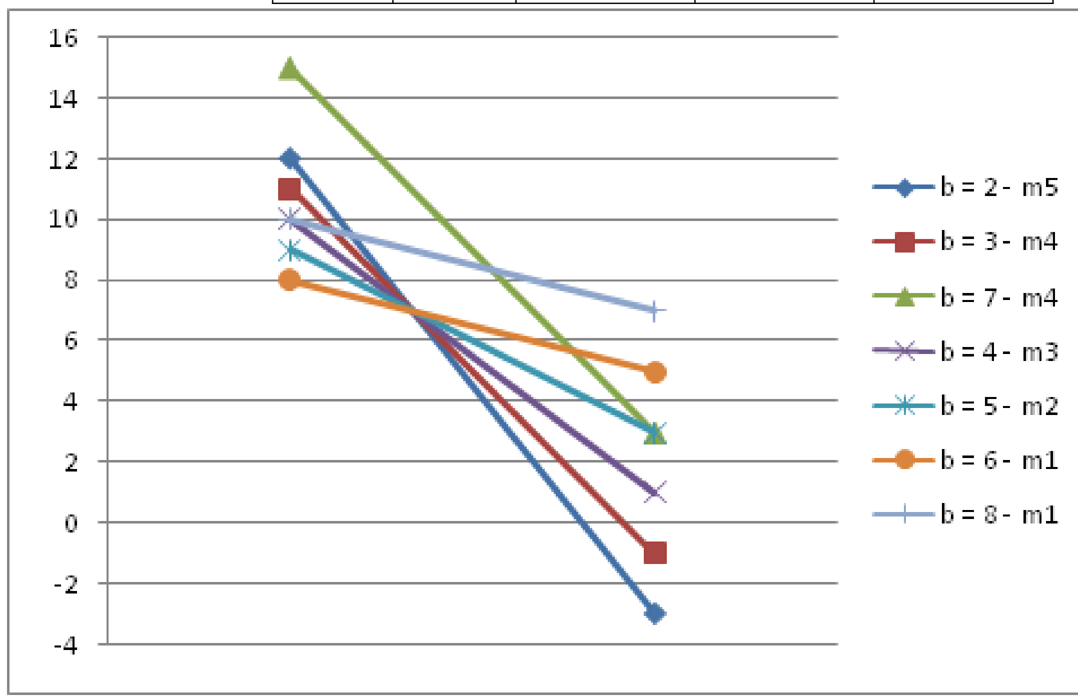
Transformada de Hough

- Exemplo

x	y	reta	b1 (m=-2)	b2 (m=1)
5	2	b = 2 - m5	12	-3
4	3	b = 3 - m4	11	-1
4	7	b = 7 - m4	15	3
3	4	b = 4 - m3	10	1
2	5	b = 5 - m2	9	3
1	6	b = 6 - m1	8	5
1	8	b = 8 - m1	10	7



Plano da imagem



Espaço de parâmetros

Transformada de Hough

- Para evitar problemas com retas 'muito verticais' (declividade tendendo a infinito), usa-se equação da reta na forma polar:

$$\rho = x\cos\theta + y\text{sen}\theta$$

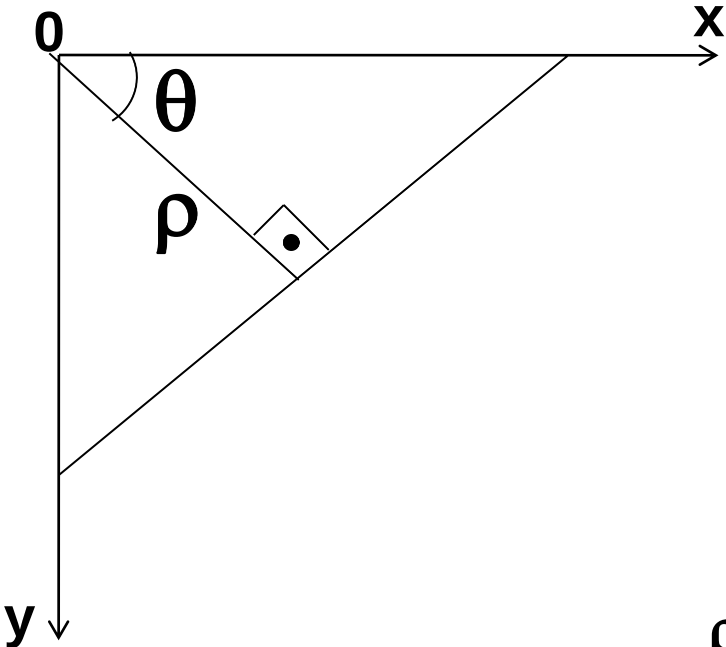
ρ=distância perpendicular da origem (0,0) à reta

θ=ângulo formado entre a reta perpendicular e o eixo x

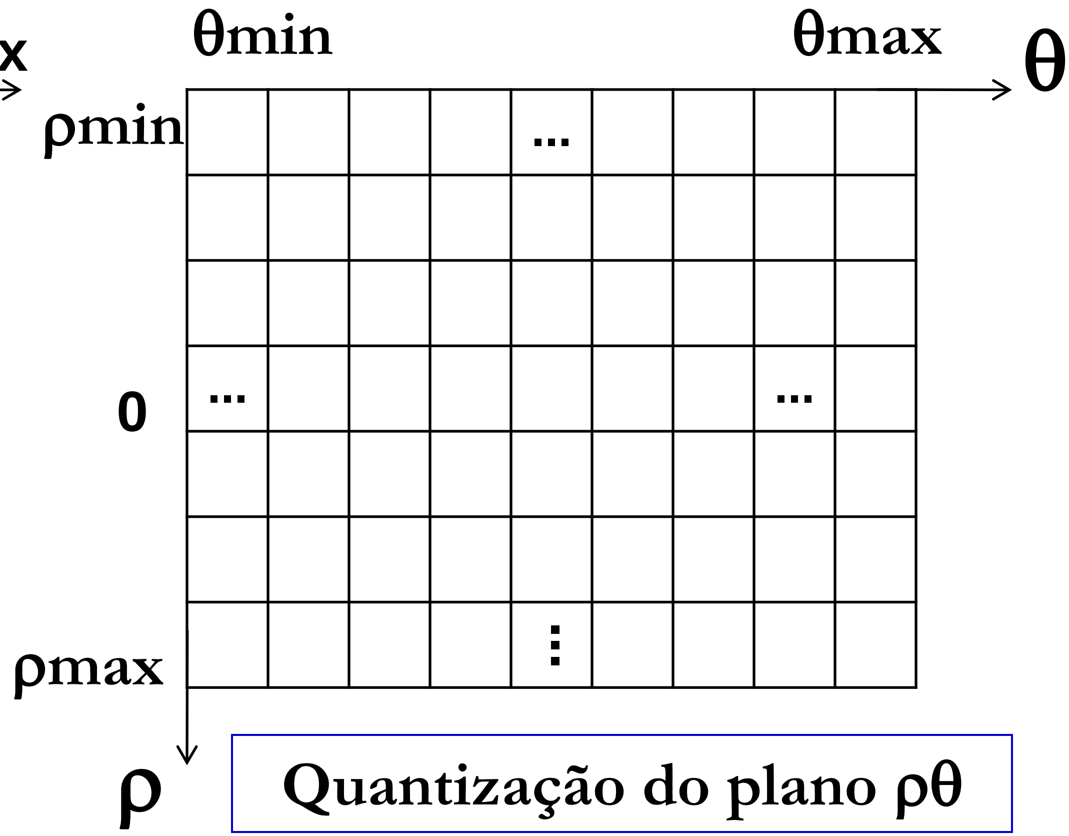
$$sen\theta = \frac{-1}{\sqrt{m^2+1}} \qquad \cos\theta = \frac{m}{\sqrt{m^2+1}} \qquad \rho = \frac{-b}{\sqrt{m^2+1}}$$

Transformada de Hough

- Para evitar problemas com retas ‘muito verticais’ (declividade tendendo a infinito), usa-se equação da reta na forma polar:



Reta na forma polar



Quantização do plano ρθ

Profa. Fátima L. S. Nunes

Transformada de Hough

- No espaço de Hough -- ou espaço (ρ,θ), pontos colineares no espaço (x,y) correspondem a curvas senoidais que se interceptam
- Para implementar:
  - Discretizar espaço (ρ,θ)
  - θ é medido em relação ao eixo x: valores possíveis variam de 0º a 180º *(se discretizar a cada 1º, a matriz* (ρ,θ) *terá 181 colunas)*
  - ρ varia de 0 a $\sqrt{M^2+N^2}$ para uma imagem de MxN pixels

Transformada de Hough

- Após discretização, cada célula do espaço (ρ,θ) é uma célula acumuladora com valor inicial = zero
- Para cada ponto (x,y) no espaço da imagem, k pontos colineares de uma reta $x\cos\theta + y\text{sen}\theta=\rho$ levam a k curvas senoidais no plano $\rho\theta$ que se interceptam em (ρ,θ) no espaço de parâmetros
- Incrementando-se θ e achando o valor de ρ correspodente, há k posições no acumulador associadas à célula determinada pelo ponto de intersecção (ρ,θ)

Transformada de Hough

- No final do processo, um valor k em uma célula corresponde a k pontos no plano $\rho\theta$ que satisfazem a equação da reta
- Precisão da colinearidade desses pontos é determinada pelo número de subdivisões no plano $\rho\theta$
- Valores mais altos no espaço de Hough correspondem aos parâmetros que caracterizam as retas da imagem
- Após detecção de pontos, determinam-se segmentos de reta correspondentes a cada par de parâmetros

Transformada de Hough

- Algoritmo

1. Discretizar o espaço de parâmetros (ρ,θ) em intervalos finitos
   Cada célula M(ρ,θ) no espaço de parâmetros é um acumulador
2. Inicializar todas as células do acumulador com valor zero
3. Para cada ponto (x,y) no espaço da imagem, calcular os valores de ρ e θ que satisfazem a equação da reta
4. Incrementar em 1 o acumulador M(ρ,θ)
5. Após a determinação dos parâmetros de todos os pontos no espaço da imagem, o os pontos de máximo (picos) na matriz de acumulação indicam forte evidência de retas na imagem

Transformada de Hough

- Detecção de circunferências:
  - Semelhante à detecção de retas, usando a equação

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

(a,b) e **r** são, respectivamente, as coordenadas do centro e o raio da circunferência

  - Matriz acumuladora tridimensional: para cada pixel (x,y), a célula de acumulação (a,b,r) é incrementada se o ponto (a,b) estiver à distância **r** do ponto **(x,y)**
  - Picos no espaço de parâmetros corresponderão aos centros das circunferências no plano da imagem
  - Algoritmo: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008

Transformada de Hough

- Detecção de outras curvas:
  - Ponto de referência (x_c,y_c) é escolhido no interior do objeto (exemplo: centróide)
  - Segmento de reta arbitrário é construído unindo ponto de referência a um ponto da borda
  - Constrói-se **tabela-R** para armazenar parâmetros ***r*** e α como uma função da direção da borda no ponto de intersecção
  - Cálculo dos parâmetros e algoritmo: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008

Exercícios (para entregar)

Para os exercícios a seguir, gere um único arquivo no formato PDF, com a solução dos exercícios na sequência solicitada.

1) Faça um programa que identifique as bordas em uma imagem e faça “emendas” usando morfologia matemática. Além do programa, você deve entregar dois exemplos de processamento de imagens reais, mostrando a imagem original e a imagem resultante após cada fase de processamento.

2) Faça um programa que construa o arranjo acumulador para detectar segmentos de retas em uma imagem bidimensional. Em seguida, use este programa com as imagens da aula 8 para identificar se uma linha presente em uma imagem é vertical, horizontal ou inclinada. Além do programa, você deve entregar pelo menos um exemplo de processamento com cada tipo de reta, mostrando a imagem original e a resposta do programa.

3) Encontre um artigo (que tenha sido publicado obrigatoriamente em periódico internacional) que use um dos assuntos estudados nesta aula para uma aplicação específica. Apresente uma resenha deste artigo (no máximo 20 linhas) explicando: o assunto abordado, eventual alteração feita para atender às necessidades da aplicação e os resultados obtidos.

Fundamentos de Processamento Gráfico

Aula 11

Processamento de Imagens

Morfologia Matemática

Transformada de Hough

Profa. Fátima Nunes