Escola Politécnica da Universidade de São Paulo



Numerical modeling of the post-cracking behavior of SFRC and its application on design of beams according to *fib* Model Code 2010

> Luís A. G. Bitencourt Jr. Yasmin Teixeira Trindade

> > São Paulo 01/11/2019



## Concreto Reforçado com Fibra de Aço (CRFA) Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC)



## Motivação

- O Utilização de modelos em multiescala com representação discreta das fibras:
  - Simular uma série de casos, variando o tipo, disposição e distribuição das fibras e sua interação com o concreto;
  - ✓ Modelar elementos estruturais de CA-CRFA a fim de verificar o comportamento previsto obtido em diretrizes e/ou normas;
  - Preencher as lacunas deixadas por testes experimentais, como o tratamento de problemas com condições de contorno arbitrárias, problemas envolvendo distribuições de tensão difusa e orientação preferenciais das fibras;



#### <u>Abordagens numéricas para a modelagem do comportamento</u> <u>pós-fissuração do CRFA</u>





#### Objetivos

Modelo numérico com representação discreta e explícita de fibras de aço (Bitencourt Jr., 2015, Bitencourt Jr. et al., 2019)

Avaliar o desempenho pós-fissuração do SFRC e sua aplicação no projeto de vigas RC-SFRC Avaliar a capacidade do modelo em capturar a - resposta do teste de caracterização de SFRC de acordo com EN 14651 (2005)

Obtenção dos parâmetros da interface fibra de concreto através da simulação numérica de ensaios EN 14651 (2005)

Verificar a capacidade do modelo numérico de capturar a resposta estrutural e o modo de falha na simulação de vigas RC e RC-SFRC testadas experimentalmente.

Dimensionar vigas RC e RC-SFRC de acordo com *fib* Model Code 2010 (2013) e analisar numericamente

Comparar as análises numéricas com as previsões de projeto em termos de ELS e ELU

# 2

# Modelo numérico

#### Representação discreta e explícita dos reforços



#### Interação reforço-concreto



Deslocamento  $\overline{\mathbf{U}}$  de um ponto material  $X_p$ :

 $\overline{\mathbf{U}}(\boldsymbol{X}_p) = \overline{\mathbf{N}}(\boldsymbol{X}_p)\overline{\mathbf{D}}$ 

Deslocamento relativo [[U]]:

$$\llbracket \mathbf{U} \rrbracket (\mathbf{X}_c) = \mathbf{D}_c - \overline{\mathbf{U}} (\mathbf{X}_c)$$
$$\mathbf{X}_c = (x_4, y_4)$$

deslocamento do nó de acoplamento Reescrevendo:

$$\llbracket \mathbf{U} \rrbracket(\boldsymbol{X}_c) = \mathbf{B}_e(\boldsymbol{X}_c) \mathbf{D}_e$$

$$\mathbf{B}_{e} = \begin{bmatrix} -\overline{\mathbf{N}}_{1}(\mathbf{X}_{c}) & -\overline{\mathbf{N}}_{2}(\mathbf{X}_{c}) & -\overline{\mathbf{N}}_{3}(\mathbf{X}_{c}) & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{D}_{e} = \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbf{D}_{1} & \mathbf{D}_{2} & \mathbf{D}_{3} & \mathbf{D}_{c} \end{array} \right\}$$

Interação reforço-concreto

Vetor de forças internas do CFE:

$$\mathbf{F}_{e}^{int} = \mathbf{B}_{e}^{T} \mathbf{F}(\llbracket \mathbf{U} \rrbracket)$$

Matrix de rigidez tangente do CFE:

$$\mathbf{K}_{e} = \frac{\partial \mathbf{F}_{e}^{int}}{\partial \mathbf{D}_{e}} = \mathbf{B}_{e}^{T} \mathbf{C}_{tg} \mathbf{B}_{e}$$
$$\mathbf{C}_{tg} = \frac{\partial \mathbf{F}(\llbracket \mathbf{U} \rrbracket)}{\partial \llbracket \mathbf{U} \rrbracket} \text{ (tangent operator)}$$



Interação reforço-concreto <u>Aderência perfeita</u>

 $\mathbf{F} = \mathbf{C}[\![\mathbf{U}]\!] = \mathbf{CB}_{\mathbf{e}}\mathbf{D}_{e}$  (força de reação)

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \tilde{C} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{C} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{C} \end{bmatrix}$$
(matriz de constantes elásticas)

 $\tilde{C} = 10^6$  to  $10^9$ N/mm (Bitencourt, 2015)

Quando as constantes elásticas tendem a um valor muito alto, as componentes do deslocamento relativo [[U]] tendem a zero.



#### Interação reforço-concreto <u>Perda de aderência</u>



Matriz de constantes elásticas (local)

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_n & 0 & 0 \\ 0 & c_s & 0 \\ 0 & 0 & c_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_n & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{c} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{c} \end{bmatrix} , \ c_n \ll \tilde{c}.$$



#### Interação reforço-concreto <u>Perda de aderência</u>

Força de reação nas direções (n, s, t):

 $f_n = \tau(\llbracket u_n \rrbracket) P L$  $f_s = \tilde{c} \llbracket u_s \rrbracket$  $f_t = \tilde{c}\llbracket u_t \rrbracket$  $L = (L_{ij} + L_{jk})/2$ 



#### Interação reforço-concreto

#### <u>Modelo de dano contínuo para descrever a interação reforço-</u> <u>concreto</u>

• O modelo constitutivo é integrado por meio de um esquema de integração implícitoexplícito (Impl-EX) (Oliver et al. (2008) and Prazeres et al. (2015))

Relação constitutiva:  $\tau = (1 - d)\overline{\tau}$ 

Tensão de cisalhamento efetiva:  $\overline{\tau} = c_n \llbracket u_n \rrbracket$ 

 $\mbox{Crit{\acute{e}rio}}\ \mbox{de danificação:} \quad \overline{\phi} = \mathbb{I}\,\overline{\tau}\,\mathbb{I} - r \leq 0$ 

Lei de evolução da variável interna:  $r = \max(\overline{\tau})$ 

Evolução da variável de dano:  $d = 1 - \frac{q(r)}{r}$ .

#### Interação reforço-concreto

#### <u>Modelo de dano contínuo para descrever a interação reforço-</u> concreto

#### Interação armadura-concreto

A relação entre a tensão de cisalhamento (tensão de aderência) e o deslizamento entre a armadura e o concreto proposta pelo *fib* Model Code 2010 (2013):



#### Interação reforço-concreto

#### <u>Modelo de dano contínuo para descrever a interação reforço-</u> <u>concreto</u> *Interação fibra-concreto*

Relação entre a tensão de cisalhamento (tensão de aderência) e o deslizamento entre a fibra com gancho e o concreto sugerida por Cunha (2010):

$$\tau(s) = \begin{cases} \tau_{max} \left(\frac{s}{s_1}\right)^{\alpha} & \text{if } s \leq s_1 \\ \tau_{max} - \frac{(\tau_{max} - \tau_f)(s - s_1)}{s_2 - s_1} & \text{if } s_1 \leq s \leq s_2 \\ \tau_f & \text{if } s > s_2 \end{cases}$$

e a correspondente lei de endurecimento/ amolecimento do modelo constitutivo definida em termos das variáveis interna de tensão e deformação:

$$q(r) = \begin{cases} \tau_{max} \left(\frac{r/c_n}{s_1}\right)^{\alpha} & \text{se} \quad 0 \le r/c_n \le s_1 \\ \tau_{max} - \frac{(\tau_{max} - \tau_f)(r/c_n - s_1)}{s_2 - s_1} & \text{se} \quad s_1 \le r/c_n \le s_2 \\ \tau_f & \text{se} \quad r/c_n > s_2 \end{cases}$$





#### Modelagem dos reforços <u>Modelo elastoplástico unidimensional</u>

Os reforços são representados por elementos finitos de dois nós (elementos de treliça)

$$y \qquad F_{iy}^{e}, D_{iy}^{e} \qquad F_{jy}^{e}, D_{jy}^{e} \qquad e \qquad F_{jy}^{e}, D_{jy}^{e} \qquad F_{jx}^{e}, D_{jx}^{e} \qquad F_{jx}^{e},$$

e seu comportamento é descrito por um modelo elastoplástico unidimensional:



#### Modelagem dos reforços <u>Distribuição das fibras de aço</u>





#### Modelagem dos reforços <u>Distribuição das fibras de aço</u>



## Modelagem do concreto Modelo de dano com duas variáveis de dano independentes (Cerveral et al., 1996) Relação constitutiva: $\boldsymbol{\sigma} = (1 - d^+) \bar{\boldsymbol{\sigma}}^+ + (1 - d^-) \bar{\boldsymbol{\sigma}}^-$

Tensão efetiva: 
$$\bar{\sigma} = \mathbf{C} : \varepsilon \begin{cases} \bar{\sigma}^+ = \langle \bar{\sigma} \rangle = \sum_{i=1}^3 \langle \bar{\sigma}_i \rangle \mathbf{p}_i \otimes \mathbf{p}_i \\ \bar{\sigma}^- = \bar{\sigma} + \bar{\sigma}^+ \end{cases}$$

Critério de danificação:  $\bar{\phi}^{+/-}(\bar{\tau}^{+/-}, r^{+/-}) = \bar{\tau}^{+/-} - r^{+/-} \le 0 \quad \begin{cases} \bar{\tau}^+ = \sqrt{\bar{\sigma}^+ : \mathbf{C}^{-1} : \bar{\sigma}^+} & \text{normalized strain } (\varepsilon/(\mathrm{ft/c0/E})) \\ \bar{\tau}^- = \sqrt{\sqrt{3} (K\bar{\sigma}_{oct}^- + \bar{\tau}_{oct}^-)} \end{cases}$ 

Lei de evolução da variável interna:  $r^{+/-} = \max(r_0^{+/-}, \overline{\tau}^{+/-})$ 

# $\begin{aligned} \text{Evolução da variável de dano:} & \frac{1}{A^+} = \frac{1}{2\overline{H}^+} \left( \frac{1}{l_{ch}} - \overline{H}^+ \right) \ge 0 \\ d^+ &= 1 - \frac{r_0^+}{r_0^+} e^{A^+ \left( 1 - \frac{r^+}{r_0^+} \right)} & e^{-d^-} = 1 - \frac{r_0^-}{r_0^-} \left( 1 - A^- \right) - A^- e^{B^- \left( 1 - \frac{r^-}{r_0^-} \right)} & \overline{H}^+ = (f_t)^2 / 2EG_f^+ \\ \bullet & O \mod c_{ch} = constituent in transformation (for the constituent in the formation (for the constituent in the consti$

O modelo constitutivo é integrado por meio do Impl-EX

Resumo

Interação reforçoconcreto

- CFE (coupling finite element)
- Modelo de dano contínuo para descrever a interação reforço-concreto
- aderência perfeita
- perda de aderência (fibras de aço e armadura)

#### Modelagem dos reforços

- Modelo elastoplástico unidimensional
- Elemento de treliça
- Distribuição das fibras de aço:
  - Distribuição isotrópica uniforme randômica
  - Geometria arbitrária
  - Projeção das fibras

#### Modelagem do concreto

Modelo de dano com duas variáveis de dano independentes (Cerveral et al., 1996) – Tração

– Compressão



#### Programas utilizados para a simulação numérica



3

Aplicações

#### Descrição das vigas





Geometrical and mechanical properties of the steel fibers.

Type of fiber	$DRAMIX^{\textcircled{R}} RC 80/60 BN$
Length $l_F$	$60\mathrm{mm}$
Diameter $d_F$	$0.75\mathrm{mm}$
Yield stress $\sigma_Y$	$1225\mathrm{MPa}$
Young's modulus $E_F$	$210\mathrm{GPa}$

Concrete parameters for the three-point bending tests - EN14651.

Characteristic compressive strength $f_{ck}$	$35\mathrm{MPa}$
Tensile strength $f_{ct}$	$2.35\mathrm{MPa}$
Young's modulus $E_c$	$35\mathrm{GPa}$
Poisson's ratio $v$	0.2
Fracture energy $G_f$	$100 \mathrm{N/m}$
Compression parameters	$A^- = 1.0$ and $B^- = 0.89$

Estudo de sensibilidade de malha: Concreto simples



#### Modelo mesoescala vs. Modelo multiescala concorrente

 $\frac{\text{concrete-fiber interaction } \tau_{bmax} = 8.5 \text{ MPa}, \ \tau_{bf} = 4.5 \text{ MPa}, \ \alpha = 0.4, \ s_1 = 0.01 \text{ mm}, \ s_2 = 6.5 \text{ mm}, \ c_n = 10^3 MPa/mm \text{ and } c_s = 10^6 MPa/mm.$ 



#### <u>Estudo de convergência do esquema de</u> <u>integração Impl-Ex</u>



# 3 Aplicações

#### Simulação numérica do ensaio de flexão de três pontos -EN 14651

#### Efeito do volume de fibra e da distribuição



Characteristic data of the finite element meshes.

Fiber content $V_{c}$	Number of elements					
Tiber content v <sub>f</sub>	two-noded trusses	three- noded triangular	four-noded triangular CFEs	total number of elements		
$15  \mathrm{kg/m^3}$	783	517 <mark>3</mark>	953	6909		
$30  \mathrm{kg/m^3}$	1578	5173	1923	8674		
$45  \mathrm{kg/m^3}$	2380	5173	2885	10438		

#### Efeito do volume de fibra e da distribuição

concrete-fiber interaction  $\tau_{bmax} = 8.5 \text{ MPa}, \tau_{bf} = 4.5 \text{ MPa}, \alpha = 0.4, s_1 = 0.01 \text{ mm}, s_2 = 0.01 \text{ mm}$ 

6.5 mm,  $c_n = 10^3 MPa/mm$  and  $c_s = 10^6 MPa/mm$ .



#### Efeito do volume de fibra e da distribuição



#### Efeito do volume de fibra e da distribuição



<u>Efeito do volume de fibra e da distribuição</u>



Processo de propagação da fissura



1 0.99444 0.98889 0.98333 0.97778 0.97222 0.96667 0.96111 0.95556 0.95



## 3 Aplicações

Previsão do comportamento das vigas de RC-SFRC <u>Dimensionamento de vigas de acordo com o MC2010</u>



Mechanical properties of the conventional rebars adopted.

Yield strength $f_y$ (for rebars with $\phi 5.0$ )	600 MPa
Yield strength $f_y$ (for all other rebars)	$500\mathrm{MPa}$
Young's modulus $E_s$	$200\mathrm{GPa}$

$$F = 123 \ kN$$

#### 3 Aplicações Previsão do comportamento das vigas de RC-SFRC <u>Dimensionamento de vigas de acordo com o MC2010</u> *Comportamento pós-fissuração do SFRC*



## 3 Aplicações Previsão do comportamento das vigas de RC-SFRC <u>Dimensionamento de vigas de acordo com o MC2010</u>

#### Comportamento pós-fissuração do SFRC



Residual strengths for rigid-plastic and linear models: fiber contents of 15 kg/m<sup>3</sup>, 30 kg/m<sup>3</sup> and 45 kg/m<sup>3</sup>

-	Fiber content	Rigid-plastic	Linear	
Results from	$(kg/m^3)$	$f_{Ftu}$ (MPa)	$f_{Fts}$ (MPa)	$f_{Ftu}$ (MPa)
	$15{ m kg/m^3}$	0.56	0.85	0.46
Experimental tests	$30{\rm kg/m^3}$	1.02	1.50	0.87
	$45\mathrm{kg/m^3}$	1.72	2.72	1.38
Numerical 1	$15{ m kg/m^3}$	0.38	0.67	0.27
	$30{ m kg/m^3}$	1.03	1.55	0.85
	$45\mathrm{kg/m^3}$	1.26	1.84	1.07
8	$15\mathrm{kg/m^3}$	0.50	0.82	0.39
Numerical 2	$30{ m kg/m^3}$	0.79	1.20	0.66
	$45\mathrm{kg/m^3}$	1.64	2.31	1.44

#### Aplicações Previsão do comportamento das vigas de RC-SFRC <u>Dimensionamento de vigas de acordo com o MC2010</u> <u>Estado Limite Último</u>

#### Flexão

3

$f_{Ftu}$ based on	Beam	$\begin{array}{c} \text{Rigid-}\\ A_s\\ (\text{cm}^2) \end{array}$	plastic $\Delta\%$	Linear $A_{\rm s}$ (cm <sup>2</sup> )	model $\Delta\%$	Adopted	
	RC		$A_s = A_s$	$4.0\mathrm{cm}^2$		$2 \cdot \phi_{16.0} \ (4.0 \mathrm{cm}^2)$	$\frac{f_{R1k}}{f_{Lk}} > 0.4$
Experimental	RC-SFRC $15 \text{ kg/m}^3$			-		$2 \cdot \phi_{100}$	and
tests	RC-SFRC $30  \mathrm{kg/m^3}$	3.67	8%	3.71	7%	$(4.0{\rm cm}^2)$	$f_{R3k}$ , or
	RC-SFRC $45 \text{ kg/m}^3$	3.45	14%	3.56	11%		$\frac{1}{f_{R1k}} > 0.5$
	RC-SFRC $15  \mathrm{kg/m^3}$			-		2.0100	
Numerical 1	RC-SFRC $30  \mathrm{kg/m^3}$	3.66	9%	3.72	7%	$(4.0{\rm cm}^2)$	
	RC-SFRC $45 \mathrm{kg/m^3}$	3.59	10%	3.65	9%		
	RC-SFRC $15 \mathrm{kg/m^3}$			-		2. 0100	
Numerical 2	RC-SFRC $30  \mathrm{kg/m^3}$	3.74	6%	3.78	6%	$(4.0\mathrm{cm}^2)$	
	RC-SFRC $45 \text{ kg/m}^3$	3.48	13%	3.54	12%		

Dimensionamento de vigas de acordo com o MC2010

#### maximum shear minimum shear maximum shear reinforcement reinforcement reinforcement φ6.3/150 Φ5.0/150 **\$6.3/150** $f_{Ftu}$ based on Max Min $\Delta\%$ Beam RC $\phi 6.3/150$ $\phi 5.0/150$ RC-SFRC $15 \text{ kg/m}^3$ \_ Experimental tests RC-SFRC $30 \text{ kg/m}^3$ $\phi 5.0/150$ steel fibers 47%RC-SFRC $45 \text{ kg/m}^3$ steel fibers steel fibers 100% Cisalhamento RC-SFRC $15 \text{ kg/m}^3$ Numerical 1 RC-SFRC $30 \text{ kg/m}^3$ steel fibers 47% $\phi 5.0/150$ RC-SFRC $45 \text{ kg/m}^3$ steel fibers steel fibers 100%RC-SFRC $15 \text{ kg/m}^3$ RC-SFRC $30 \text{ kg/m}^3$ $\phi 5.0/150$ steel fibers 47%Numerical 2 RC-SFRC $45 \text{ kg/m}^3$ steel fibers steel fibers 100%

#### Estado Limite Último

3

## Aplicações Previsão do comportamento das vigas de RC-SFRC <u>Dimensionamento de vigas de acordo com o MC2010</u>

Estado Limite de Serviço



Abertura de fissura

3

#### 3 Aplicações Previsão do comportamento das vigas de RC-SFRC <u>Dimensionamento de vigas de acordo com o MC2010</u> Estado Limite de Serviço

 $s_{rm}$  (mm) Reference values Beam  $\Delta\%$ distance between cracks, s<sub>rm</sub> (mm) RC 76 RC-SFRC  $15 \text{ kg/m}^3$ 24%58 Experimental tests RC-SFRC  $30 \text{ kg/m}^3$ 41%45RC-SFRC  $45 \text{ kg/m}^3$ 62% 29RC-SFRC  $15 \text{ kg/m}^3$ 18%62 RC-SFRC  $30 \text{ kg/m}^3$ Numerical 1 44 42%RC-SFRC  $45 \text{ kg/m}^3$ 49%39 RC-SFRC  $15 \text{ kg/m}^3$ 5922%Mean RC-SFRC  $30 \text{ kg/m}^3$ 33% Numerical 2 51 RC-SFRC  $45 \text{ kg/m}^3$ 30 61%

#### Distância média entre fissuras



## 3 Aplicações Previsão do comportamento das vigas de RC-SFRC <u>Dimensionamento de vigas de acordo com o MC2010</u>

#### Serviceability Limit State (SLS)

#### Deflexão

Reference values	Beam	$\delta_{ m SLS}( m mm)$	$\Delta\%$
	RC	4.31	
Experimental tests	RC-SFRC $15  \mathrm{kg/m^3}$	4.03	6%
	RC-SFRC $30  \mathrm{kg/m^3}$	3.80	12%
	RC-SFRC $45 \text{ kg/m}^3$	3.41	21%
Numerical 1	RC-SFRC $15  \mathrm{kg/m^3}$	4.09	5%
	RC-SFRC $30  \mathrm{kg/m^3}$	3.78	12%
	RC-SFRC $45 \text{ kg/m}^3$	3.69	14%
Numerical 2	RC-SFRC $15  \mathrm{kg/m^3}$	4.03	6%
	RC-SFRC $30  \mathrm{kg/m^3}$	3.91	9%
	RC-SFRC $45 \mathrm{kg/m^3}$	3.54	18%

 $\delta_{lim} = 7.2 \text{ mm}$ 



RC beam

#### RC-SFRC $15kg/m^3$



RC-SFRC  $30kg/m^3$ 



#### RC-SFRC 45 $kg/m^3$









#### 3 Aplicações Previsão do comportamento das vigas de RC-SFRC <u>fib Model Code 2010 x análises numéricas</u>



RC-SFRC

 $45 \,\mathrm{kg/m^3}$ 

0.10

0.08

38

29

3.61

3.41





# 4 Conclusões

- Os resultados mostraram que o uso desta abordagem numérica é muito promissora para ser empregado na:
  - Simulação do ensaio de caracterização EN 14651 (2005);
  - Simulação de vigas de RC-SFRC.
- Informações adicionais, como padrão de fissura, curvas de carga versus deslocamento, modo de falha e tensões nos reforços (fibras e amaduras convencionais)
- Os resultados obtidos nestas análises podem contribuir para melhor compreender os efeitos dos diferentes aspectos que envolvem o processo de falha do SFRC.
- Utilização da abordagem numérica para extrapolar as condições consideradas em laboratório e contribuir no projeto de elementos estruturais RC-SFRC, visando otimizar soluções estruturais.