

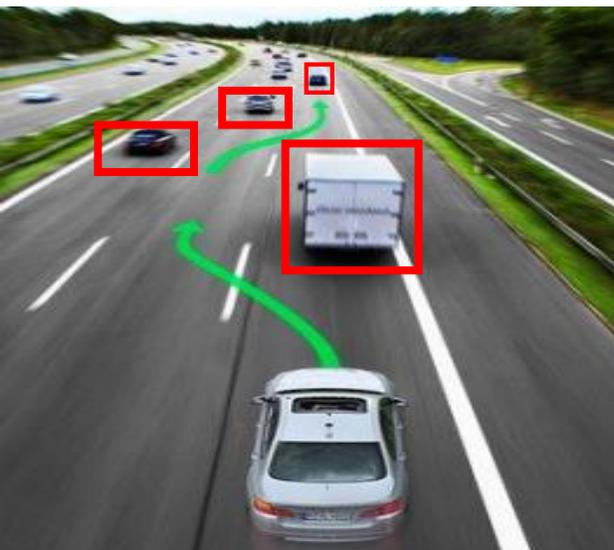


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Curso de Pós graduação em Engenharia Elétrica  
PSI5121 Sistemas Automotivos



# Veículos Autônomos

## Aula 3 - Modelagem



Prof. Leopoldo Yoshioka  
19 Novembro 2019

# Aula 1

- Highlights
- Taxonomias
- Percepção
- Planejamento e tomada de decisão

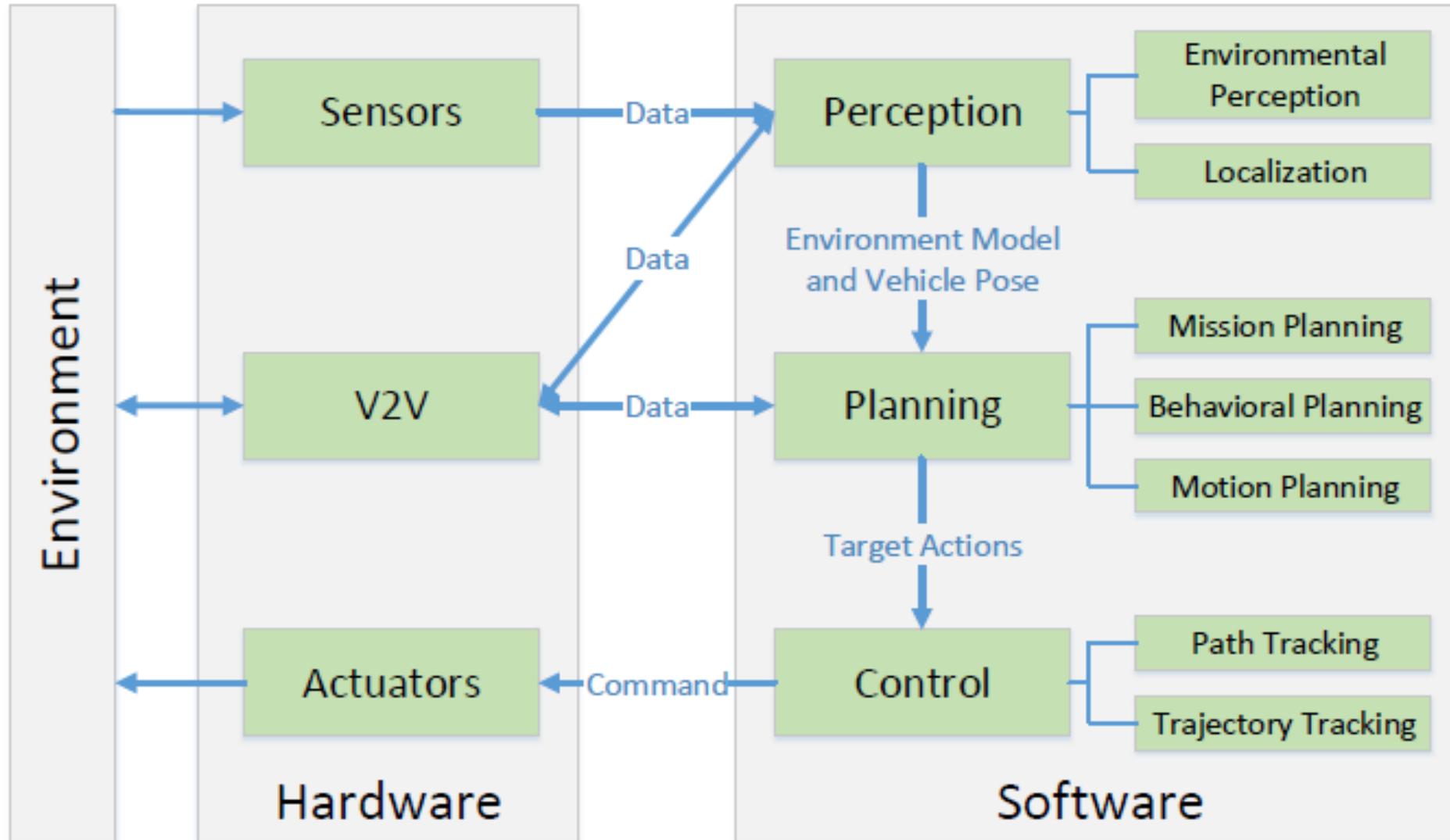
# Aula 2

- Especificação sensores
- Configuração de Hardware
- Arquitetura de Software

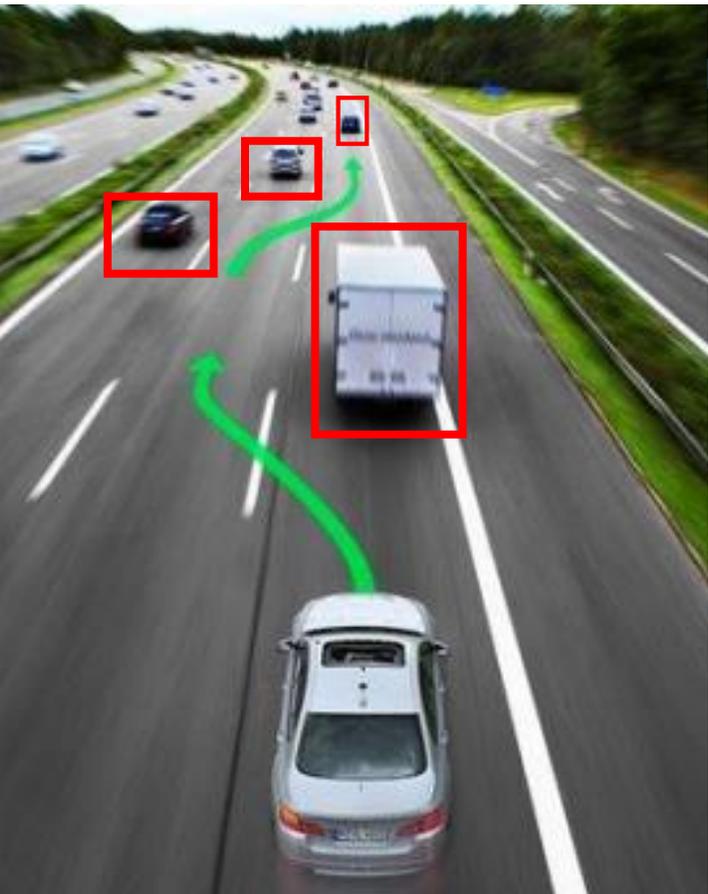
# Objetivos da Aula 3:

- Adquirir uma visão da arquitetura de controle do veículo autônomo
- Construir um modelo de dinâmica lateral e longitudinal do veículo autônomo
- Analisar os modelos do sistema de direção e sistema de tração

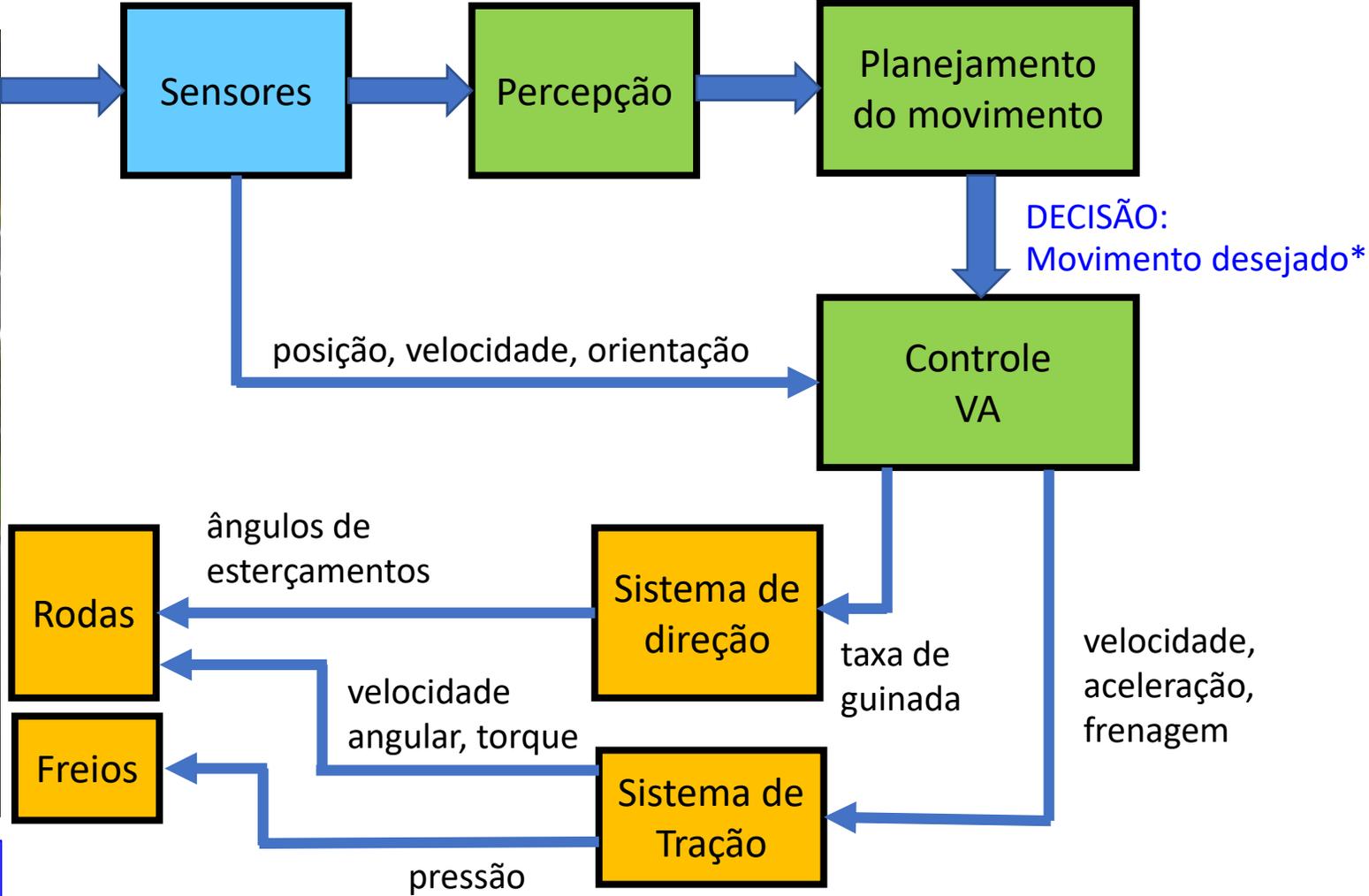
# Visão sistêmica da arquitetura de um veículo autônomo



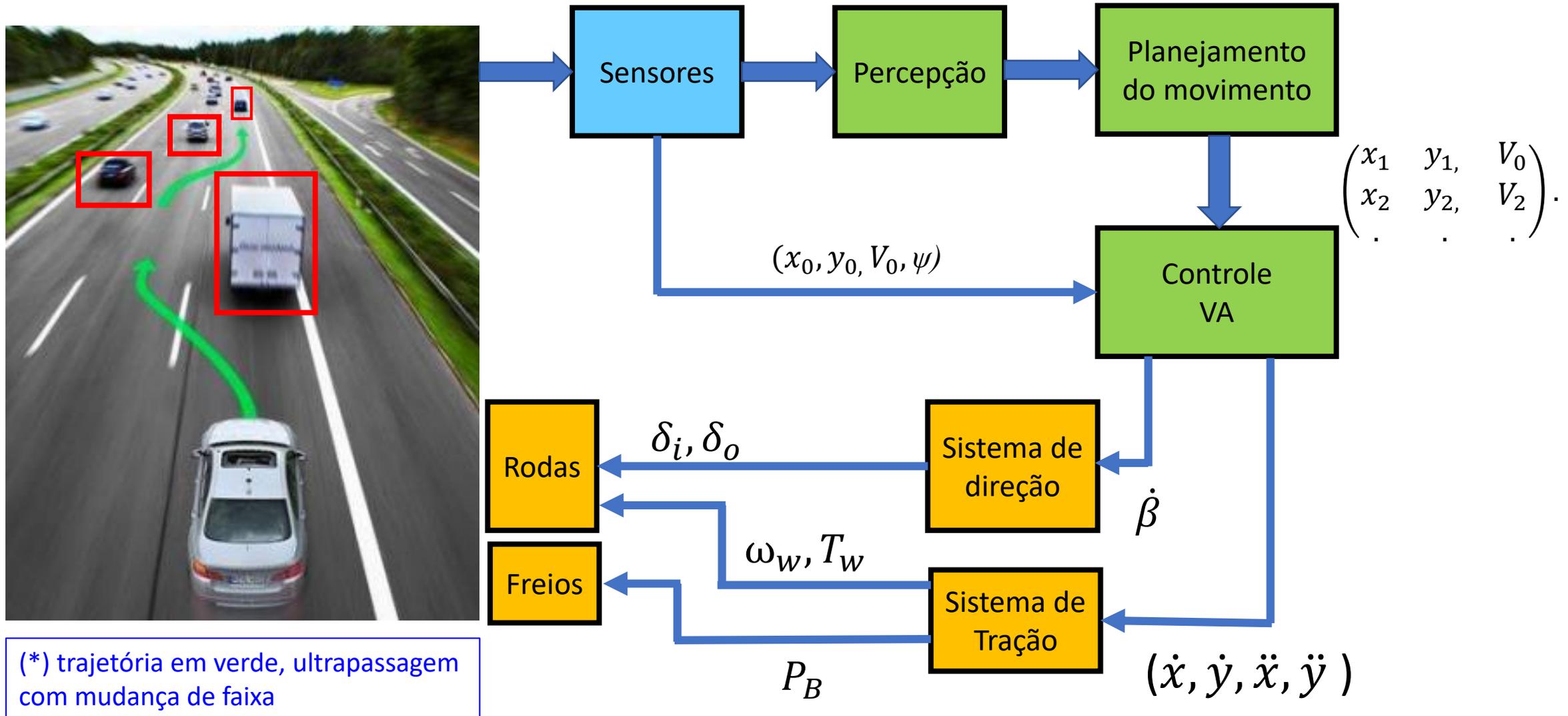
# Arquitetura de controle do veículo autônomo(VA)



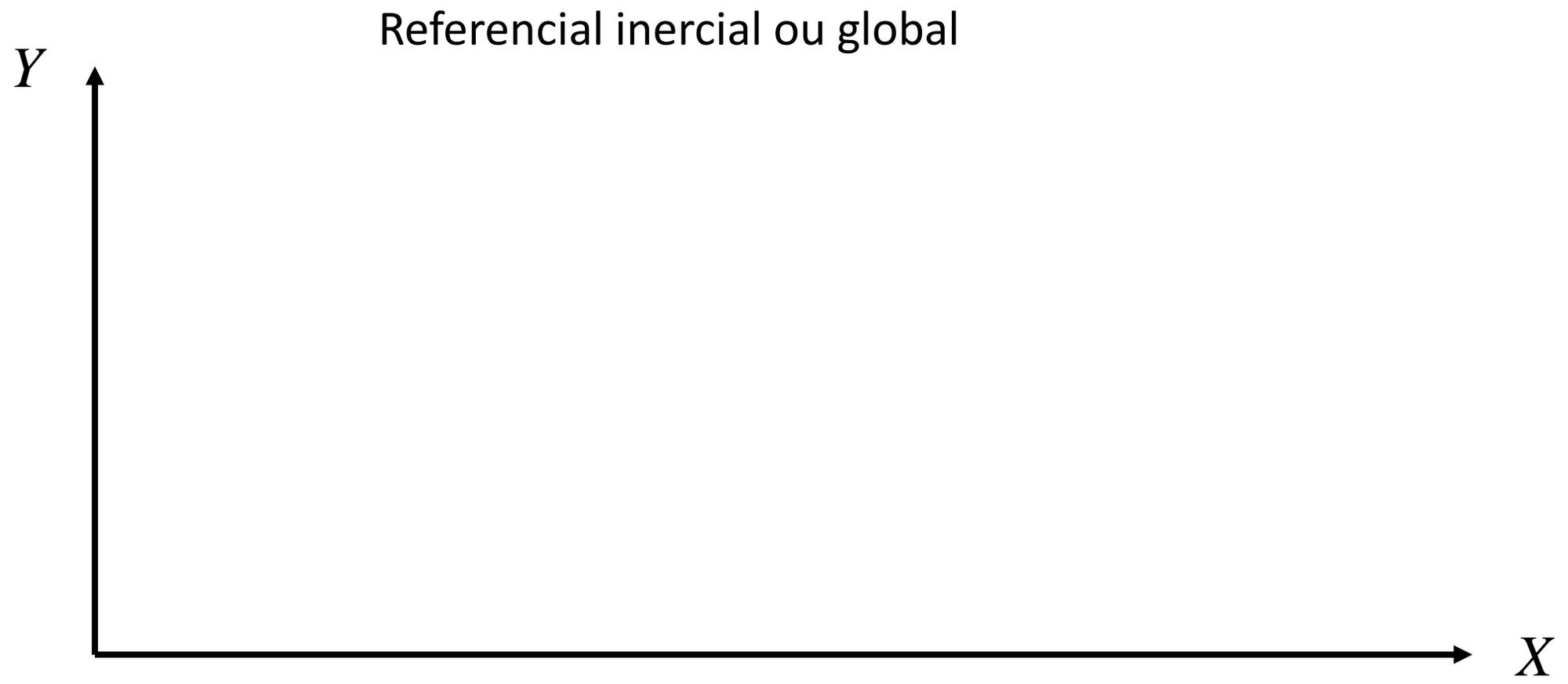
(\*) trajetória em verde, ultrapassagem com mudança de faixa



# Modelo de controle do veículo autônomo(VA)

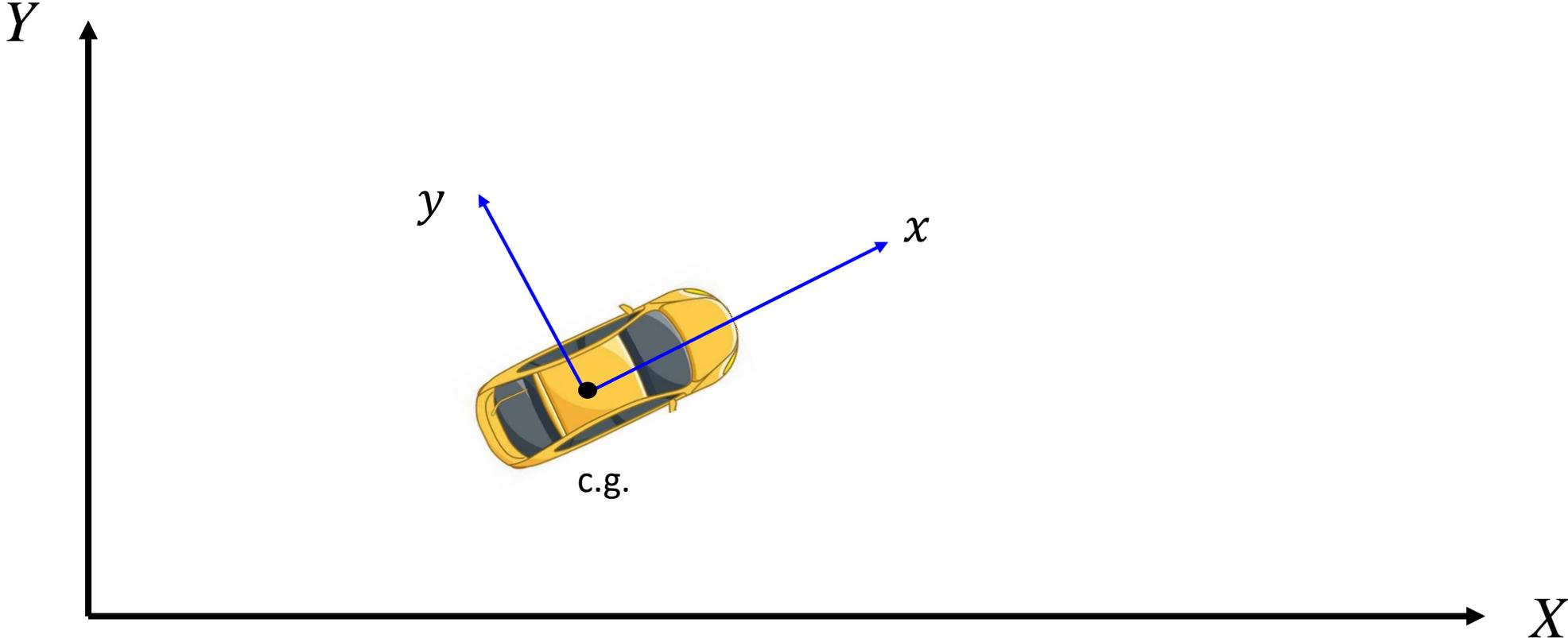


# Sistema de coordenadas



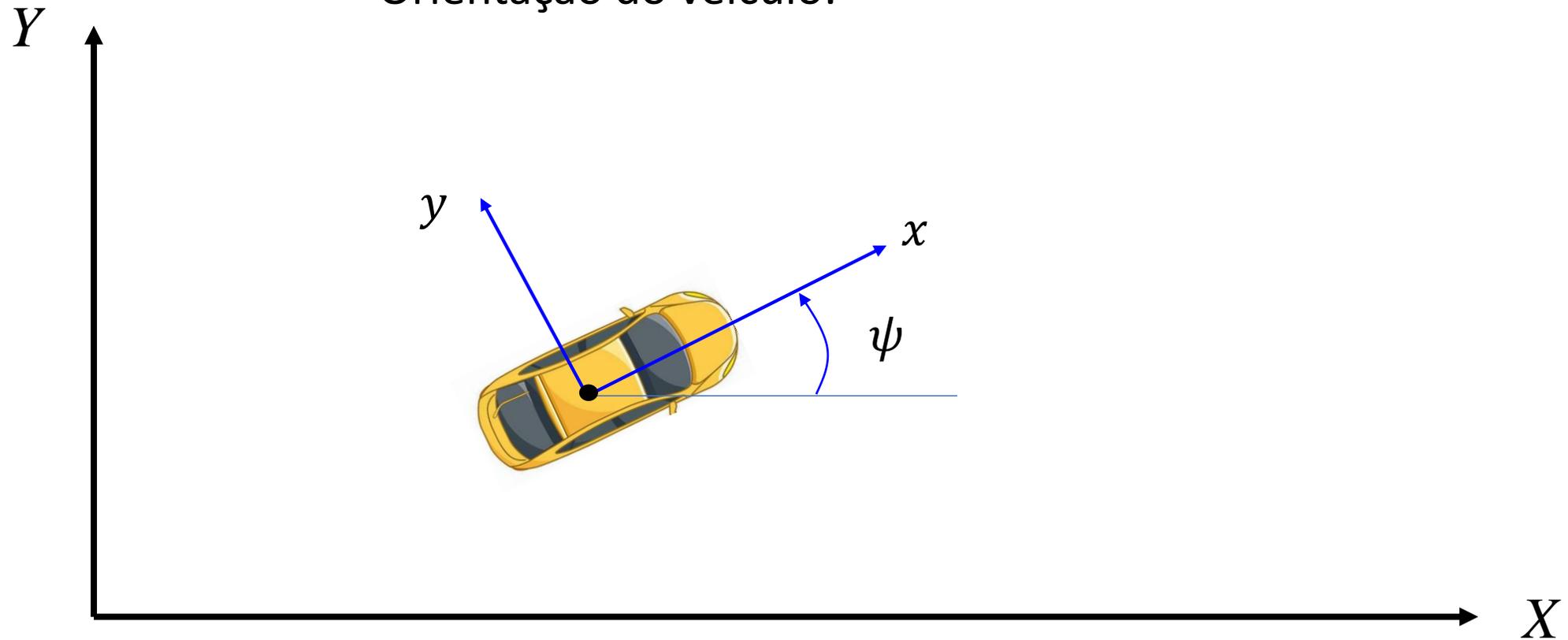
# Sistema de coordenadas

Referencial local:



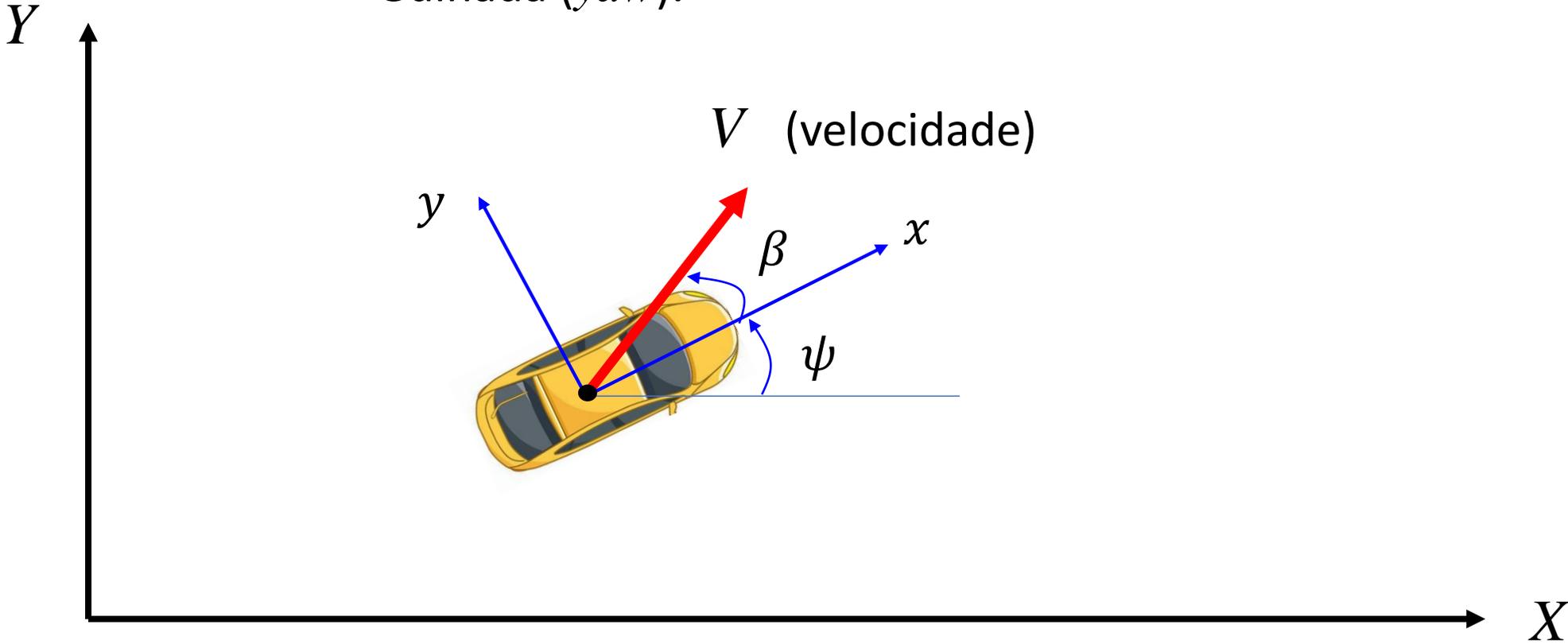
# Sistema de coordenadas

Orientação do veículo:

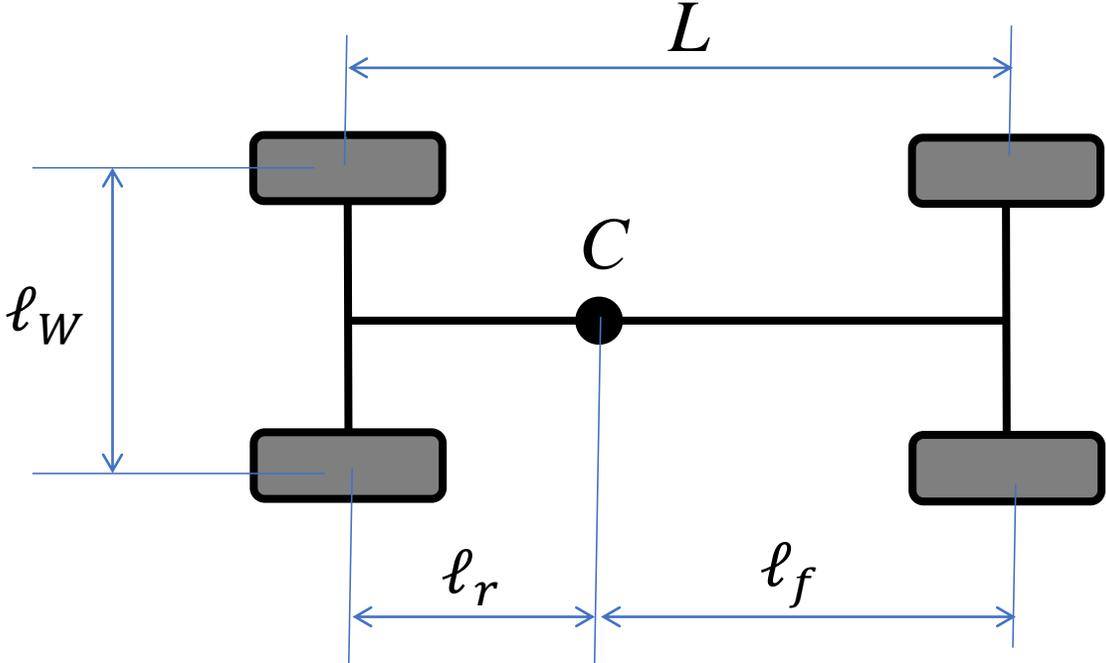


# Sistema de coordenadas

Guinada (*yaw*):

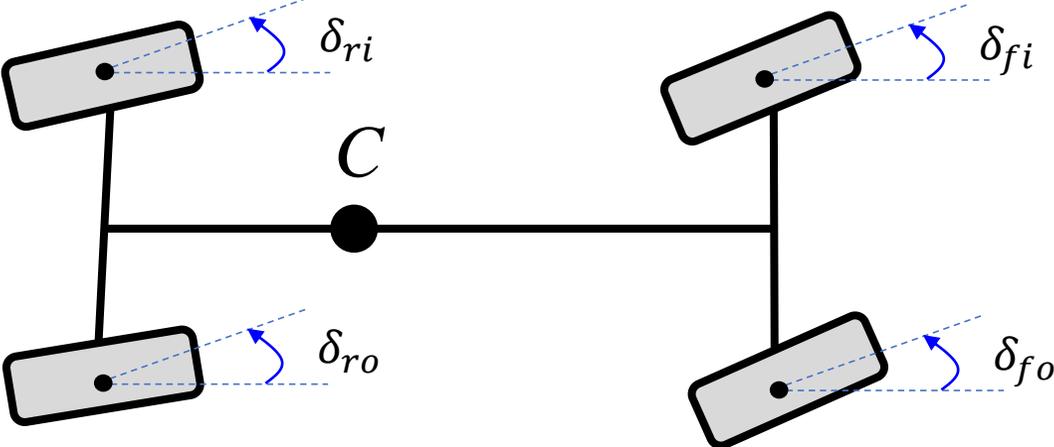


# Parâmetros do veículo (4 rodas)



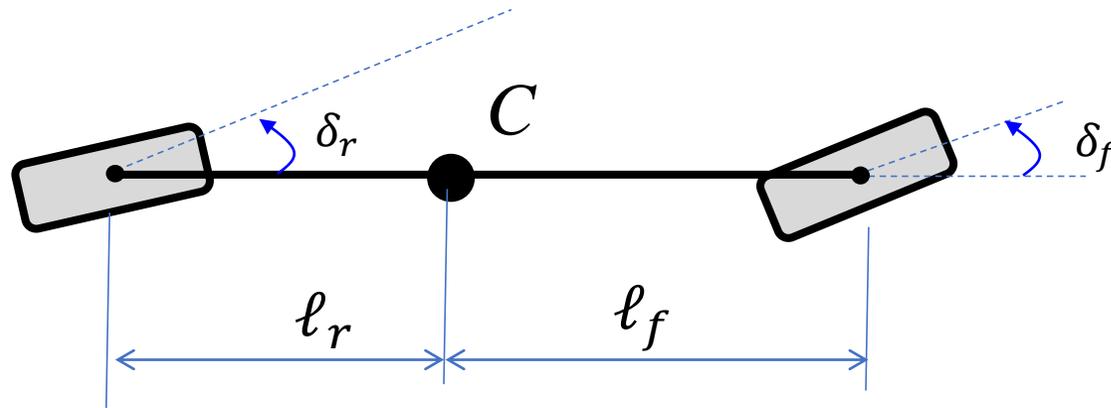
# Parâmetros do veículo (4 rodas)

Ângulo de esterçamento das rodas:



# Parâmetros do veículo (4 rodas)

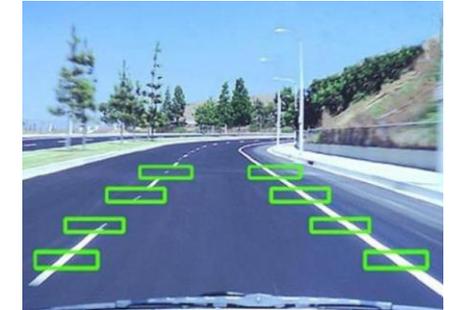
Modelo bicicleta:



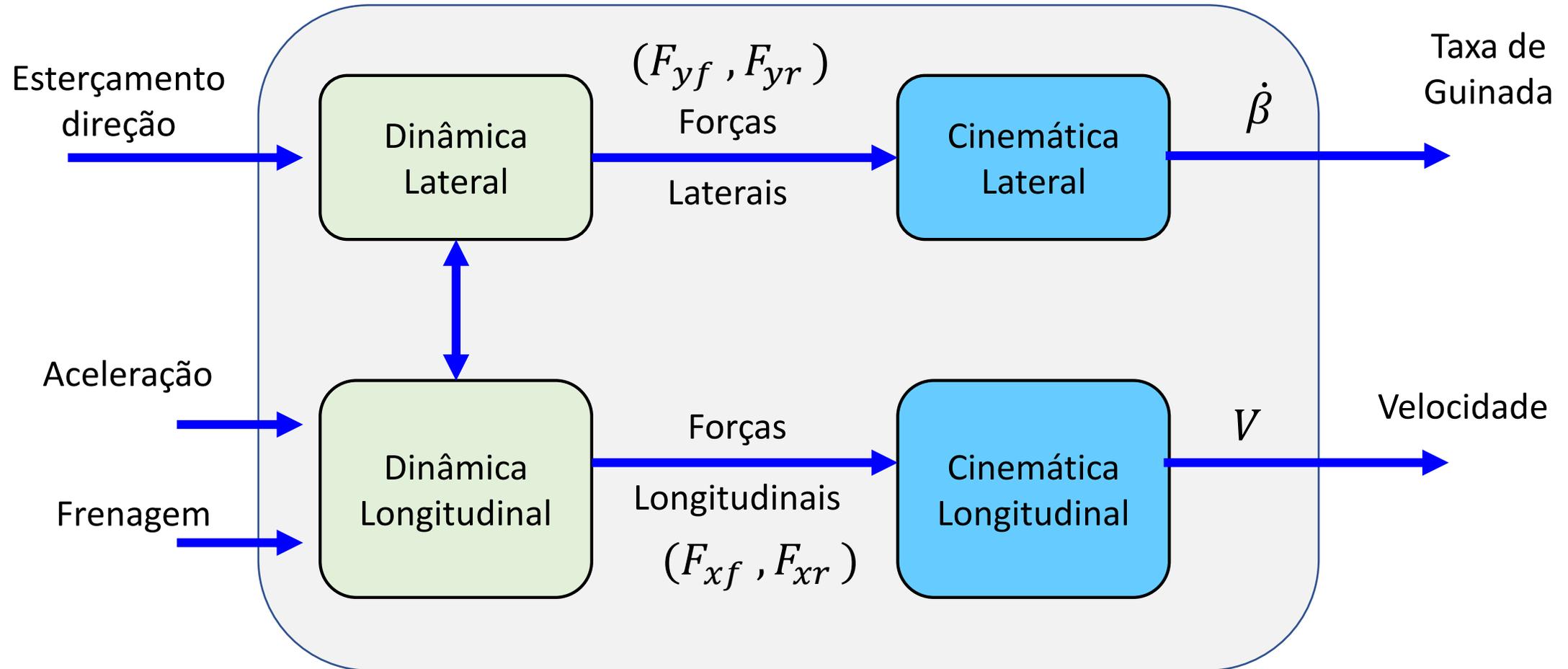
Trajectoria  
desejada



Velocidade  
desejada



# Modelo de controle lateral e longitudinal do veículo



Objetivo: manter o veículo na trajetória definida com a velocidade desejada

# Modelamento cinemático e Modelamento dinâmico do veículo

## **Modelamento cinemático:**

- considera somente os **parâmetros geométricos** do veículo e da via
- costuma ser suficiente para representar o comportamento do veículo em baixas velocidades

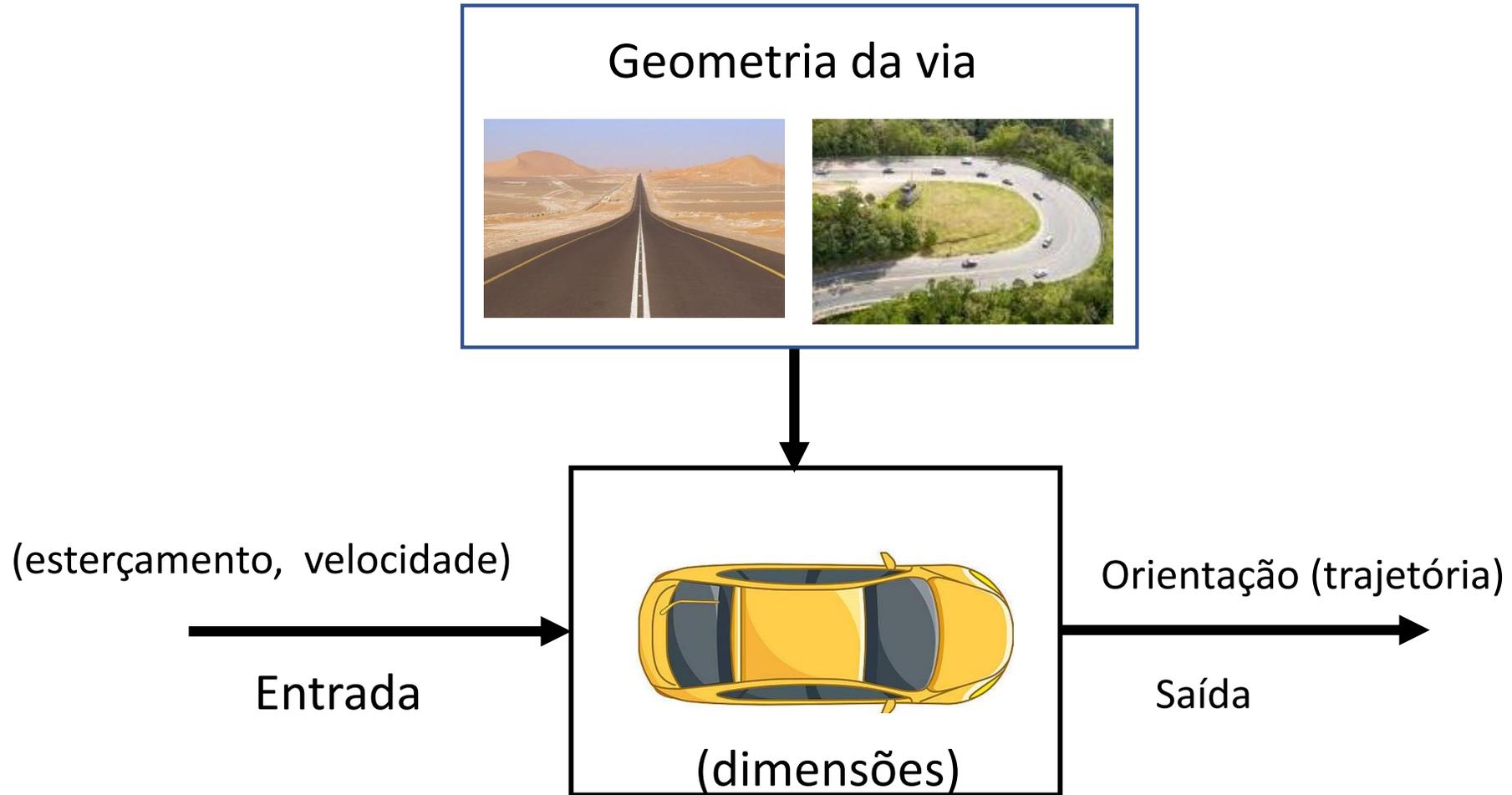
## **Modelamento dinâmico:**

- considera todos os componentes do veículo, as forças e os momentos de inércia envolvendo o veículo e a via.
- Necessário para representar o veículo em altas velocidades ou em condições de irregularidades do pavimento e instabilidade de vido a derrapagens

## Modelo cinemático do movimento lateral do veículo

- As equações do movimento são baseados puramente nas relações geométricas do sistema

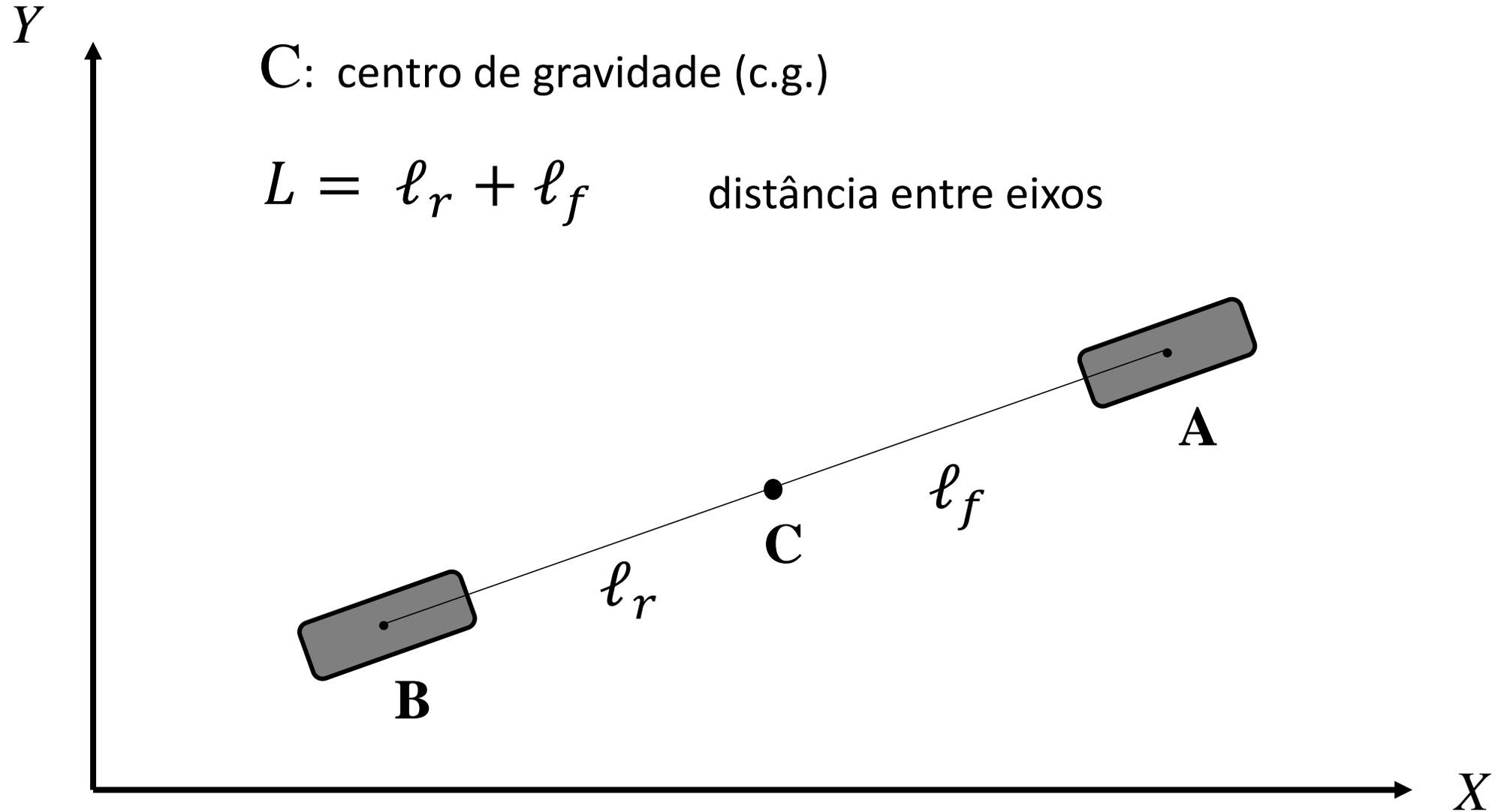
# Modelo Cinemático do movimento lateral do veículo



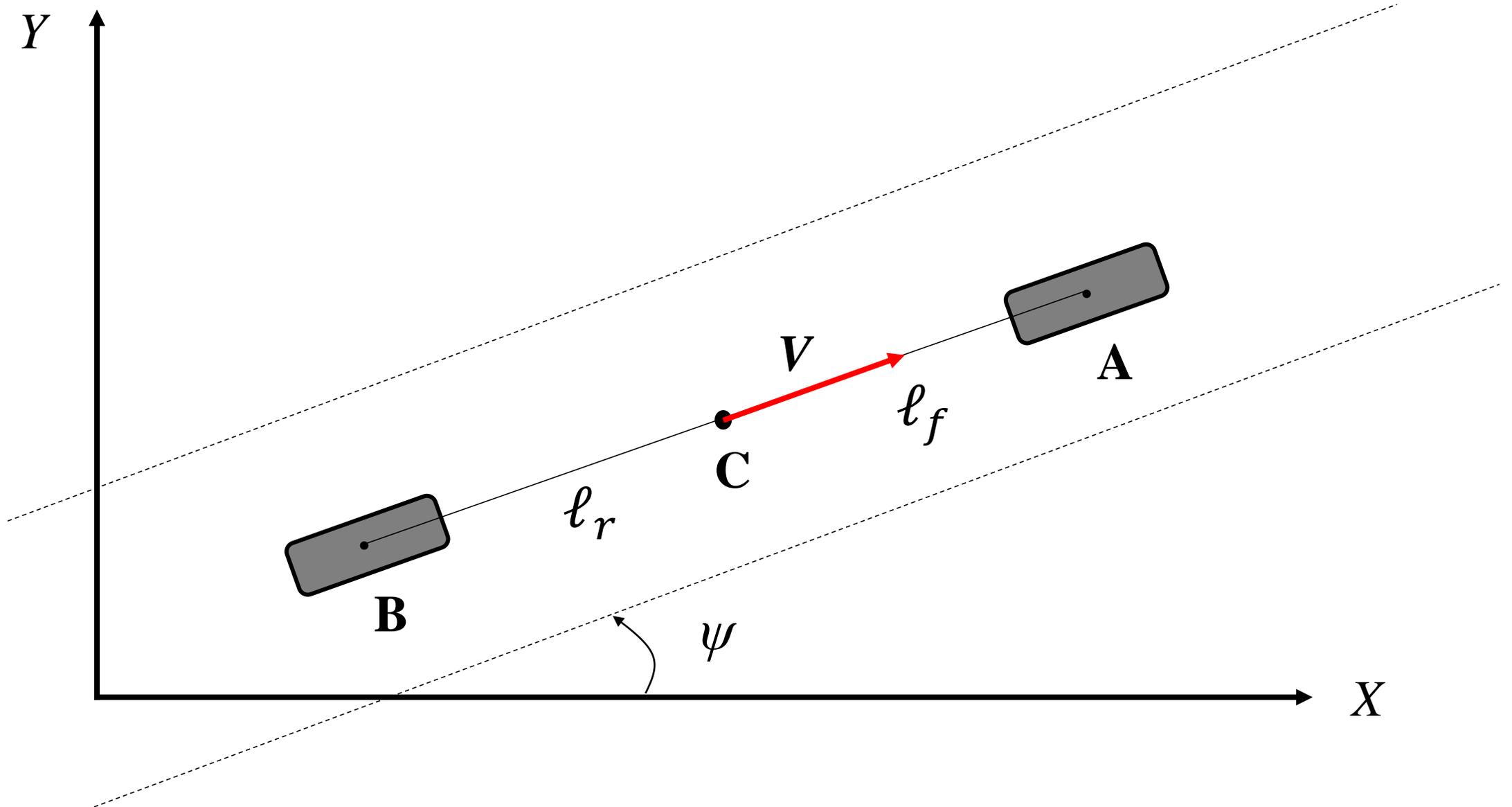
# Modelo bicicleta

C: centro de gravidade (c.g.)

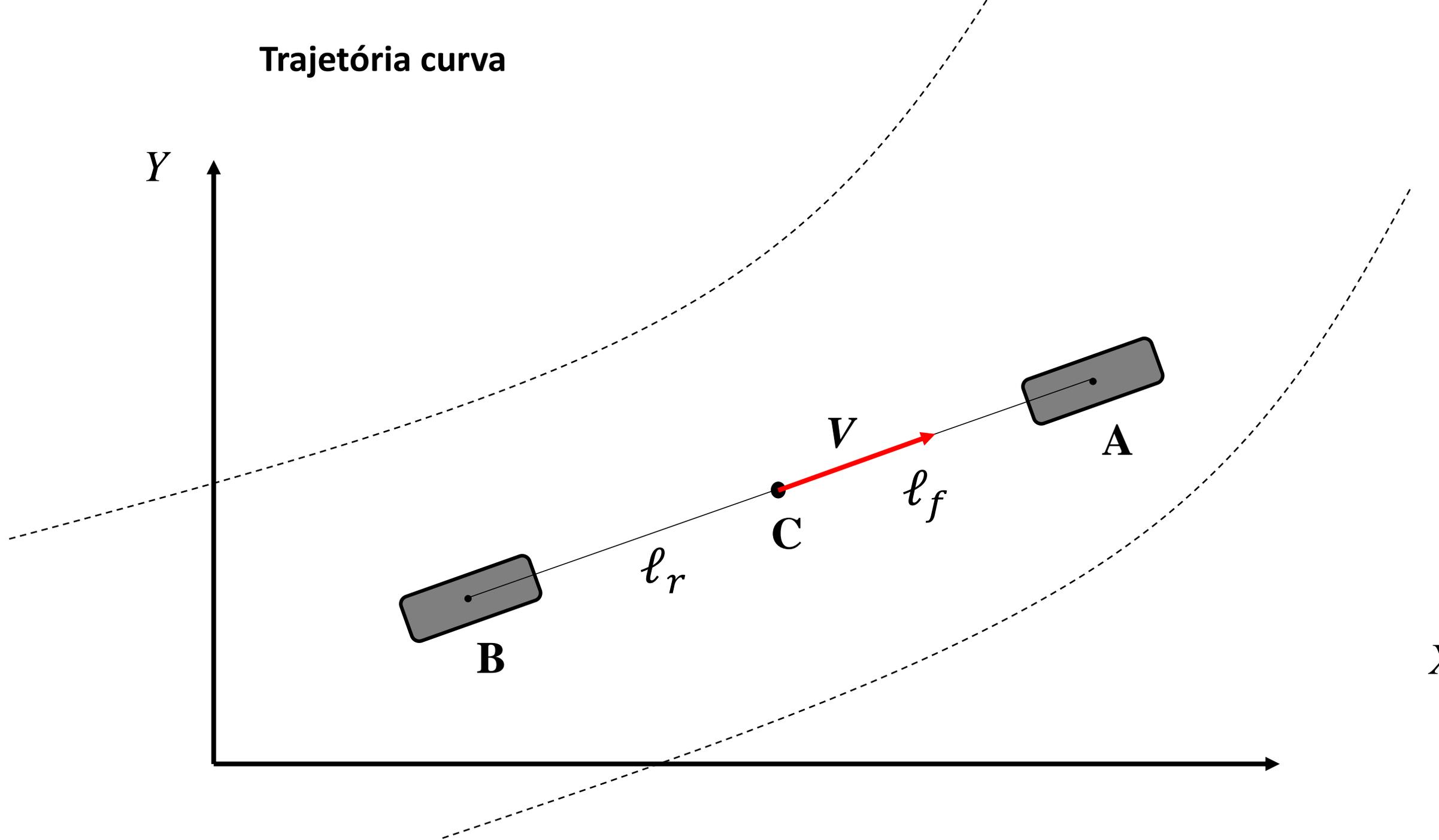
$L = l_r + l_f$  distância entre eixos



# Modelo cinemático numa trajetória linear



# Trajetória curva



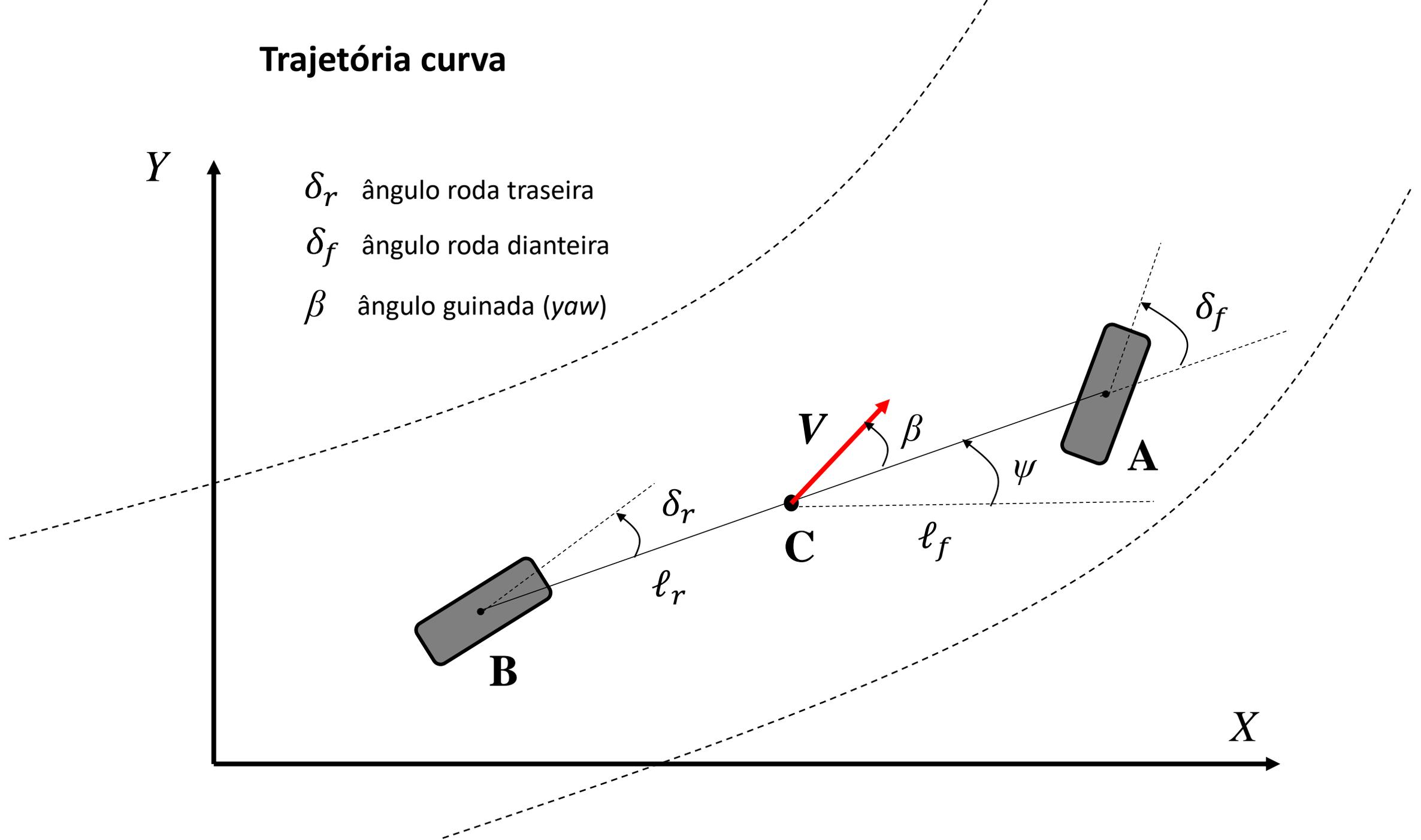
# Trajetória curva

$Y$

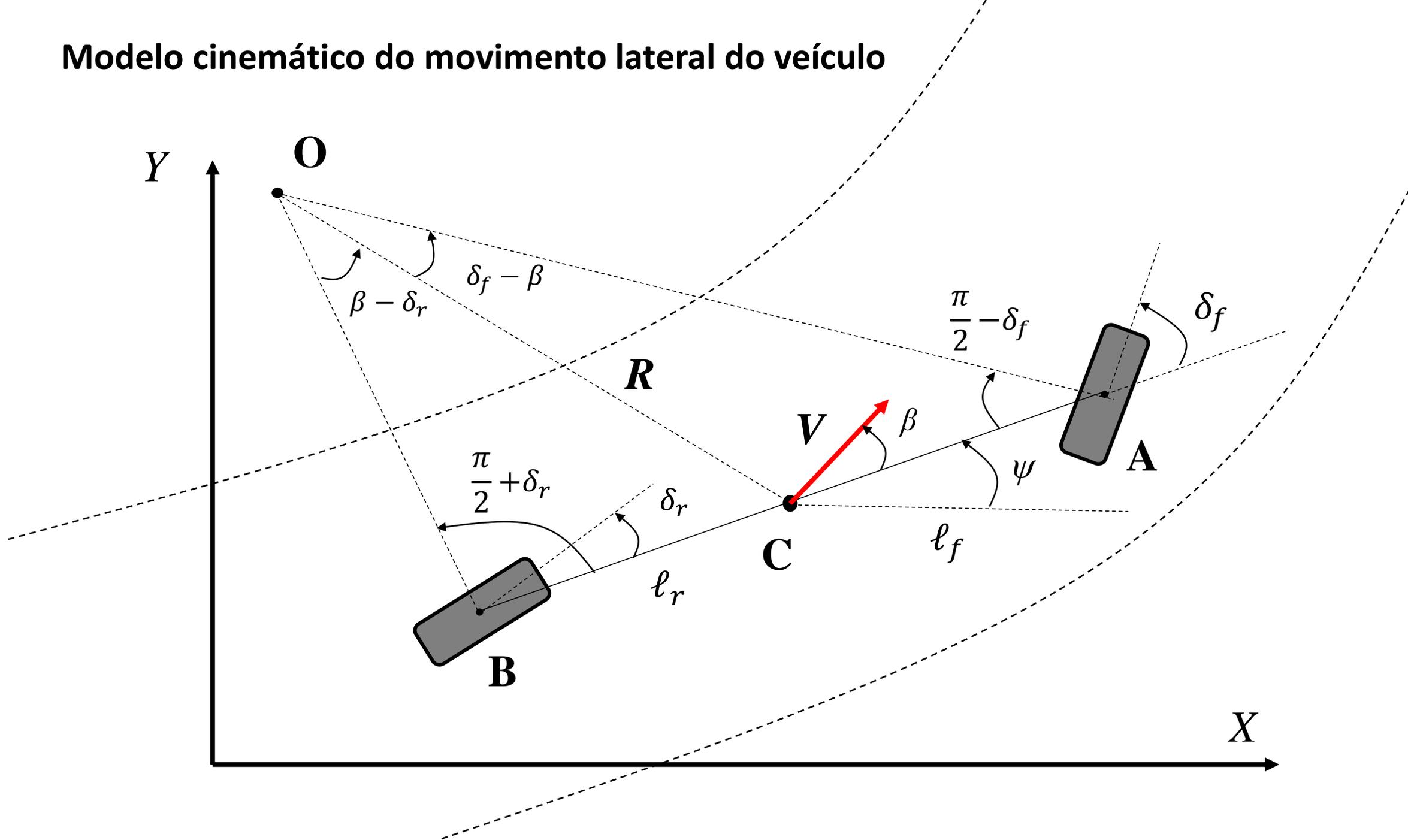
$\delta_r$  ângulo roda traseira

$\delta_f$  ângulo roda dianteira

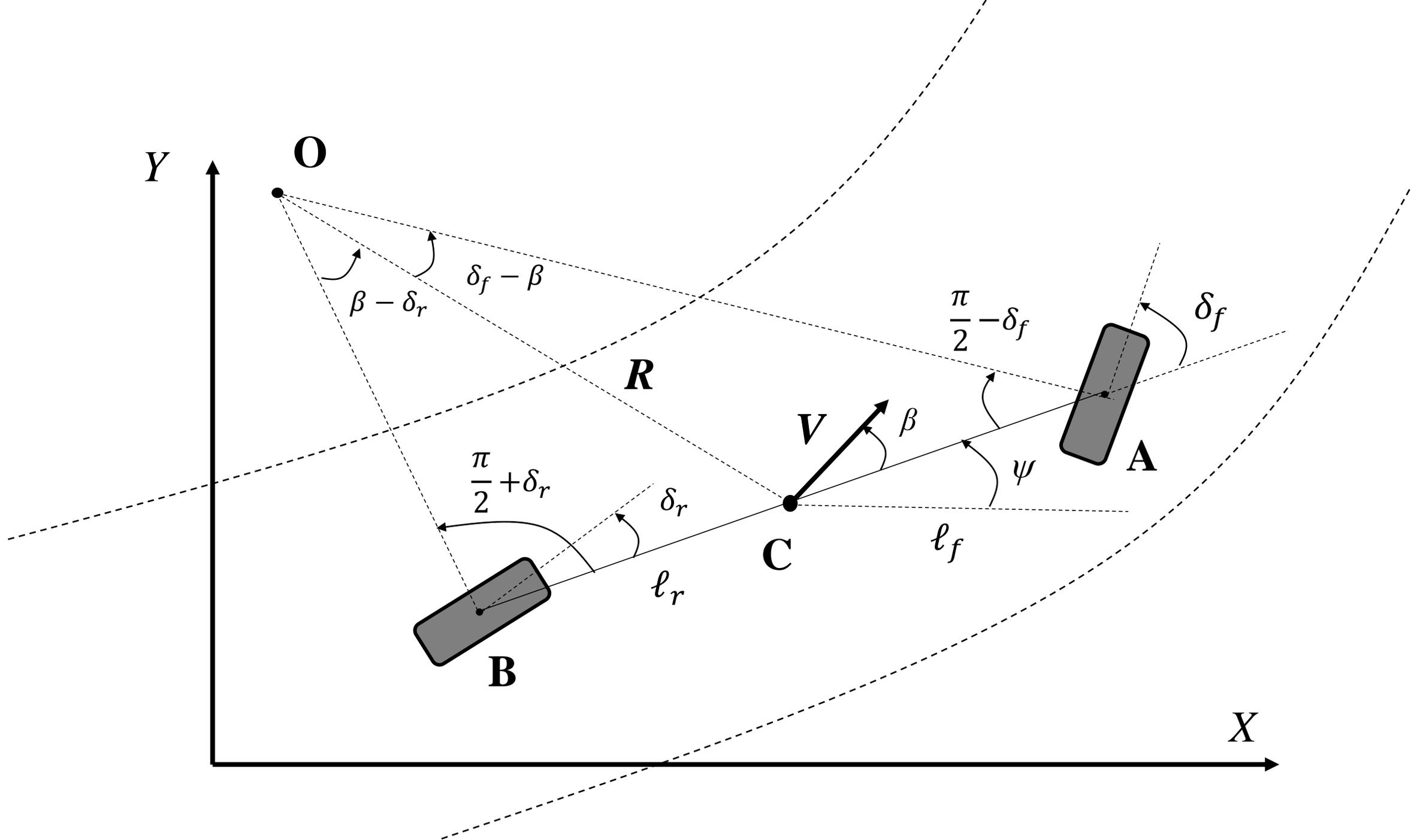
$\beta$  ângulo guinada (*yaw*)

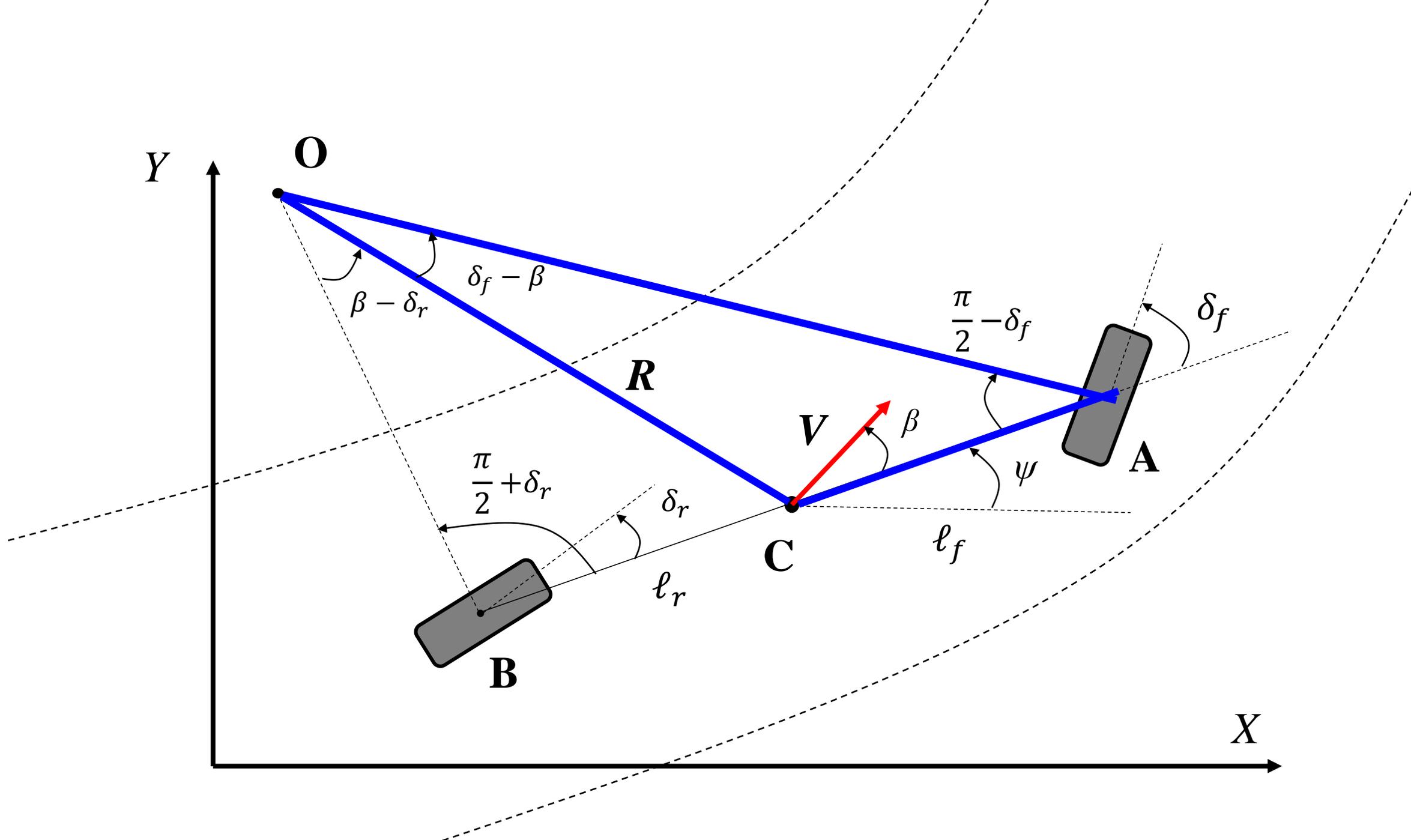


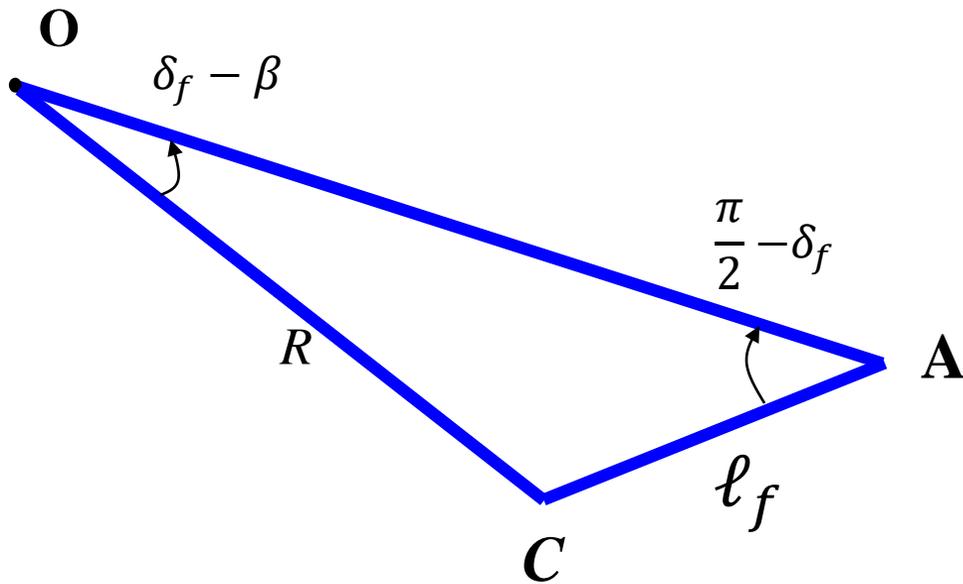
# Modelo cinemático do movimento lateral do veículo





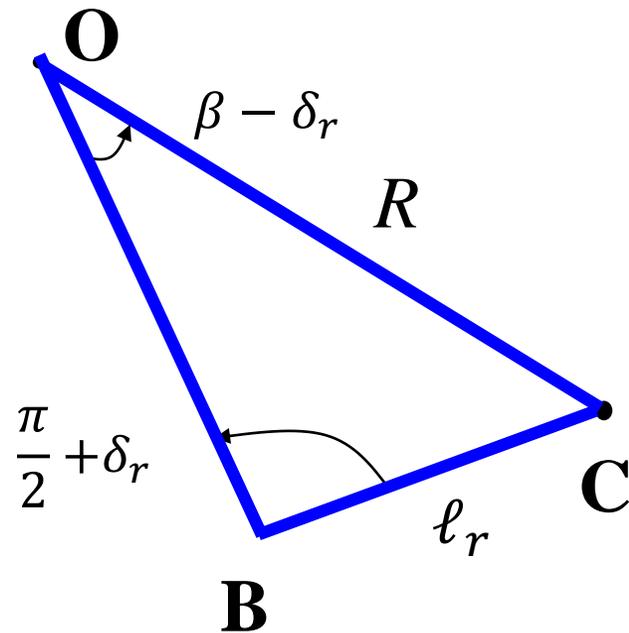






Aplicando lei dos senos no triângulo **OCA**:

$$\frac{\text{sen}(\delta_f - \beta)}{l_f} = \frac{\text{sen}(\frac{\pi}{2} - \delta_f)}{R} \quad (1)$$



Aplicando lei dos senos no triângulo **OCB**:

$$\frac{\text{sen}(\beta - \delta_r)}{l_r} = \frac{\text{sen}(\frac{\pi}{2} + \delta_r)}{R} \quad (2)$$

Aplicando-se as propriedades trigonométricas nas equações (1) e (2), chega-se à seguinte equação:

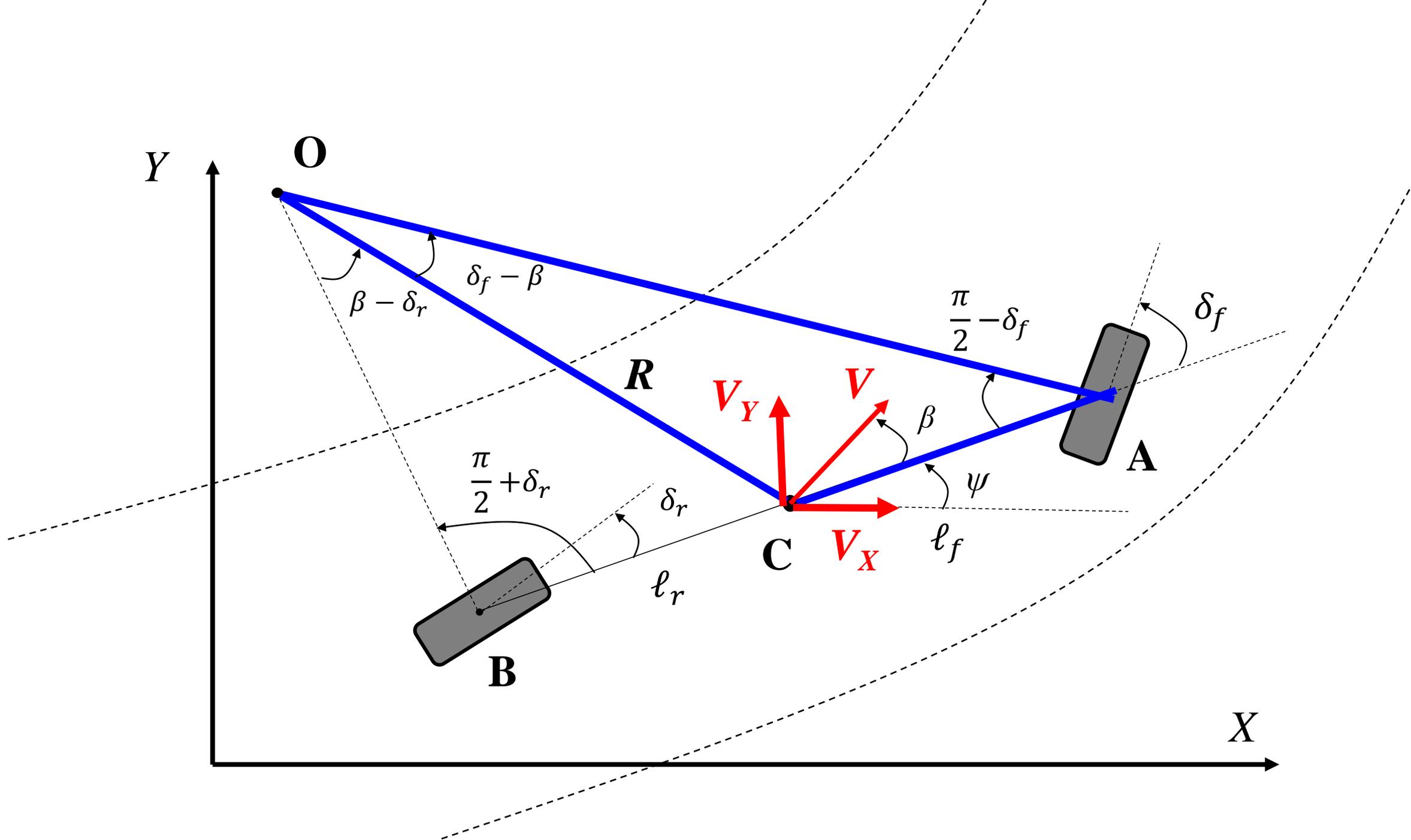
$$\{\tan(\delta_f) - \tan(\delta_r)\}\cos(\beta) = \frac{\ell_f + \ell_r}{R} \quad (3)$$

Assumindo que o raio da trajetória do veículo,  $R$ , varia lentamente, pode-se considerar que a taxa de variação da orientação,  $\dot{\psi}$ , é igual à velocidade angular do veículo,  $\omega$ . Como  $\omega = V/R$  tem-se que:

$$\dot{\psi} = \frac{V}{R} \quad (4)$$

Usando a equação (4), a equação (3) pode ser reescrita:

$$\dot{\psi} = \frac{V \cos(\beta)}{\ell_f + \ell_r} \{\tan(\delta_f) - \tan(\delta_r)\} \quad (5)$$



Assim, as equações que descrevem o movimento do veículo são as seguintes:

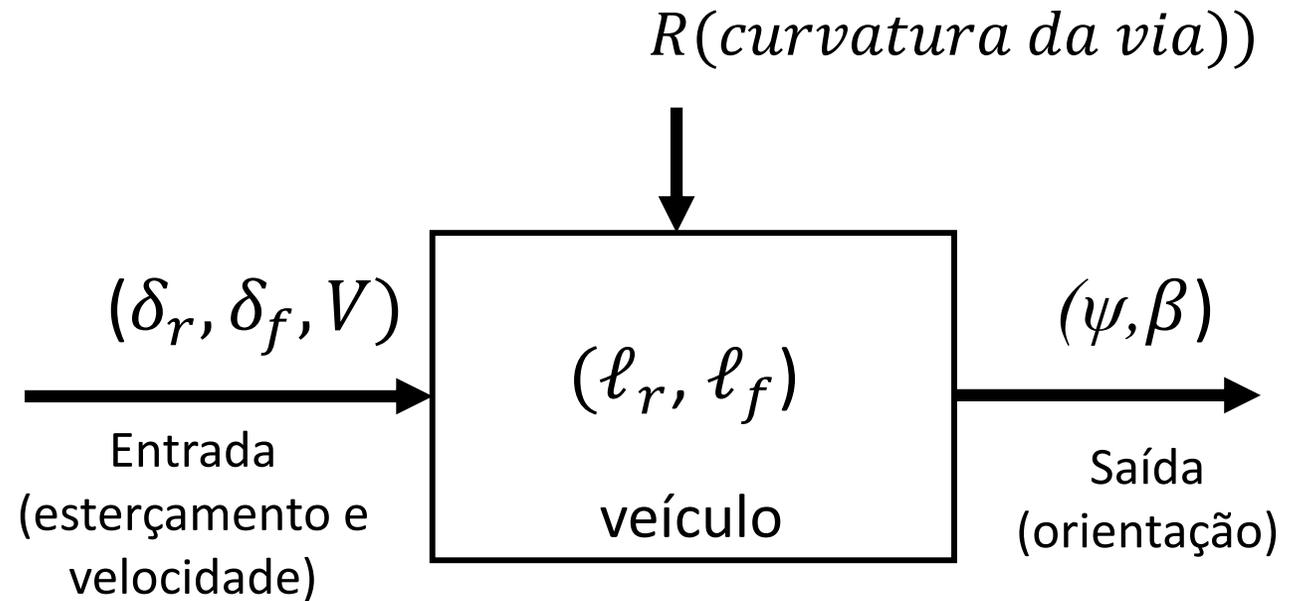
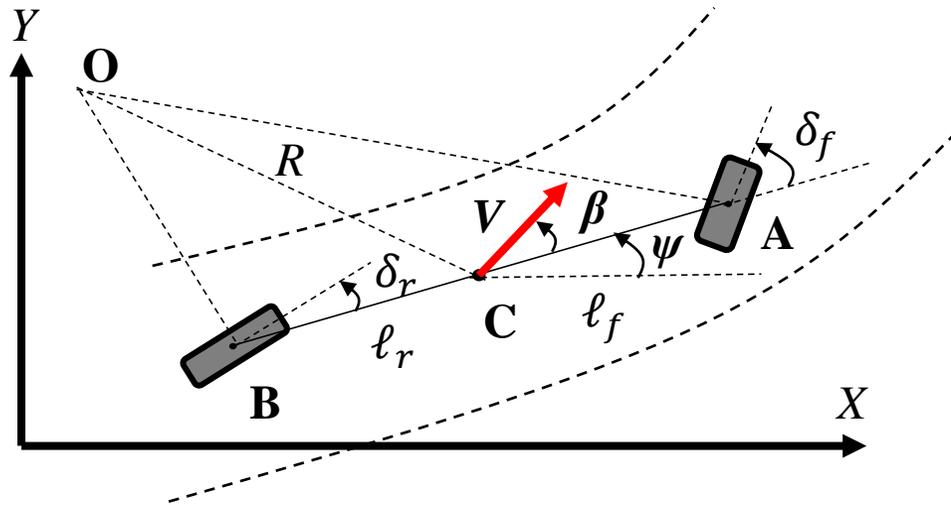
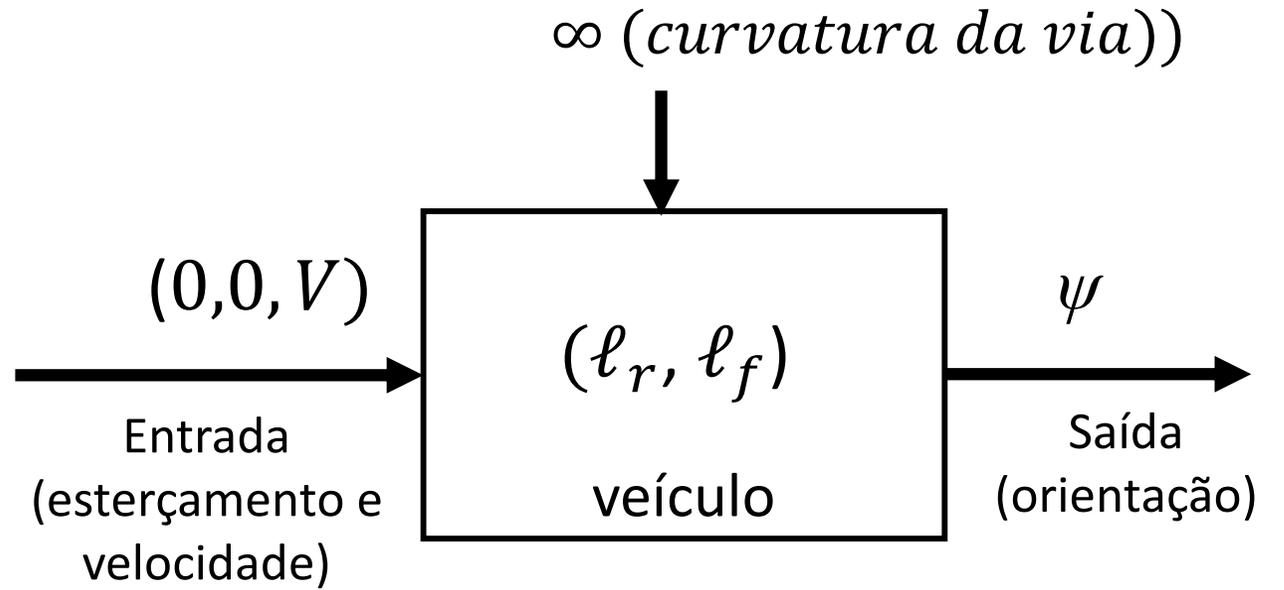
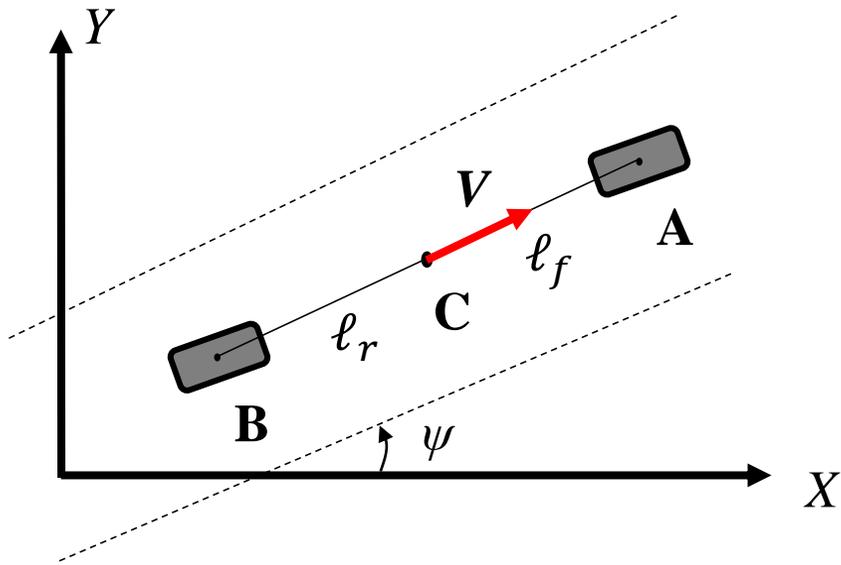
$$V_X = \dot{X} = V \cos(\psi + \beta) \quad (6)$$

$$V_Y = \dot{Y} = V \sin(\psi + \beta) \quad (7)$$

$$\dot{\psi} = \frac{V \cos(\beta)}{\ell_f + \ell_r} \{ \tan(\delta_f) - \tan(\delta_r) \} \quad (8)$$

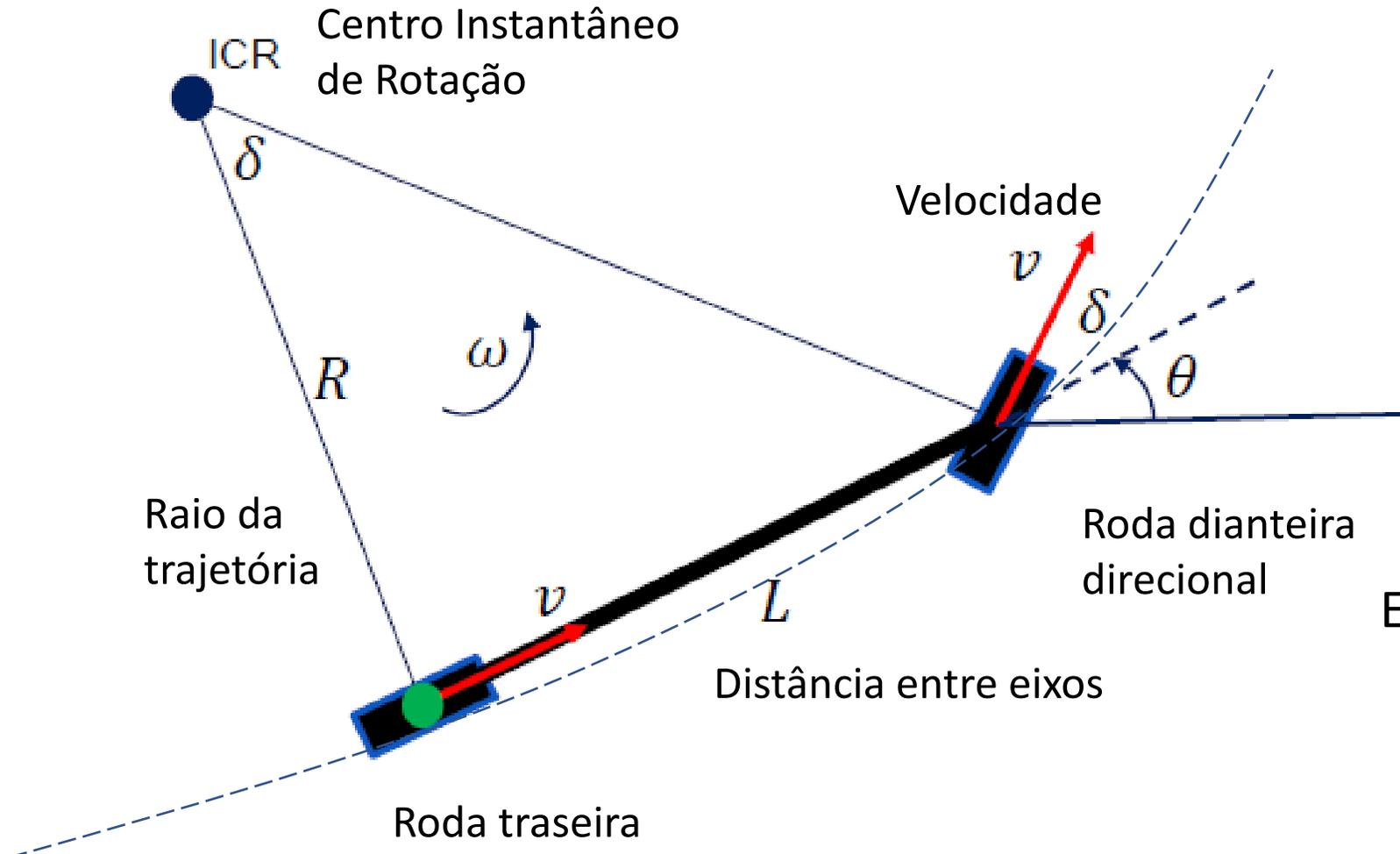
$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{\ell_f \tan(\delta_r) + \ell_r \tan(\delta_f)}{\ell_f + \ell_r} \right) \quad (9)$$

# Modelo Cinemático do veículo



# Modelo cinemático do veículo em 2D

(Simplificado)



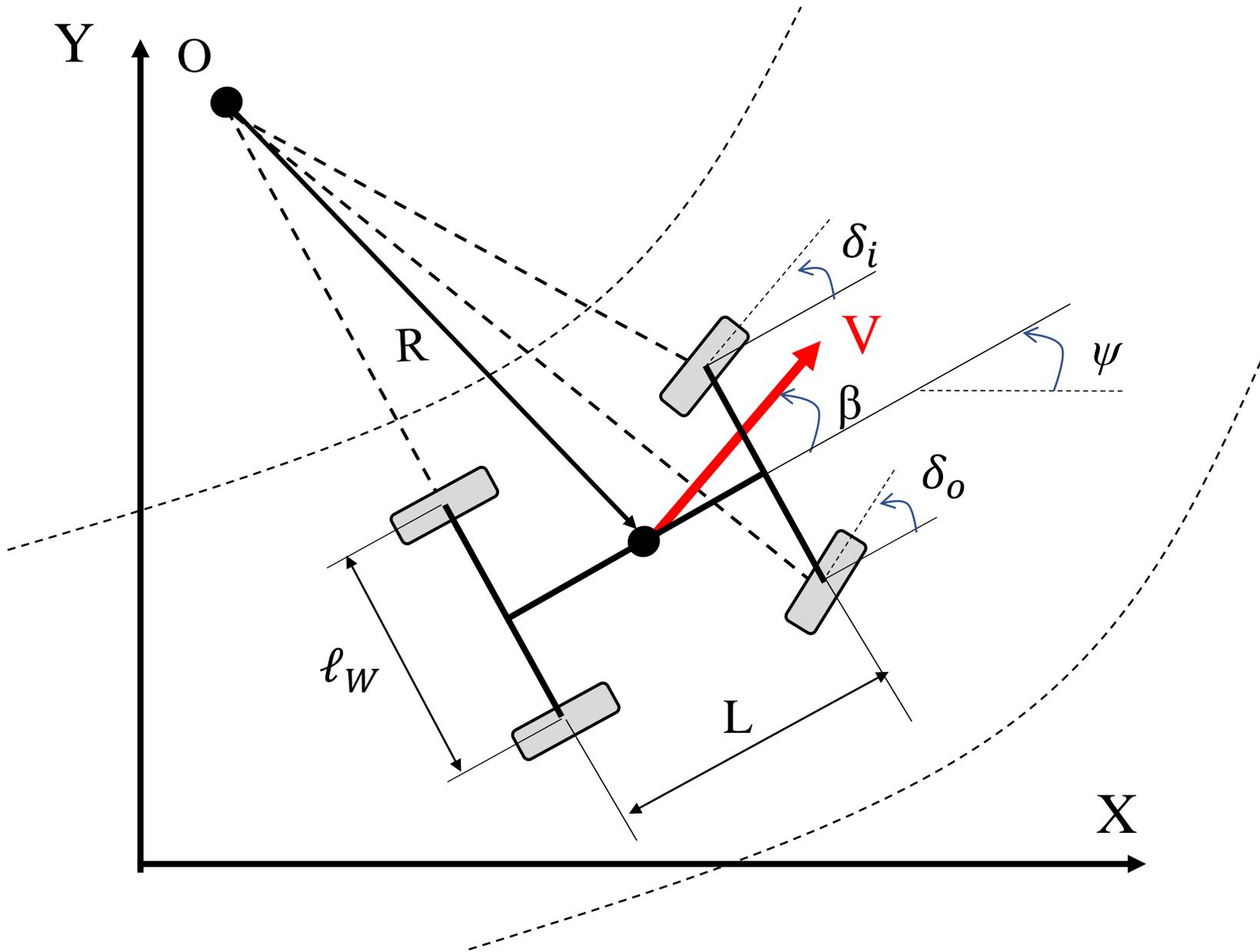
$$\dot{\theta} = \omega = \frac{v}{R}$$

$$\tan \delta = \frac{L}{R}$$

Equação da trajetória do veículo

$$\dot{\theta} = \omega = \frac{v}{R} = \frac{v \tan \delta}{L}$$

- No modelo bicicleta representamos as duas rodas direcionais, direito e esquerdo, por uma única roda, assumindo que o ângulo de esterçamento das duas rodas são aproximadamente iguais.
- Na prática já uma pequena diferença no ângulo de esterçamento entre a roda interna e externa numa curva.



Vamos assumir que  $L \ll R$   
e  $\beta$  pequeno. Temos que:

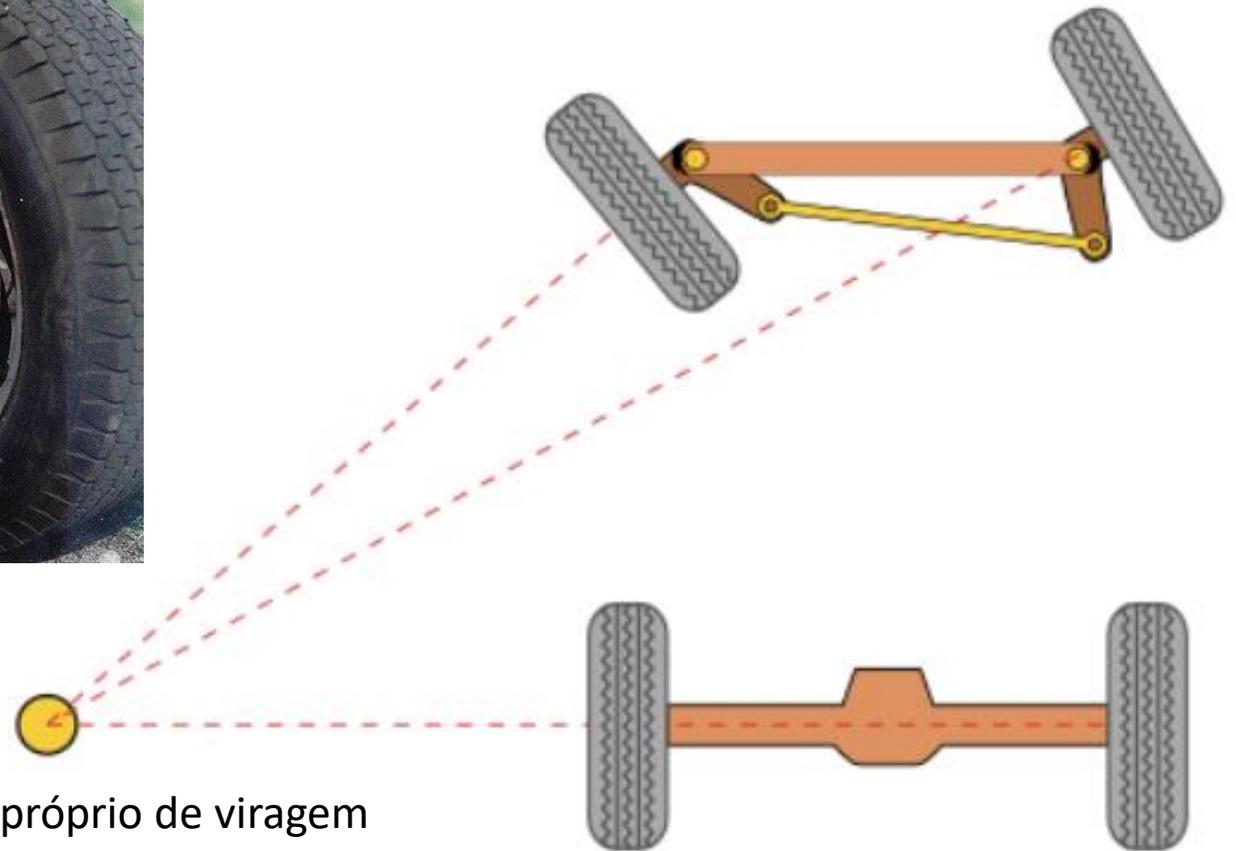
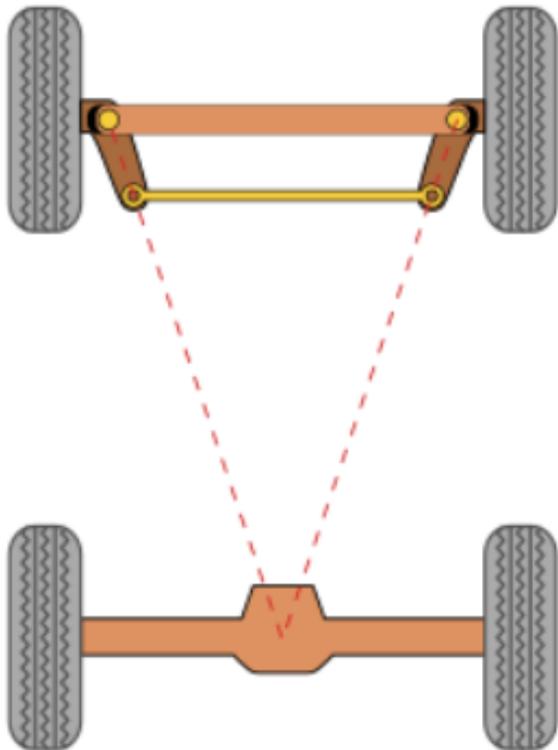
$$\dot{\psi} \approx \frac{V}{R}$$

$$\frac{\dot{\psi}}{V} \approx \frac{1}{R} = \frac{\delta}{L}$$

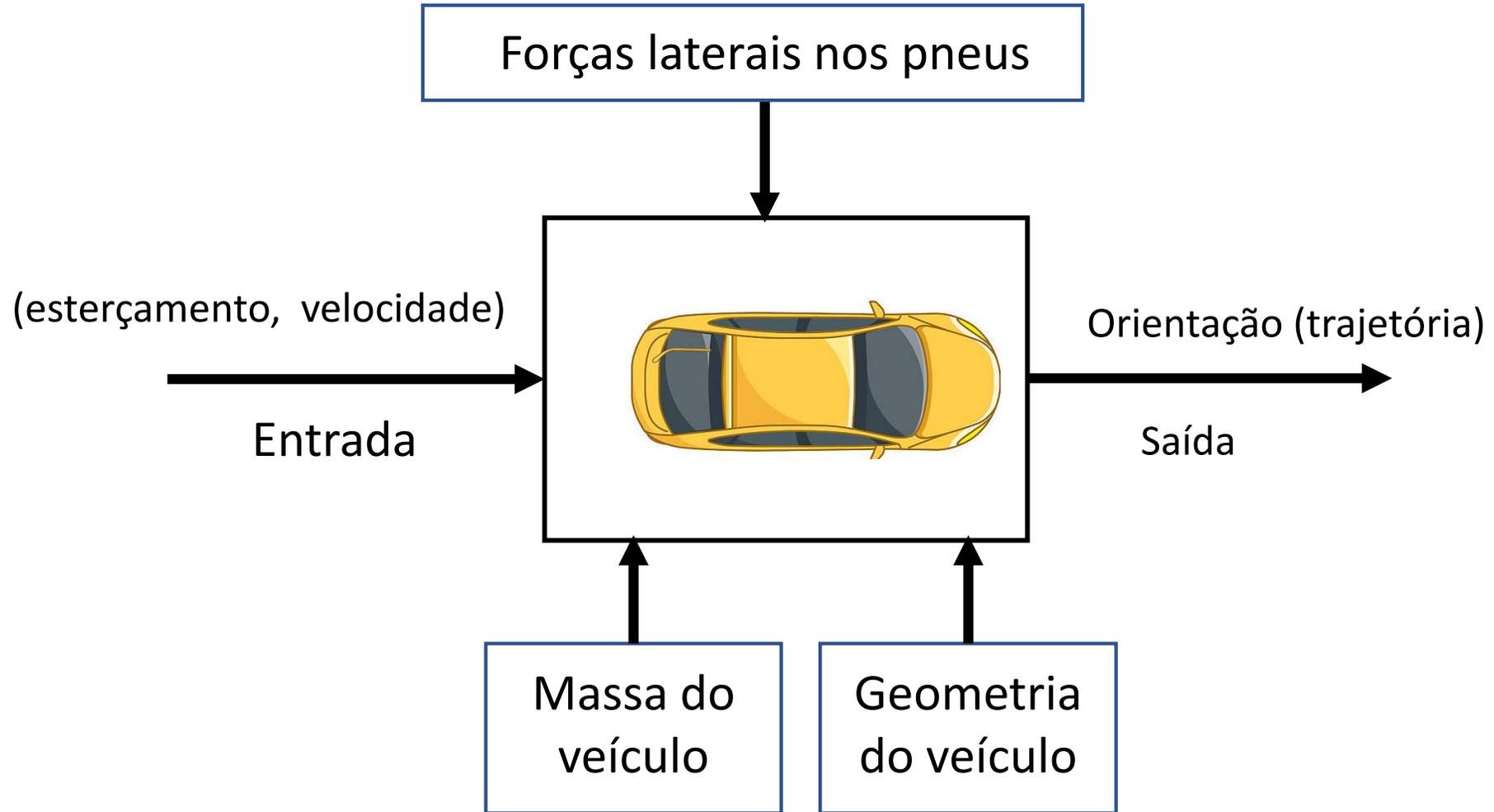
$$\delta = \frac{\delta_o + \delta_i}{2} = \frac{L}{R}$$

$$\delta_i - \delta_o = \delta^2 \frac{l_w}{L}$$

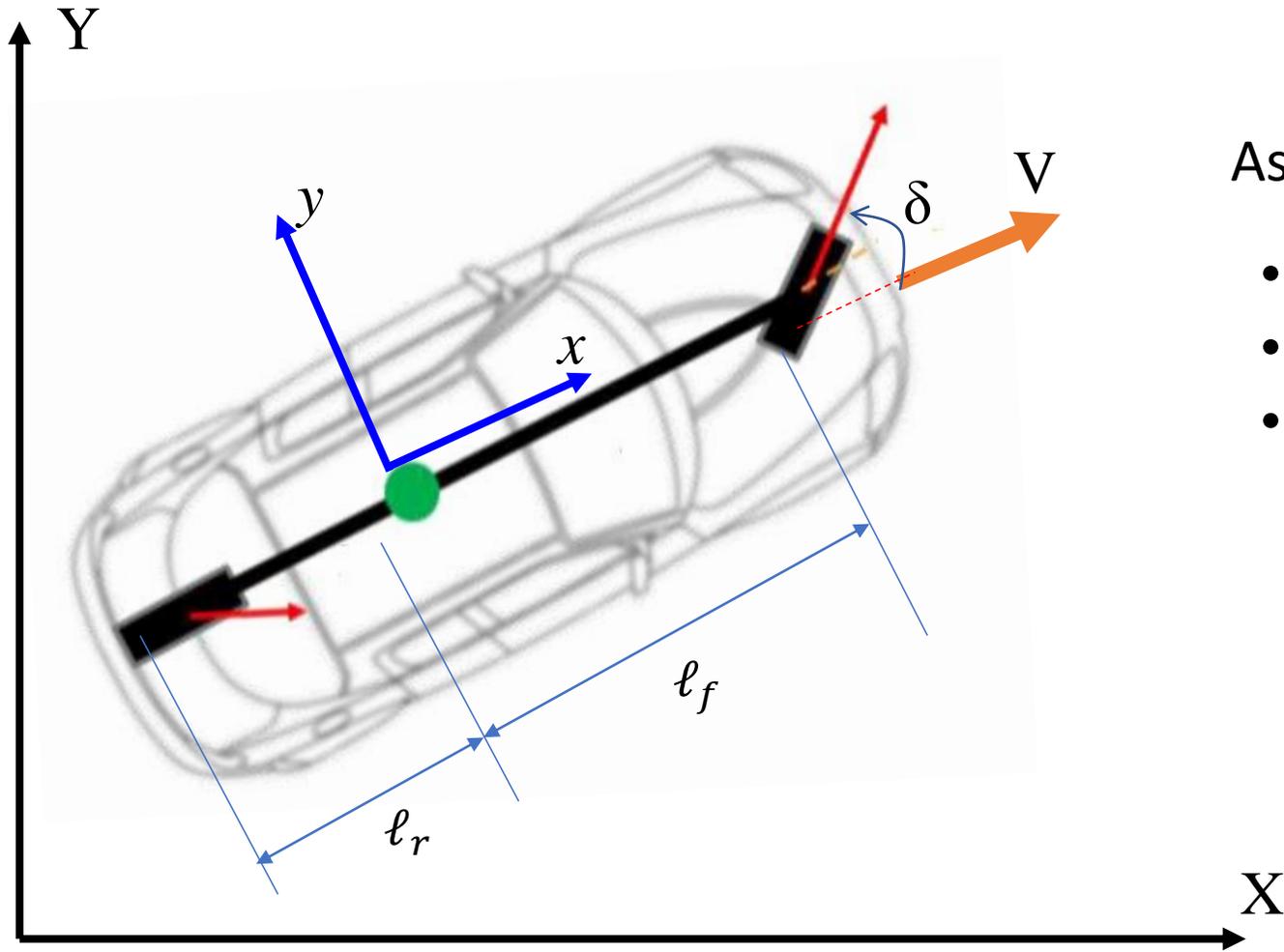
**Geometria de Ackerman** – consiste num arranjo geométrico trapezoidal de ligações do sistema de direção de um carro, que resolve o problema da diferença de trajeto das rodas interiores e exteriores num curva.



# Modelamento dinâmico do movimento lateral do veículo



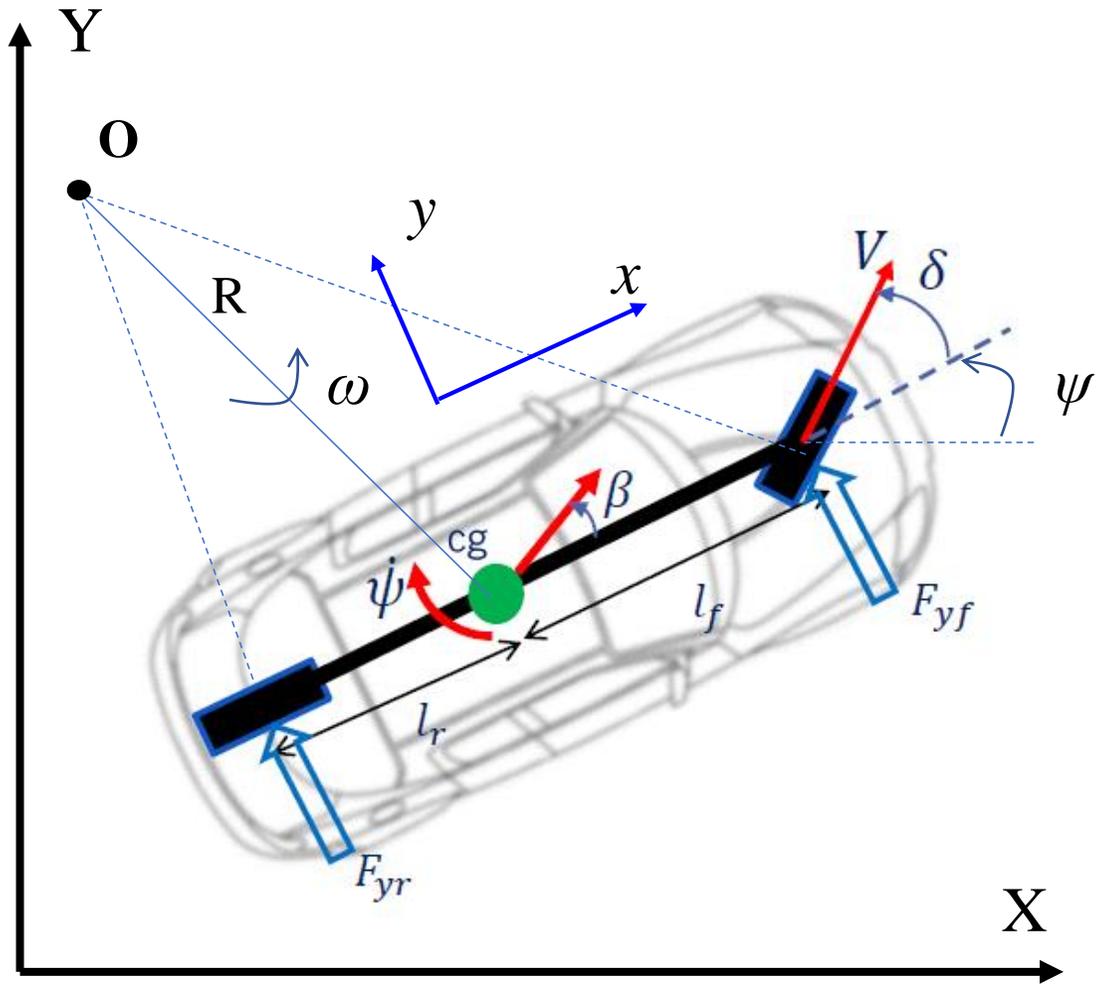
## Modelamento dinâmico do movimento lateral do veículo



Assumiremos que:

- Velocidade longitudinal é constante
- Modelo bicicleta
- Movimentos da suspensão, inclinação da via e influencias aerodinâmicas não serão considerados

# Dinâmica lateral



As equações que descrevem a dinâmica lateral do veículo são as seguintes:

$$a_y = \ddot{y} + \omega^2 R = V(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \quad : \text{aceleração lateral}$$

$$mV(\dot{\beta} + \dot{\psi}) = F_{yf} + F_{yr} \quad : \text{forças laterais}$$

$$I_z \ddot{\psi} = l_f F_{yf} + l_r F_{yr} \quad : \text{inércia e torque}$$

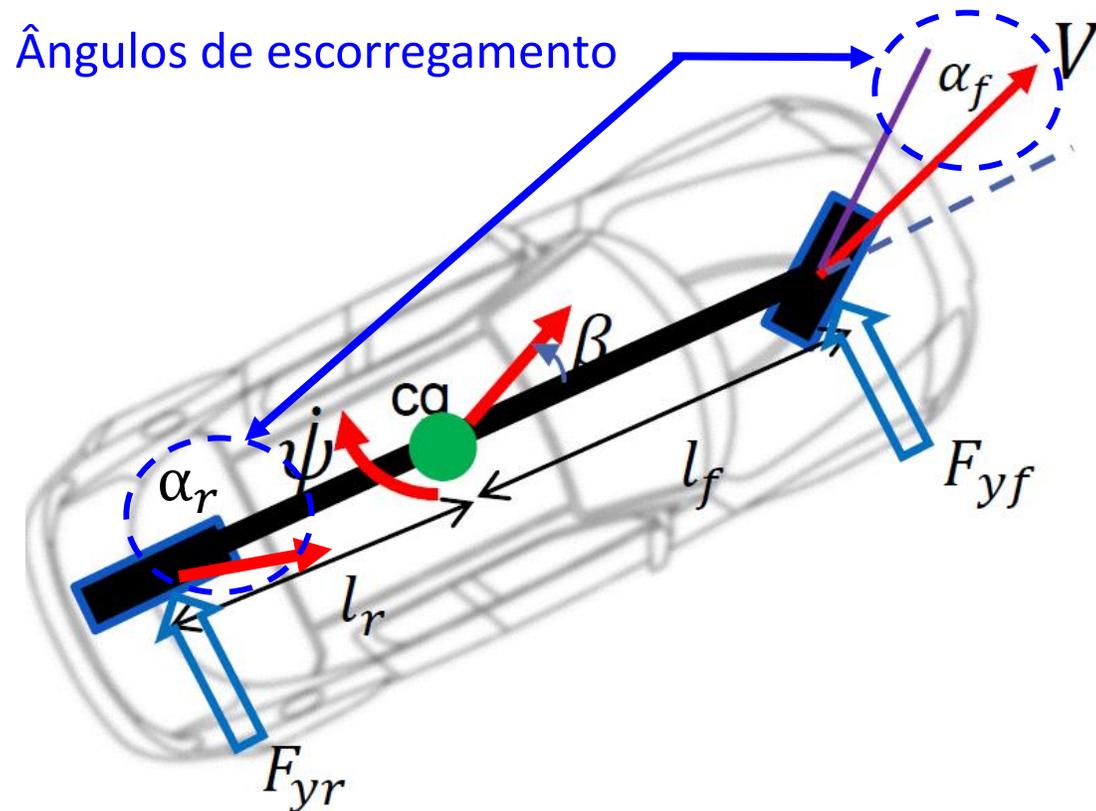
$m$  : massa do veículo

$\dot{\beta}$  : taxa de escorregamento lateral

$\dot{\psi}$  : taxa de guinada (*yaw rate*)

# Ângulo de escorregamento do pneu

Na dinâmica veicular, o ângulo de escorregamento (*slip angle*) se refere ao ângulo entre a direção apontada pelo pneu e a direção em que realmente está se movimentando.

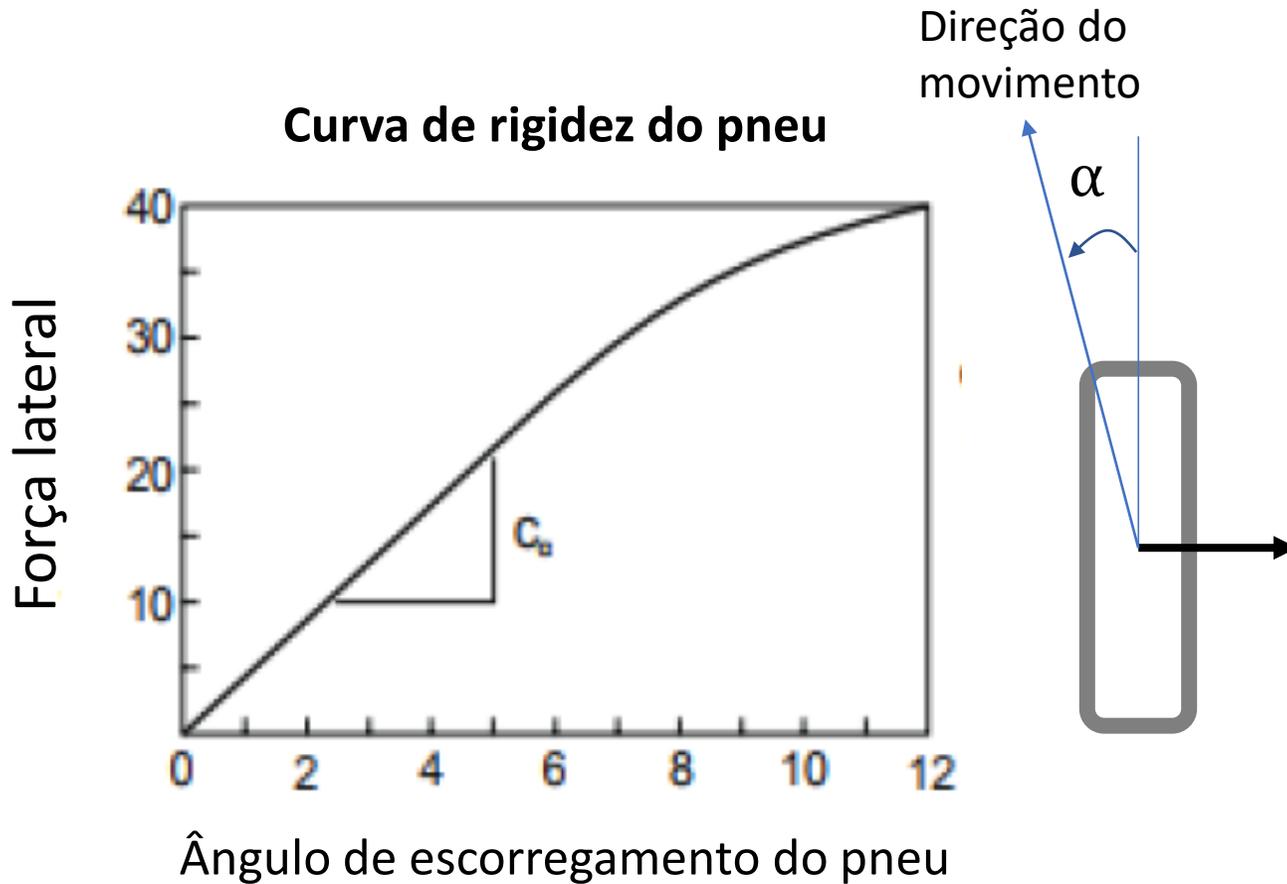


$\alpha_f$  : ângulo de escorregamento do pneu dianteiro

$\alpha_r$  : ângulo de escorregamento do pneu traseiro

Para ângulos de escorregamento pequeno a força lateral do pneu é aproximadamente um função linear do ângulo de escorregamento

# Forças laterais nos pneus dianteiro e traseiro



$$F_{yf} = C_f \alpha_f = C_f \left( \delta - \beta - \frac{\ell_f \dot{\psi}}{V} \right)$$

$$F_{yr} = C_r \alpha_r = C_r \left( -\beta + \frac{\ell_r \dot{\psi}}{V} \right)$$

$C_f$  : coeficiente de rigidez pneu dianteiro

$C_r$  : coeficiente de rigidez pneu traseiro

# Dinâmica Lateral e de Guinada (*yaw*)

Equações dinâmicas laterais :

$$mV(\dot{\beta} + \dot{\psi}) = F_{yf} + F_{yr}$$

$$I_z \ddot{\psi} = \ell_f F_{yf} + \ell_r F_{yr}$$

Equações forças laterais:

$$F_{yf} = C_f \alpha_f = C_f \left( \delta - \beta - \frac{\ell_f \dot{\psi}}{V} \right)$$

$$F_{yr} = C_r \alpha_r = C_r \left( -\beta + \frac{\ell_r \dot{\psi}}{V} \right)$$

$$\dot{\beta} = \frac{-(C_r + C_f)}{mV} \beta + \left( \frac{C_r \ell_r - C_f \ell_f}{mV^2} - 1 \right) \dot{\psi} + \frac{C_f}{mV} \delta$$

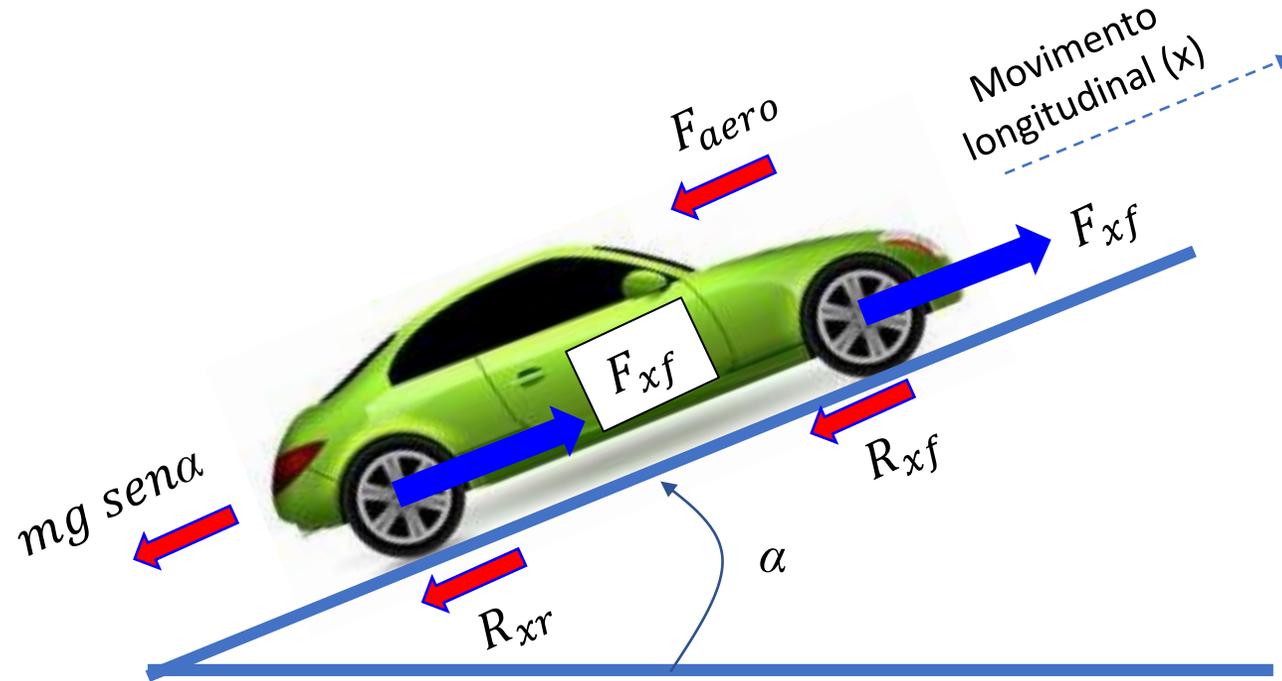
$$\dot{\psi} = \frac{C_r \ell_r - C_f \ell_f}{I_z} \beta - \frac{C_r \ell_r^2 + C_f \ell_f^2}{I_z V} \dot{\psi} + \frac{C_f \ell_f}{I_z} \delta$$

# Representação da dinâmica lateral no Espaço de Estados

Vetor de Estado:  $\mathbf{X}_{lat} = [y \ \beta \ \psi \ \dot{\psi}]^T = \mathbf{A}_{lat}\mathbf{X}_{lat} + \mathbf{B}_{lat}\delta$

$$\mathbf{A}_{lat} = \begin{bmatrix} 0 & V & V & 0 \\ 0 & \frac{-(C_r + C_f)}{mV} & 0 & \left(\frac{C_r \ell_r - C_f \ell_f}{mV^2} - 1\right) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{C_r \ell_r - C_f \ell_f}{I_z} & 0 & \left(\frac{C_r \ell_r - C_f \ell_f}{mV^2} - 1\right) \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_{lat} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{C_f}{mV} \\ 0 \\ \frac{C_f \ell_f}{I_z} \end{bmatrix}$$

# Modelo da dinâmica longitudinal do veículo



$$m\ddot{x} = F_{x_f} + F_{x_r} - F_{aero} - R_{x_f} - R_{x_r} - mg \text{ sen } \alpha$$

Acção do veículo

Força de tração dos pneus dianteiro e traseiros

Forças aerodinâmicas

Resistência de rolamento dos pneus dianteiros e traseiros

Força gravitacional devido à inclinação da via

# Modelo longitudinal simplificado

Modelo longitudinal completo:

$$m\ddot{x} = F_{xf} + F_{xr} - F_{aero} - R_{xf} - R_{xr} - mg \operatorname{sen}\alpha$$

- Chamando de  $F_x$  a força longitudinal total:

$$F_x = F_{xf} + F_{xr}$$

- $R_x$  a resistência rolamento total:

$$R_x = R_{xf} + R_{xr}$$

- Assumindo que  $\alpha$  é pequeno:

$$\operatorname{sen}\alpha = \alpha$$

Resulta:

$$\underbrace{m\ddot{x}}_{\text{Termo inercial}} = \underbrace{F_x}_{\text{Força de tração}} - \underbrace{F_{aero} - R_x - mg\alpha}_{\text{Força total de resistência } (F_{carga})}$$

# Modelo longitudinal simplificado

- Resistência de carga total:

$$F_{carga} = F_{aero} + R_x + m g \alpha = c_a \dot{x}^2 + c_r |\dot{x}| + m g \alpha$$

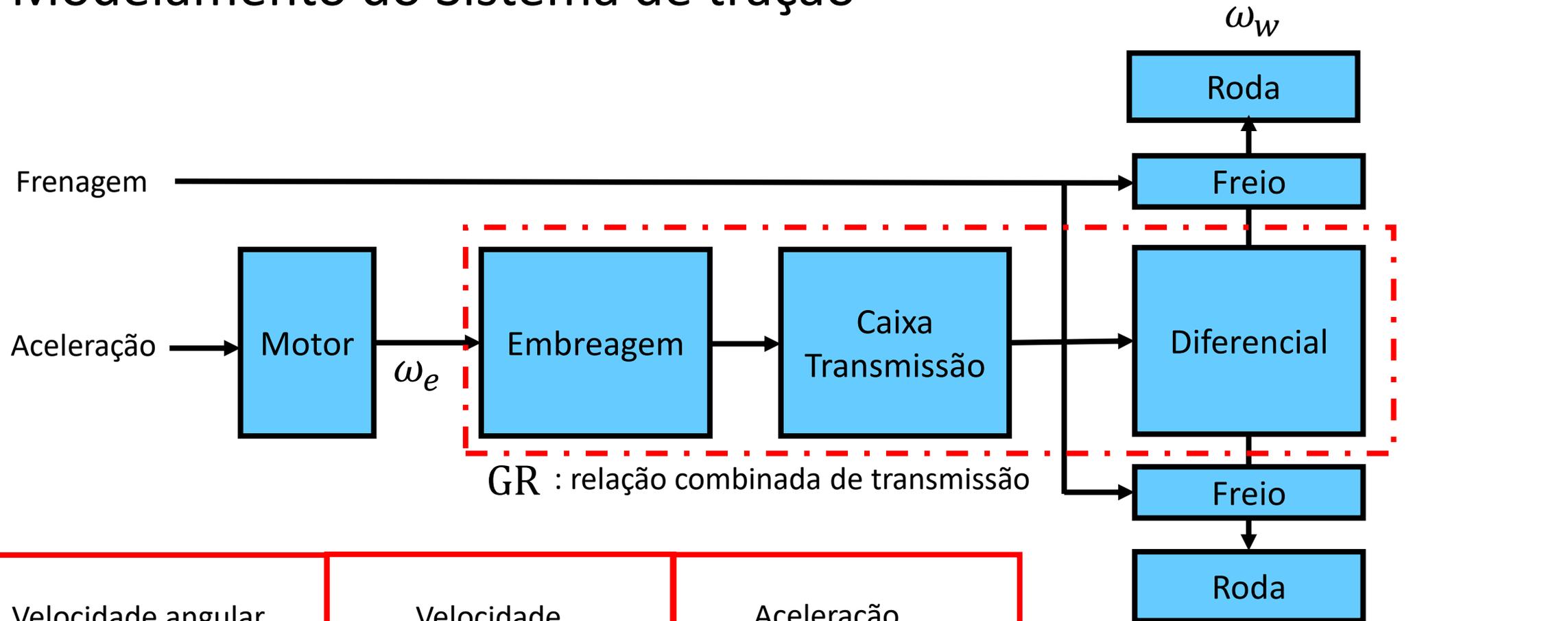
- A **resistência aerodinâmica** depende da densidade do ar, área frontal e a velocidade do veículo:

$$F_{aero} = \frac{1}{2} C_a \rho A \dot{x}^2 = c_a \dot{x}^2$$

- A **resistência de rolamento** depende força normal do pneu, pressão do pneu e a velocidade do veículo:

$$R_x \approx c_r |\dot{x}|$$

# Modelamento do Sistema de tração



$\omega_w$  Velocidade angular da roda

$r_{et}$  Raio efetivo da roda

Velocidade angular da roda:

$$\omega_w = GR\omega_e$$

Velocidade longitudinal :

$$\dot{x} = r_{et}\omega_w$$

Aceleração longitudinal :

$$\ddot{x} = r_{et}GR\dot{\omega}_e$$

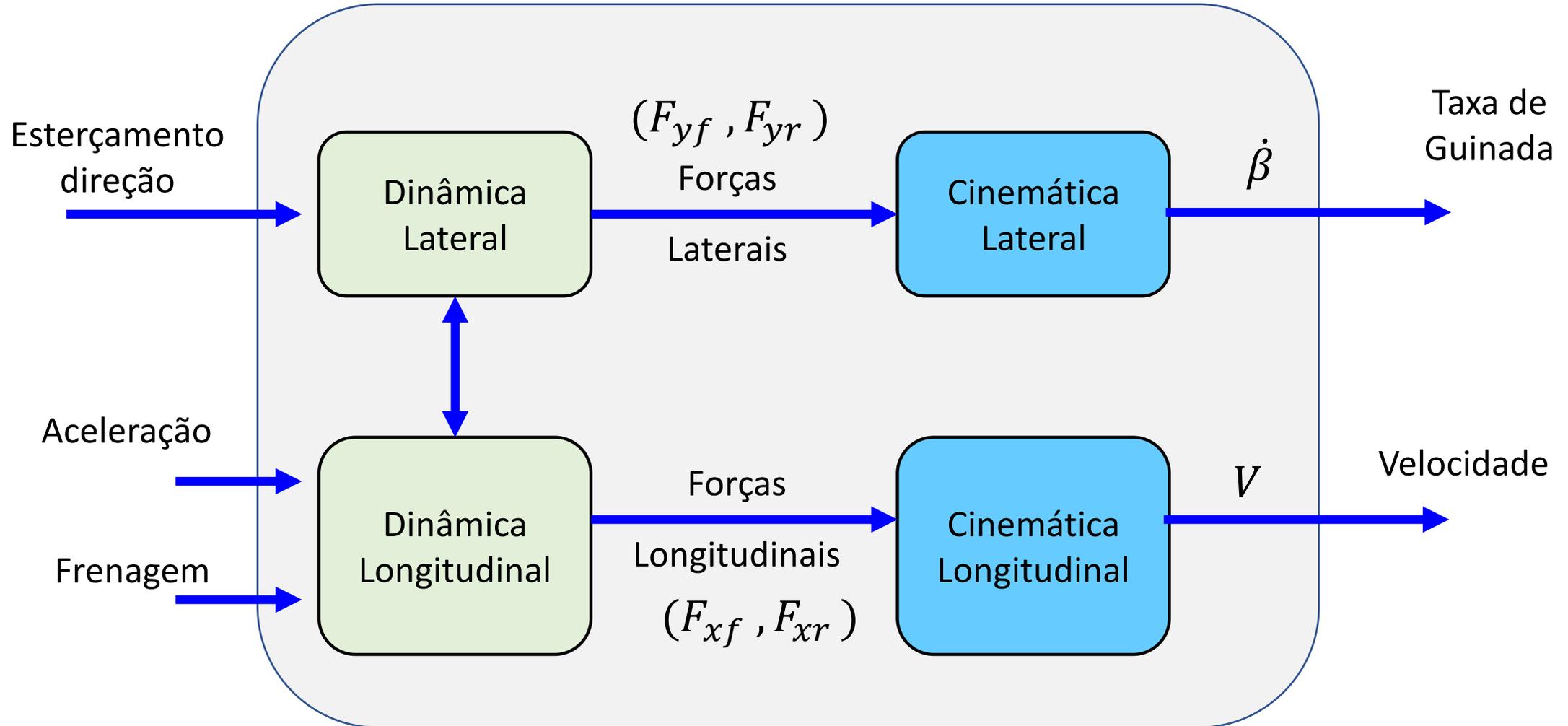
Trajectoria  
desejada



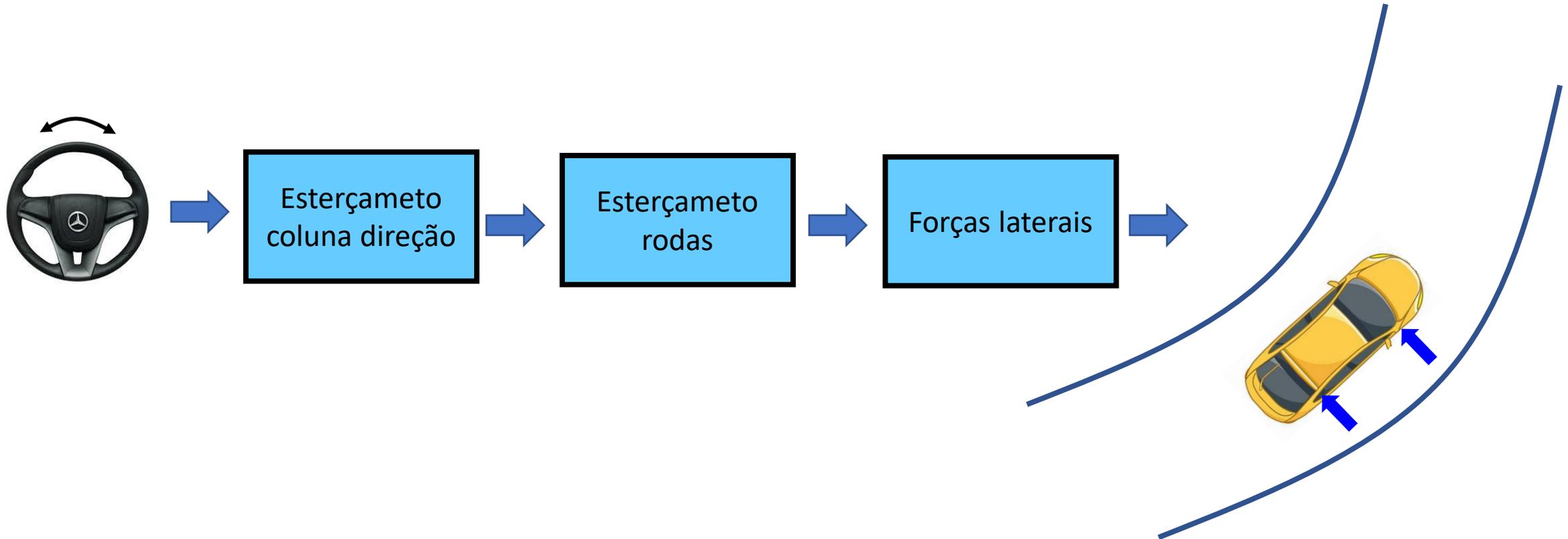
Velocidade  
desejada



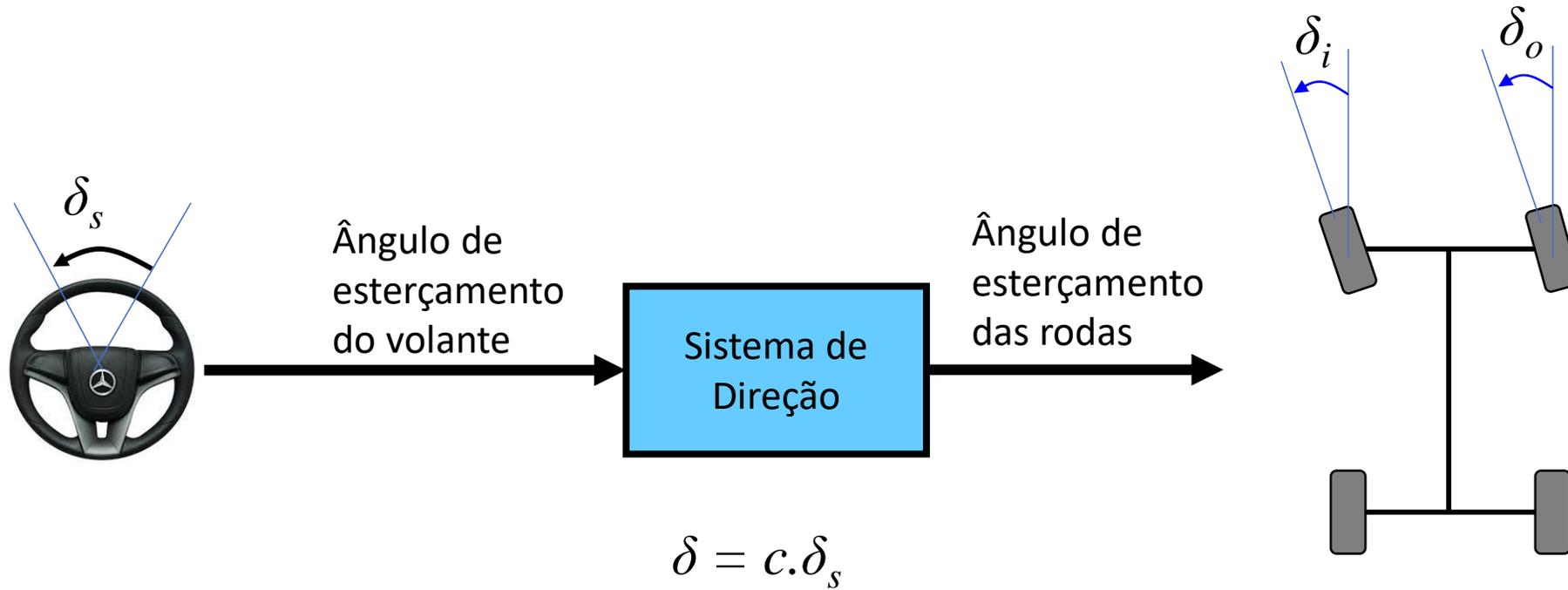
# Modelo de controle lateral e longitudinal do veículo



# Sistema de direção



# Modelo simples do sistema de direção



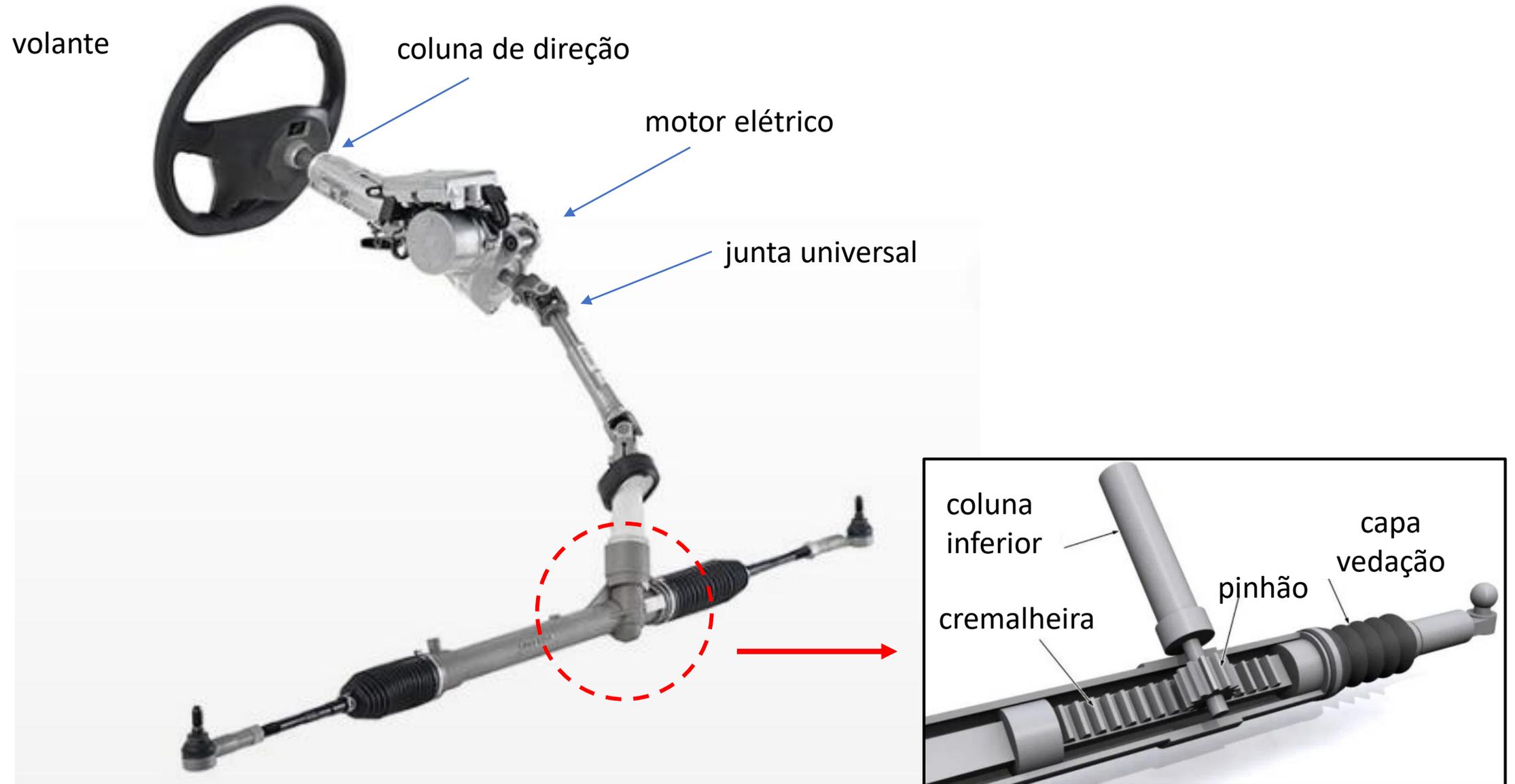
# Sistema de direção elétrica

Esterçamento do volante

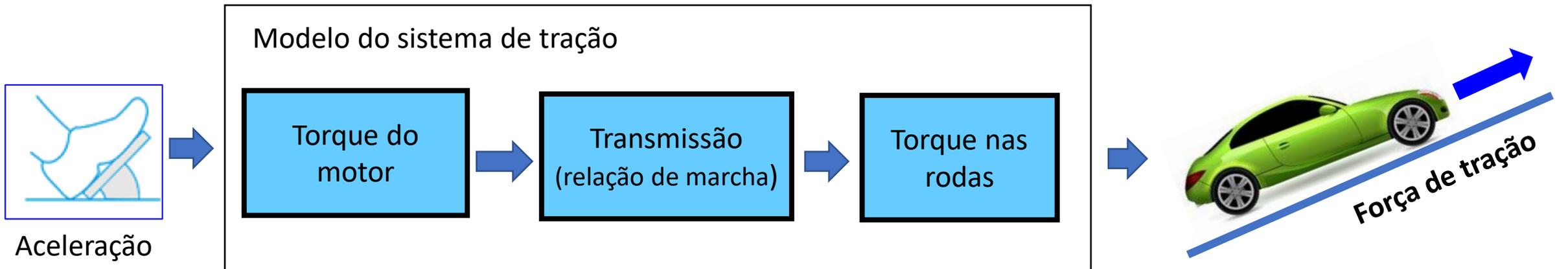
$\delta_s$



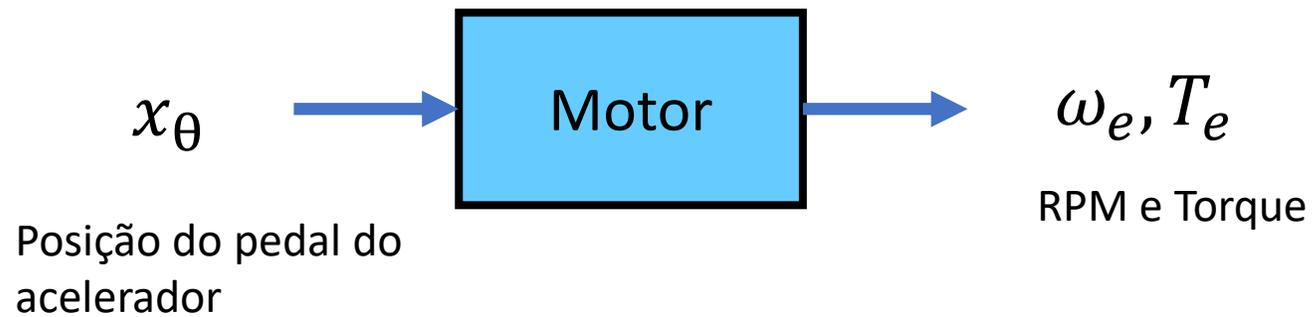
# Exemplo: sistema de direção elétrica da ZF



# Aceleração (*throttling*)

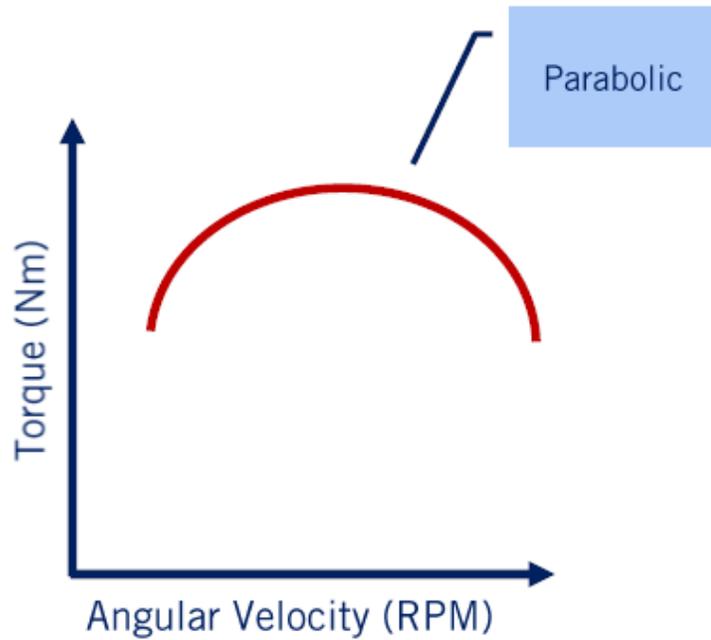


# Modelo do sistema de aceleração

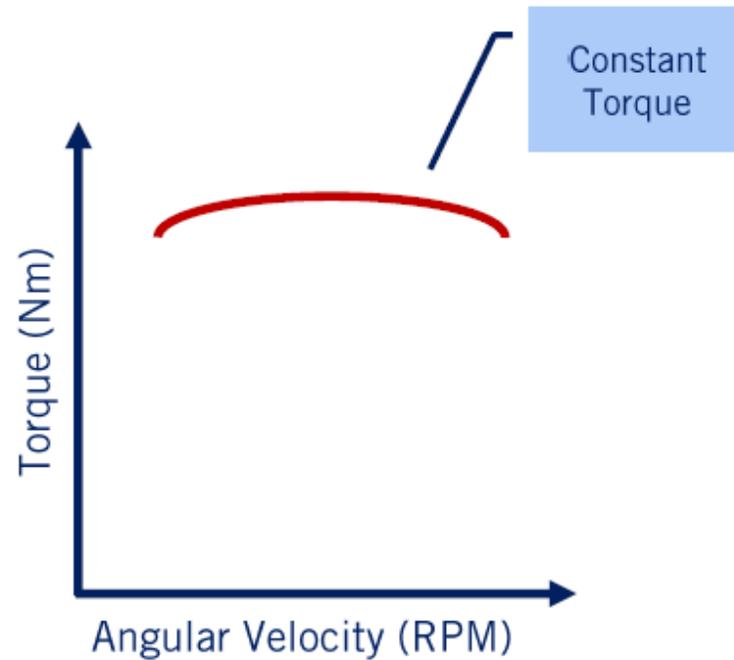


# Característica de Torque vs Rotação

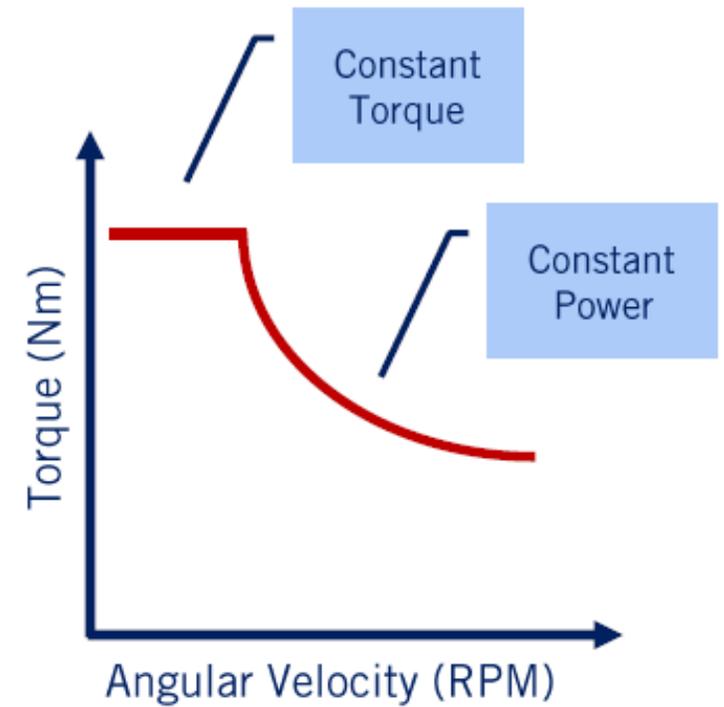
Motor a gasolina



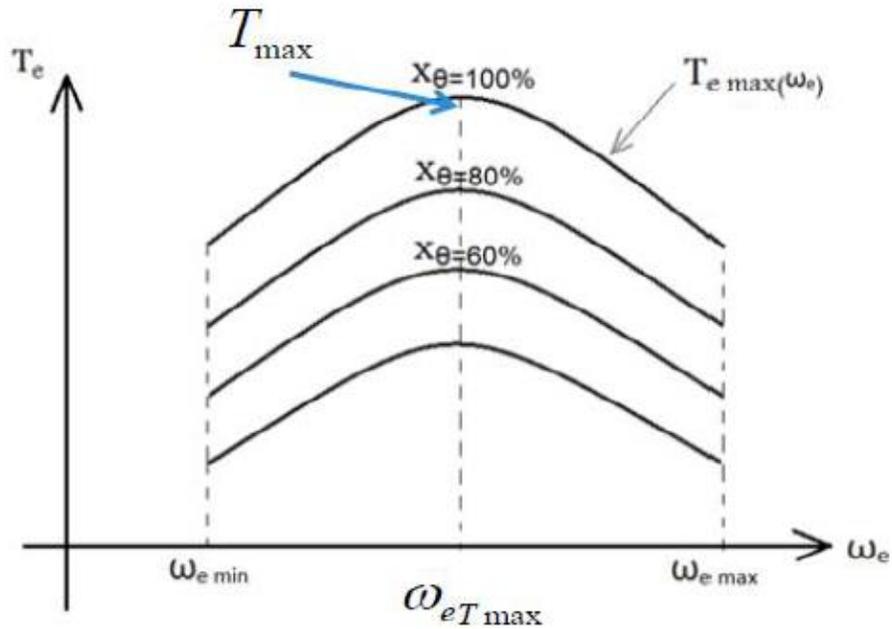
Motor diesel



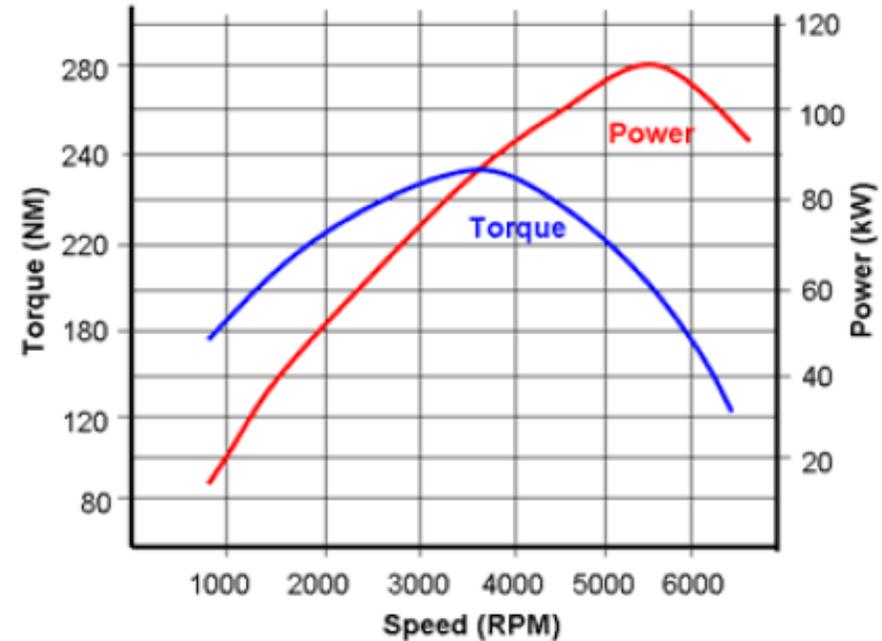
Motor elétrico



# Curvas típicas de torque para motor à gasolina



Curva de potência e torque do motor

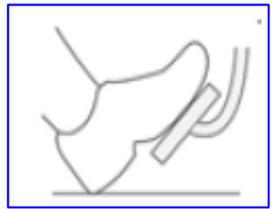


$$T_{e\max}(\omega_e) = A_0 + A_1\omega_e + A_2\omega_e^2$$

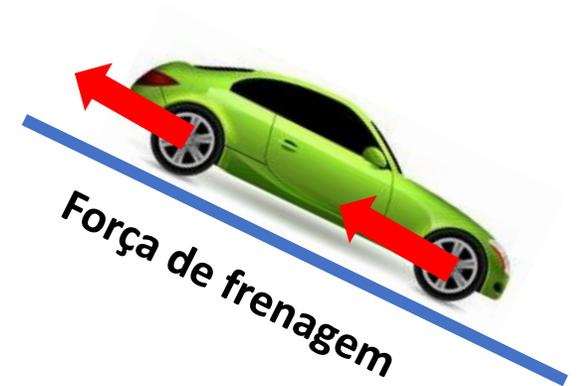
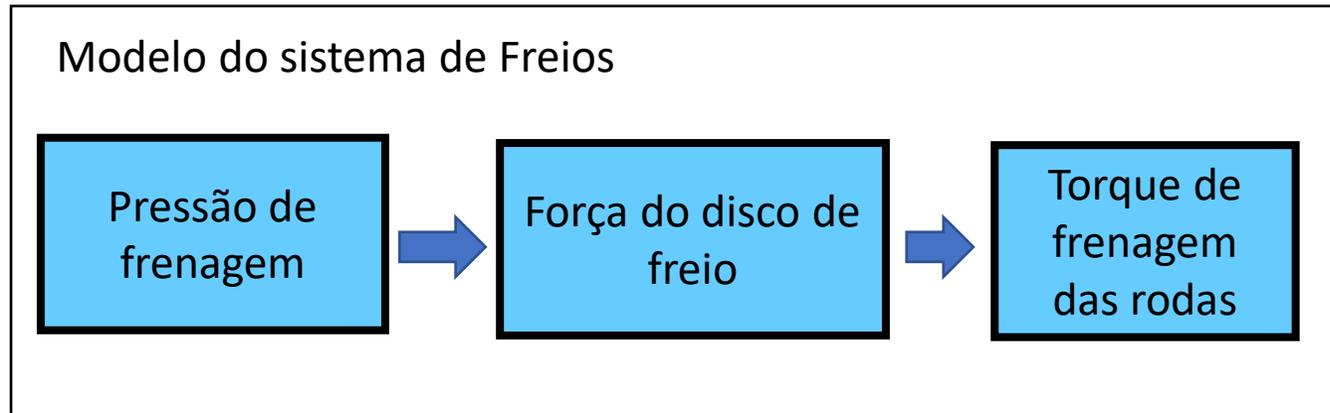
$$T_e(\omega_e, x_\theta) \approx x_\theta(A_0 + A_1\omega_e + A_2\omega_e^2)$$

Posição do pedal do  
acelerador (%)

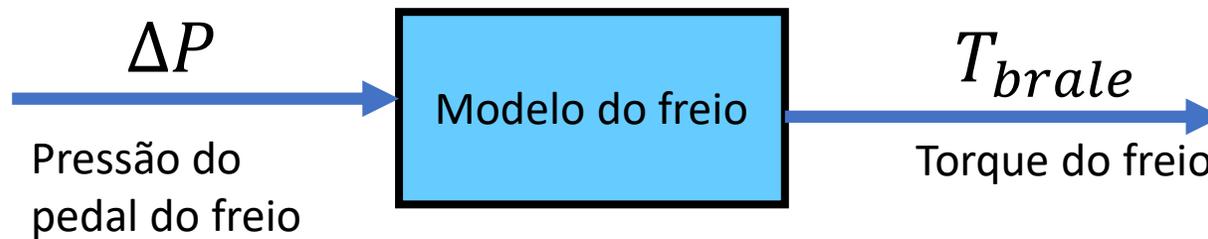
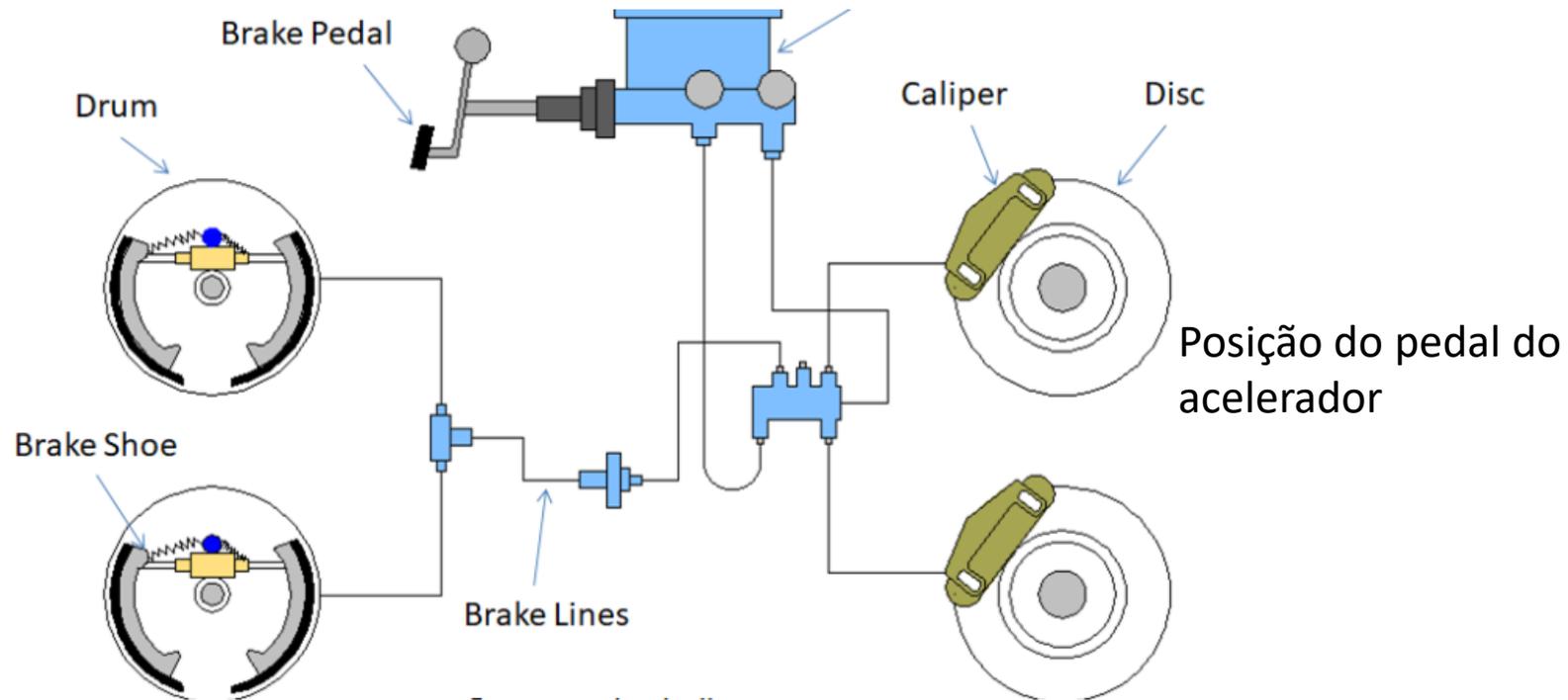
# Frenagem (desaceleração)



Frenagem



# Modelo do sistema de Freios



$$T_{brake} = k \cdot \Delta P$$

# Sistema de Freios

Deve garantir:

- Reduzida distância para parar
- Dirigibilidade durante a frenagem por meio do sistema ABS
- Estabilidade durante a frenagem para evitar tombamento



# Resultados da Aula 3:

- Adquirimos uma visão sistêmica da arquitetura de controle do veículo autônomo
- Construimos os modelos de dinâmica lateral e longitudinal do veículo autônomo
- Analisamos os modelos do sistema de direção e sistema de tração

# Na Aula 4 (encerramento):

- Abordagem para segurança do VA: *safety, security*, homologação
- Refinamento da percepção: *deep learning*
- Estudo de caso: Automovu (Pedro Borghese)

