

Equações não lineares

Alexandre Suaide

Como resolver equações não lineares? E sistemas de equações não lineares?

- Em geral mais complexo
- Equação não linear de uma única variável
 - Método de relaxação. Equações do tipo

$$x = f(x)$$

- Método:
 1. Chute um valor inicial para x
 2. Calcule $f(x)$
 3. Faça $x = f(x)$
 4. Volte para 2 até convergir

Exemplo

- $x = 2 - e^{-x}$
- Chute inicial, $x = 1$
 - $x' = 2 - e^{-1} = 1.632$
 - $x'' = 2 - e^{-1.632} = 1.804$
- Repito a operação e vejo que o valor vai convergindo
- Fazer um programa em Python para resolver uma equação não linear usando o método de relaxação. Defina um limite para convergência
- Testar para
 - $x = 2 - e^{-x}$
 - $x = e^{1-x^2}$
 - $x = \sqrt{1 - \ln(x)}$

```
1.63212055883
1.80448546585
1.83544089392
1.84045685534
1.84125511391
1.84138178281
1.84140187354
1.84140505985
1.84140556519
1.84140564533
```

Porque funciona para algumas e para outras, não?

- Expansão em Taylor

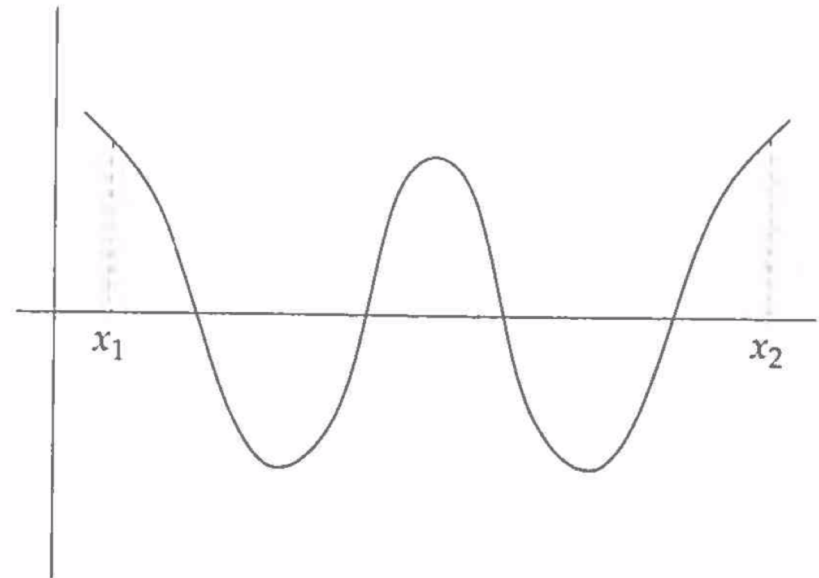
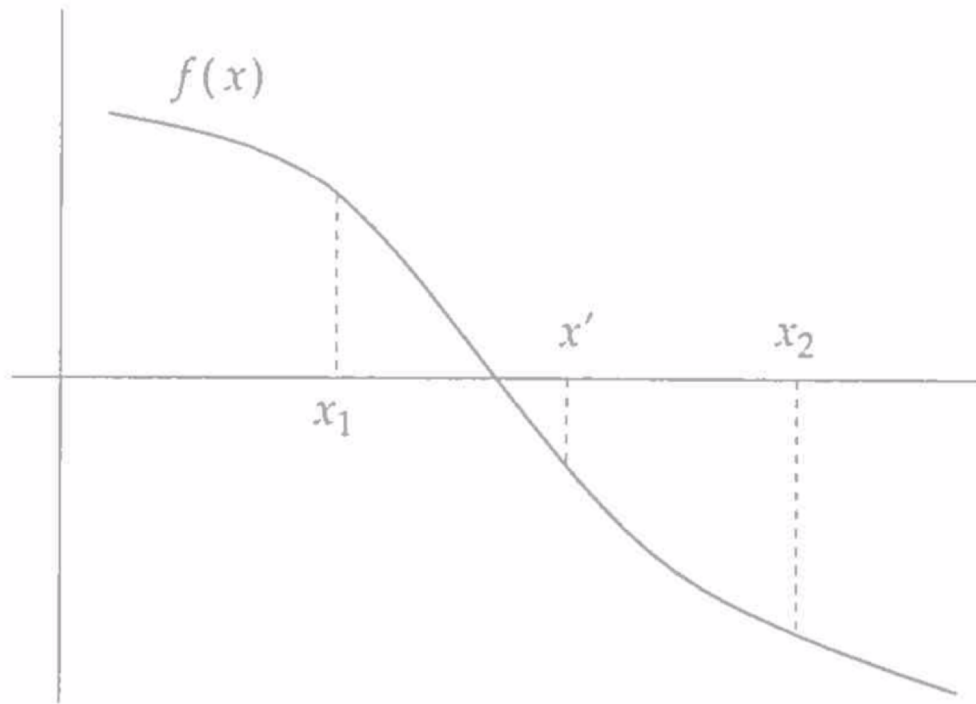
- $x' = f(x) = f(x^*) + (x - x^*)f'(x^*) + \dots$

- No método, $x^* = f(x^*)$, logo

- $x' - x^* = (x - x^*)f'(x^*)$

- Ou seja, a distância entre duas interações, $x - x^*$, a cada interação é multiplicada pela derivada $f'(x^*)$. Se esta derivada for menor que 1, a distância vai se tornando menor, convergindo para a solução.

Busca binária $f(x) = 0$



Exercício

- Faça um algoritmo que resolva equações não lineares por busca binária
 - Resolva as equações apresentadas na primeira parte da aula
 - Defina um limite para convergência do resultado
 - Compare os resultados obtidos aqui com os anteriores
- Modificar o algoritmo para achar todas as soluções para $\sin(x) = 0$ no intervalo entre 0 e 4π