

Estabilidade Geradores Sincronos

2019

Aquiles

Equação de Oscilação

$$J \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e \quad \text{N-m} \quad (14.1)$$

onde os símbolos têm os seguintes significados:

- J o momento de inércia total das massas do rotor, em kg-m^2
- θ_m o deslocamento angular do rotor com respeito a um eixo estacionário, em radianos mecânicos
- t tempo, em segundos
- T_m torque do eixo ou torque mecânico suprido pela máquina primária menos o torque de retardo devido às perdas rotacionais, em N-m
- T_e torque elétrico ou eletromagnético resultante, em N-m
- T_a torque de aceleração resultante, em N-m

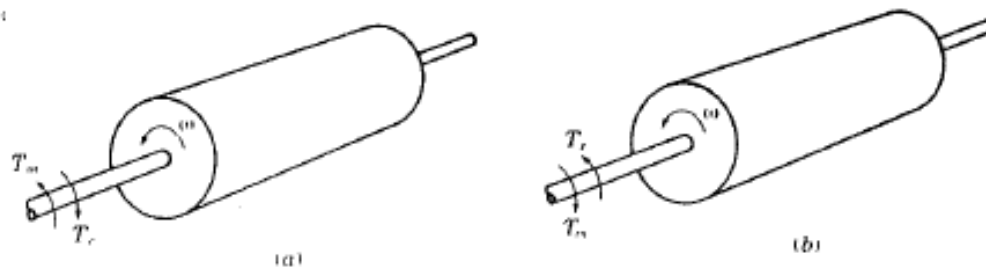


Figura 14.1 Representação de um rotor de máquina comparando direções de rotações e torques mecânicos e elétricos para (a) um gerador e (b) um motor.

$$\theta_m = \omega_{sm} t + \delta_m \quad (14.2)$$

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_{sm} + \frac{d\delta_m}{dt} \quad (14.3)$$

$$\frac{d^2\theta_m}{dt^2} = \frac{d^2\delta_m}{dt^2} \quad (14.4)$$

$$J \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e \quad \text{N-m} \quad (14.5)$$

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} \quad (14.6)$$

$$J\omega_m \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \quad \text{W} \quad (14.7)$$

$$M \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \quad \text{W} \quad (14.8)$$

$$H = \frac{\text{energia cinética armazenada em megajoule na velocidade síncrona}}{\text{potência nominal da máquina em MVA}}$$

$$H = \frac{\frac{1}{2}J\omega_{sm}^2}{S_{maq}} = \frac{\frac{1}{2}M\omega_{sm}}{S_{maq}} \quad \text{MJ/MVA} \quad (14.9)$$

$$M = \frac{2H}{\omega_{sm}} S_{maq} \text{ MJ/Rad.Mec\u00e1nicos} \quad (14.10)$$

$$\frac{2H}{\omega_{sm}} \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = \frac{P_a}{S_{maq}} = \frac{P_m - P_e}{S_{maq}} \quad (14.11)$$

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \text{ p.u.} \quad (14.12)$$

$$\frac{H}{\pi f} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \text{ p.u.} \quad (14.13)$$

onde δ est\u00e1 em radianos el\u00e9tricos e

$$\frac{H}{180f} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \text{ p.u.} \quad (14.14)$$

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \text{ p.u.} \quad (14.15)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (14.16)$$

$$H_{\text{sist}} = H_{\text{maq}} \frac{S_{\text{maq}}}{S_{\text{sist}}} \quad (14.17)$$

Exemplo 14.1 Desenvolva uma fórmula para calcular a constante H para uma unidade de geração nuclear com valor nominal de 1.333 MVA, 1.800 r/min com $WR^2 = 5.820.000 \text{ lb}\cdot\text{pé}^2$.

Solução A energia cinética de rotação em pé-libra, na velocidade síncrona, é

$$KE = \frac{1}{2} \frac{WR^2}{32,2} \left[\frac{2\pi(r/\text{min})}{60} \right]^2 \quad \text{pés}\cdot\text{lb}$$

Como 550 pés-lb/s são iguais a 746 W, segue-se que 1 pé-lb iguala-se a 746/550 J. Assim, convertendo pé-libra para megajoule e dividindo pelo valor nominal da máquina em megavolt-ampère, obtemos

$$H = \frac{\left(\frac{746}{550} \times 10^{-6} \right) \frac{1}{2} \frac{WR^2}{32,2} \left[\frac{2\pi(r/\text{min})}{60} \right]^2}{S_{\text{maq}}}$$

Tabela 14.1 Constantes de inércia típicas de máquinas síncronas†

Tipo de Máquina	Constante de Inércia H ‡ MJ/MVA
Gerador turbinado:	
Condensação, 1.800 r/min	9-6
130r/min	7-4
Não-condensado, 3.600 r/min	4-3
Gerador roda-d'água	
Baixa-velocidade, 200 r/min	2-3
Alta-velocidade, 200 r/min	2-4
Condensador síncrono: §	
Grande	1,25
Pequeno	1,00
Motor síncrono com carga	
Varia de 1,0 a 5,0 e maior para <i>heavy flywheels</i>	

† Reimpresso com permissão da Westinghouse Electric Corporation do *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*.

‡ Onde é dada uma faixa, o primeiro valor se aplica a máquinas de menores megavolt-ampères nominais.

§ Refrigerado a hidrogénio, 25% menos

Que resulta, após simplificações a

$$H = \frac{2,31 \times 10^{-10} WR^2(\text{r/min})^2}{S_{\text{maq}}}$$

Inserindo os dados fornecidos à máquina nesta seção, obtemos

$$\begin{aligned} H &= \frac{2,31 \times 10^{-10} (5,82 \times 10^6) (1800)^2}{1333} \\ &= 3,27 \text{ MJ/MVA} \end{aligned}$$

Convertendo H para uma base do sistema de 100 MVA, obtemos

$$H = 3,27 \times \frac{1333}{100} = 43,56 \text{ MJ/MVA}$$

Considere uma usina com dois geradores conectados ao mesmo barramento e que esteja eletricamente remota do local de distúrbio. As equações de oscilação na base comum do sistema são

$$\frac{2H_1}{\omega_s} \frac{d^2\delta_1}{dt^2} = P_{m1} - P_{e1} \quad \text{p.u.} \quad (14.18)$$

$$\frac{2H_2}{\omega_s} \frac{d^2\delta_2}{dt^2} = P_{m2} - P_{e2} \quad \text{p.u.} \quad (14.19)$$

Adicionando estas equações e anotando δ_1 e δ_2 por δ , já que os rotores oscilarão juntos, daí obtemos

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad \text{p.u.} \quad (14.20)$$

Exemplo 14.2 Duas unidades geradoras de 60 Hz operam em paralelo dentro da mesma usina e têm os seguintes valores nominais:

Unidade 1: 500 MVA, fator de potência de 0,85; 20 kV; 3600 r/min

$$H_1 = 4,8 \text{ MJ/MVA}$$

Unidade 2: 1333 MVA, fator de potência de 0,9; 22 kV; 1800 r/min

$$H_2 = 3,27 \text{ MJ/MVA}$$

Calcule a constante H equivalente às duas unidades na base de 100 MVA.

Solução A energia cinética rotativa total das duas máquinas é

$$KE = (4,8 \times 500) + (3,27 \times 1333) = 6759 \text{ MJ}$$

Conseqüentemente, a constante H para a máquina equivalente é

$$H = 67,59 \text{ MJ/MVA}$$

e este valor pode ser usado numa equação única de oscilação desde que as máquinas oscilem juntas; conseqüentemente os ângulos de seus rotores estão em fase em cada instante de tempo. Máquinas que oscilam juntas são chamadas máquinas *coerentes*. Nota-se que, quando ω_s e δ são expressos em graus ou radianos elétricos, as equações de oscilação para máquinas coerentes podem ser combinadas mesmo que, como no exemplo, as velocidades nominais sejam diferentes. Este fato é freqüentemente usado em estudos de estabilidade envolvendo muitas máquinas com o objetivo de reduzir o número de equações de oscilação que necessitam ser resolvidas.

Exemplo 14.3 O diagrama unifilar da Figura 14.4 mostra um gerador conectado através de linhas de transmissão paralelas até um grande sistema metropolitano considerado como uma barra infinita. A máquina está entregando 1,0 por-unidade de potência e tanto a tensão terminal como a tensão na barra infinita são 1,0 por-unidade. Números sobre o diagrama indicam os valores das reatâncias numa base comum ao sistema. A reatância transitória do gerador é 0,20 por-unidade como indicado. Determine a equação do ângulo-de-potência para o sistema aplicado às condições de operação.

Solução O diagrama de reatância para o sistema está indicado na Figura 14.5a. A reatância série entre a tensão terminal e o barramento infinito é

$$X = 0,10 + \frac{0,4}{2} = 0,3 \text{ p.u.}$$

e, portanto, a potência em por-unidade de 1,0 na saída do gerador é determinada pela equação do ângulo-de-potência

$$\frac{|V_t| |V|}{X} \sin \alpha = \frac{(1,0)(1,0)}{0,3} \sin \alpha = 1,0$$

onde V é a tensão do barramento infinito e α é o ângulo da tensão terminal em relação ao do barramento infinito. Resolvendo para α , obtemos

$$\alpha = \sin^{-1} 0,3 = 17,458^\circ$$

tal que a tensão terminal é

$$V_t = 1,0 / 17,458^\circ = 0,954 + j0,300 \text{ p.u.}$$

A corrente de saída do gerador é agora calculada como

$$\begin{aligned} I &= \frac{1,0 / 17,458^\circ - 1,0 / 0^\circ}{j0,3} \\ &= 1,0 + j0,1535 = 1,012 / 8,729^\circ \text{ p.u.} \end{aligned}$$

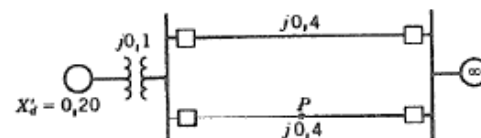


Figura 14.4 Diagrama unifilar para o Exemplo 14.3 e 14.4. O ponto P está no centro da linha.

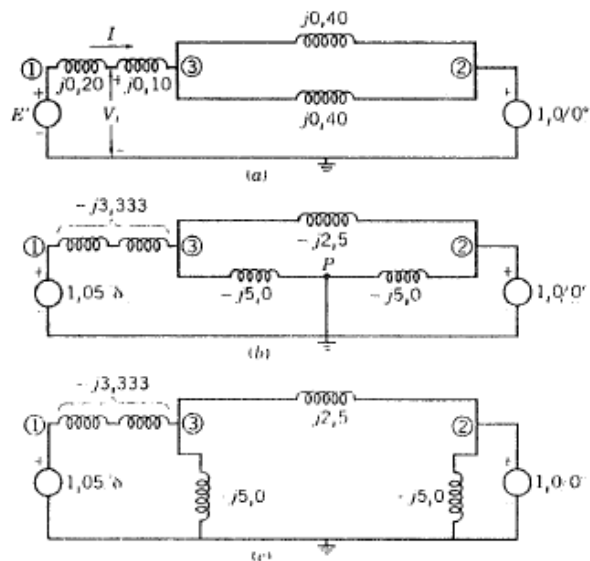


Figura 14.5 Diagrama de reatância (a) para rede com configuração de pré-falta para o Exemplo 14.3 com impedâncias em por-unidades e (b) e (c) para a configuração de falta do Exemplo 14.4 com as mesmas impedâncias convertidas a admitâncias e escritas em por-unidade.

e a tensão interna transitória é então obtida como

$$\begin{aligned}
 E' &= (0,954 + j0,30) + j(0,2)(1,0 + j0,1535) \\
 &= 0,923 + j0,5 = 1,050 \angle 28,44^\circ \text{ p.u.}
 \end{aligned}$$

A equação do ângulo-de-potência, relacionando a tensão interna transitória E' e a tensão do barramento infinito V , é determinada pela reatância série total

$$X = 0,2 + 0,1 + \frac{0,4}{2} = 0,5 \text{ p.u.}$$

Assim, a equação desejada é

$$P_e = \frac{(1,050)(1,0)}{0,5} \sin \delta = 2,10 \sin \delta \text{ p.u.}$$

onde δ é o ângulo do rotor da máquina com respeito ao barramento infinito.

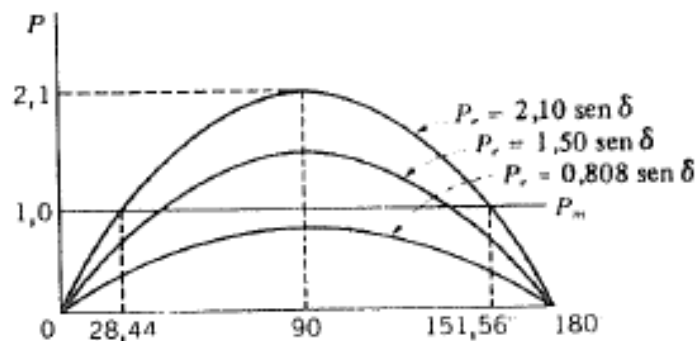


Figura 14.6 Gráfico das curvas de ângulo-de-potência encontradas nos Exemplos 14.3 a 14.5.

Esta equação de ângulo-de-potência está representada na Figura 14.6. Observe que a potência mecânica de entrada P_m é constante e intercepta a curva senoidal do ângulo-de-potência no ângulo de operação $\delta_0 = 28,44^\circ$. Esta é a posição angular inicial do rotor do gerador correspondente às condições de operação dadas. A equação de oscilação para a máquina pode ser escrita

$$\frac{H}{180f} \frac{d^2\delta}{dt^2} = 1,0 - 2,10 \text{ sen } \delta \text{ p.u.} \quad (14.38)$$

onde H está em megajoules por megavolt-ampère, f é a frequência elétrica do sistema e δ está em graus elétricos. Podemos facilmente chegar aos resultados do exemplo, já que nas condições de operação, $P_e = 2,10 \text{ sen } 28,44^\circ = 1,0$ por-unidade que corresponde exatamente à potência mecânica de entrada P_m e a aceleração é zero.

No exemplo seguinte, determinamos a equação do ângulo-de-potência para o mesmo sistema com uma falta trifásica em P , o ponto médio de uma das linhas de transmissão. Uma aceleração positiva é indicada quando a falta está presente.

Exemplo 14.4 O sistema do Exemplo 14.3 está operando nas condições indicadas quando uma falta trifásica ocorre no ponto P na Figura 14.4. Determine a equação do ângulo-de-potência para o sistema nas condições de falta e a correspondente equação de oscilação. Suponha $H = 5 \text{ MJ/MVA}$.

Solução O diagrama de reatância está indicado na Figura 14.5b no caso da falta sobre o sistema no ponto P . Os valores indicados são as admitâncias em por-unidade. O efeito do curto-circuito causado pela falta está claramente mostrado pelo diagrama de reatância da Figura 14.5c. Como calculado no Exemplo 14.3, a tensão interna transitória do gerador permanece em $E' = 1,05 \angle 28,44^\circ$ baseado na consideração de enlace de fluxo constante na máquina. Continua a necessidade de calcular a admitância de transferência resultante, conectada às fontes de tensão. Os barramentos são numerados como indicado e a Y_{barra} é formada por inspeção da Figura 14.5c como segue

$$Y_{\text{barra}} = j \begin{bmatrix} -3,333 & 0 & 3,333 \\ 0 & -7,50 & 2,50 \\ 3,333 & 2,50 & -10,833 \end{bmatrix}$$

O barramento 3 não tem conexão com fonte externa e pode ser removido pelo procedimento de eliminação de nós da Seção 7.4, para chegar à matriz de admitância reduzida

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -2,508 & 0,769 \\ 0,769 & 6,923 \end{bmatrix}$$

O módulo da admitância de transferência é 0,769 e portanto

$$P_{\max} = |E_1| |E_2| |Y_{12}| = (1,05)(1,0)(0,769) = 0,808 \text{ p.u.}$$

A equação do ângulo-de-potência com o sistema na condição de falta é portanto

$$P_e = 0,808 \text{ sen } \delta \text{ p.u.}$$

e a equação de oscilação correspondente é

$$\frac{S}{180f} \frac{d^2\delta}{dt^2} = 1,0 - 0,808 \text{ sen } \delta \text{ p.u.} \quad (14.39)$$

Para posterior referência note que, por causa de sua inércia, o rotor não pode mudar a posição instantaneamente na condição de ocorrência de falta. Portanto, o ângulo do rotor δ é inicialmente $28,44^\circ$ como no Exemplo 14.3 e a potência elétrica de saída é $P_e = 0,808 \text{ sen } 28,44^\circ = 0,385$. A potência de aceleração inicial é

$$P_a = 1,0 - 0,385 = 0,615 \text{ p.u.}$$

e a aceleração inicial é positiva com o valor dado por

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{180f}{S} (0,615) = 22,14f \text{ graus elétricos/s}^2$$

onde f é a frequência do sistema.

O sistema de proteção-de-linha sentirá a falta sobre a linha e atuará procurando eliminar a falta pela abertura simultânea dos disjuntores nos terminais da linha. Quando isto ocorre, uma nova equação do ângulo-de-potência é considerada, já que ocorreu mudança na rede.

Exemplo 14.5 A falta sobre o sistema do Exemplo 14.4 é eliminada por simultâneas aberturas dos disjuntores em cada terminal da linha afetada. Determine a equação de ângulo-de-potência e a equação de oscilação para o período pós-falta.

Solução A inspeção da Figura 14.5a mostra que, na condição de falta removida, a admitância de transferência resultante através do sistema é

$$Y_{12} = \frac{1}{j(0,2 + 0,1 + 0,4)} = -j1,429 \text{ p.u.}$$

ou na matriz de admitância

$$Y_{12} = j1,429$$

Portanto, a equação do ângulo-de-potência pós-falta é

$$P_e = (1,05)(1,0)(1,429) \sin \delta = 1,500 \sin \delta$$

e a equação de oscilação é

$$\frac{5}{180f} \frac{d^2\delta}{dt^2} = 1,0 - 1,500 \sin \delta$$

A aceleração no instante da eliminação da falta depende da posição angular do rotor naquele tempo. As curvas ângulo-de-potência para os Exemplos 14.3 e 14.5 estão comparadas na Figura 14.6.

Exemplo 14.6 A máquina do Exemplo 14.3 está operando em $\delta = 28,44^\circ$ quando está sujeita a pequeníssimos distúrbios temporários do sistema elétrico. Determine a frequência e o período da oscilação do rotor da máquina se o distúrbio é removido antes da resposta da máquina primária $H = 5 \text{ MJ/MVA}$.

Solução A equação de oscilação aplicável é a Equação (14.48) e o coeficiente de potência sincronizante no ponto de operação é

$$S_p = 2,10 \cos 28,44^\circ = 1,8466$$

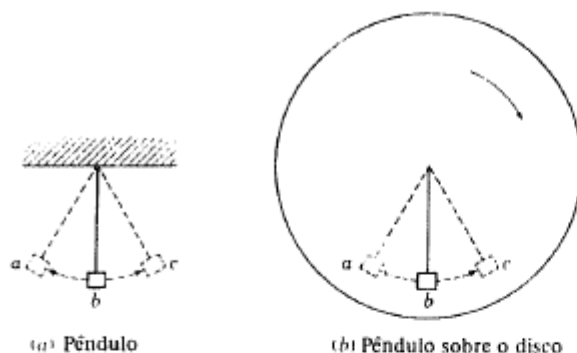


Figura 14.7 Pêndulo e disco rotativo para ilustrar uma oscilação do rotor com respeito a um barramento infinito.

A frequência angular das oscilações, é, portanto,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\omega_s S_p}{2H}} = \sqrt{\frac{377 \times 1,8466}{2 \times 5}} = 8,343 \text{ rad. elét./S}$$

A frequência da oscilação correspondente é

$$f_n = \frac{8,343}{2\pi} = 1,33 \text{ Hz}$$

e o período de oscilação é

$$T = \frac{1}{f_n} = 0,753 \text{ s}$$

Exemplo 14.7 Calcule o ângulo crítico-de-abertura e o tempo crítico-de-abertura para o sistema da Figura 14.8 quando o sistema está sujeito a uma falta trifásica no ponto P sobre a linha curta de transmissão. As condições iniciais são as mesmas do Exemplo 14.3 e H é 5 MJ/MVA.

Solução Do Exemplo 14.3, a equação de ângulo de potência é

$$P_e = P_{max} \sin \delta = 2,10 \sin \delta$$

o ângulo inicial do rotor é

$$\delta_0 = 28,44^\circ = 0,496 \text{ radianos elétricos}$$

e a potência mecânica de entrada P_m é 1,0 por-unidade. Ainda, da Equação (14.70), obtemos

$$\begin{aligned} \delta_{cr} &= \cos^{-1}[(\pi - 2 \times 0,496) \sin 28,44^\circ - \cos 28,44^\circ] \\ &= 81,697^\circ = 1,426 \text{ radianos elétricos} \end{aligned}$$

para o ângulo crítico-de-abertura. Entrando com este valor e as outras quantidades conhecidas na Equação (14.72), obtemos

$$\begin{aligned} t_{cr} &= \sqrt{\frac{4 \times 5(1,426 - 0,496)}{377 \times 1}} \\ &= 0,222 \text{ s} \end{aligned}$$

Este valor é equivalente ao tempo crítico-de-abertura de 13,3 ciclos com base na frequência de 60 Hz.

Este exemplo serve para estabelecer o conceito de tempo crítico-de-abertura que é essencial ao projeto do esquema apropriado de relés para eliminação de falta. Em casos mais gerais, o tempo crítico-de-abertura não pode ser explicitamente encontrado sem se resolver as equações de oscilação por simulação em computador digital.

Exemplo 14.8 Determine o ângulo crítico de abertura para a falta trifásica descrita no Exemplo 14.4 e 14.5, quando a configuração inicial do sistema e condições de operações pré-falta são como as descritas no Exemplo 14.3

Solução As equações do ângulo-de-potência obtidas nos exemplos anteriores são

$$\text{Antes da falta: } P_{\max} \sin \delta = 2,100 \sin \delta$$

$$\text{Durante a falta: } r_1 P_{\max} \sin \delta = 0,808 \sin \delta$$

$$\text{Após a falta: } r_2 P_{\max} \sin \delta = 1,500 \sin \delta$$

Assim

$$r_1 = \frac{0,808}{2,100} = 0,385 \quad r_2 = \frac{1,500}{2,100} = 0,714$$

Pelo Exemplo 14.3, temos

$$\delta_0 = 28,44^\circ = 0,496 \text{ rad}$$

e da Figura 14.11, calculamos

$$\delta_{\max} = 180^\circ - \sin^{-1} \frac{1,000}{1,500} = 138,19^\circ = 2,412 \text{ rad}$$

Portanto, inserindo os valores numéricos na Equação (14.73), obtemos

$$\begin{aligned} \cos \delta_{cr} &= \frac{(1,0/2,10)(2,412 - 0,496) + 0,714 \cos (138,19^\circ) - 0,385 \cos (28,44^\circ)}{0,714 - 0,385} \\ &= 0,127 \end{aligned}$$

Assim

$$\delta_{cr} = 82,726^\circ$$

Para determinar o tempo crítico de abertura, devemos obter a curva de oscilação de δ versus t para este exemplo. Na Seção 14.9, discutiremos um método de cálculo para estas curvas de oscilação.

Bibliografia

- William Stevenson Elementos de Analise de Sistemas de Potencia