

Lista de Exercícios - Lógica Gabarito

PCS3438 - Inteligência Artificial

Outubro 2019

Exercício 1

- (a) Válida
- (b) Nenhuma
- (c) Nenhuma
- (d) Válida
- (e) Válida
- (f) Válida
- (g) Válida

Exercício 2

Transformação das sentenças em cláusulas:

- S1: $(\neg A \vee B \vee E) \wedge (\neg B \vee A) \wedge (\neg E \vee A)$.
- S2: $(\neg E \vee D)$.
- S3: $(\neg C \vee \neg F \vee \neg B)$.

Exercício 3

- (a) $\text{Ocupação}(\text{Emília}, \text{Cirurgião}) \vee \text{Ocupação}(\text{Emília}, \text{Advogado})$
- (b) $\text{Ocupação}(\text{Joe}, \text{Ator}) \wedge \exists p, p \neq \text{Ator} \wedge \text{Ocupação}(\text{Joe}, p)$
- (c) $\forall p, \text{Ocupação}(p, \text{Cirurgião}) \rightarrow \text{Ocupação}(p, \text{Médico})$
- (d) $\neg \exists p, \text{Cliente}(\text{Joe}, p) \wedge \text{Ocupação}(p, \text{Advogado})$
- (e) $\exists p, \text{Chefe}(p, \text{Emília}) \wedge \text{Ocupação}(p, \text{Advogado})$

- (f) $\exists p, \text{Ocupação}(p, \text{Advogado}) \wedge \forall q, \text{Cliente}(q, p) \rightarrow \text{Ocupação}(q, \text{Médico})$
 (g) $\forall p, \text{Ocupação}(p, \text{Cirurgião}) \rightarrow \exists q, \text{Ocupação}(q, \text{Advogado}) \wedge \text{Cliente}(p, q)$

Exercício 4

- (a) Pessoas que falam a mesma língua compreendem umas às outras.
 (b) Considerar as definições: $\text{Compreende}(x, y)$, onde x compreende y , e $\text{Amigo}(x, y)$, onde x é amigo de y .
- i) $\forall x, y, \text{Compreende}(x, y) \wedge \text{Compreende}(y, x) \rightarrow \text{Amigo}(x, y) \wedge \text{Amigo}(y, x)$
 ii) $\forall x, y, z, \neg(\text{Amigo}(x, y) \wedge \text{Amigo}(y, z) \rightarrow \text{Amigo}(x, z))$

Exercício 5

- (a) Paris e Marseilles localizam-se na França.
 i) Sintaticamente inválida, pois não se pode utilizar conjunção dentro de um termo.
 ii) Correto.
 iii) Incorreto.
- (b) Existe um país que faz fronteira tanto com o Iraque como com o Paquistão.
 i) Correto.
 ii) Incorreto. Uso de implicação em existencial.
 iii) Sintaticamente inválido. Variável c utilizada fora do contexto de seu quantificador.
 iv) Sintaticamente inválido. Não é permitido utilizar conjunção dentro de um termo.
- (c) Todos os países que fazem fronteira com o Equador estão na América do Sul.
 i) Correto.
 ii) Correto, é equivalente à anterior.
 iii) Incorreto. Leva a conclusões divergentes à frase.
 iv) Incorreto. Uso errôneo da conjunção.
- (d) Nenhuma região da América do Sul faz fronteira com qualquer região da Europa.
 i) Correto.

- ii) Correto.
- iii) Incorreto. Leva a conclusões divergentes à frase.
- iv) Correto.

Exercício 6

- (a) $\exists x, \text{PaiOuMãe}(\text{Joan}, x) \wedge \text{Feminino}(x)$
- (b) $\exists^1 x, \text{PaiOuMãe}(\text{Joan}, x) \wedge \text{Feminino}(x)$
- (c) $\exists x \text{PaiOuMãe}(\text{Joan}, x) \wedge \text{Feminino}(x) \wedge (\forall y \text{PaiOuMãe}(\text{Joan}, y) \rightarrow y=x)$
- (d) $\exists^1 c, \text{PaiOuMãe}(\text{Joan}, c) \wedge \text{PaiOuMãe}(\text{Kevin}, c)$
- (e) $\exists c \text{PaiOuMãe}(\text{Joan}, c) \wedge \text{PaiOuMãe}(\text{Kevin}, c) \wedge \forall d, p (\text{PaiOuMãe}(\text{Joan}, d) \wedge \text{PaiOuMãe}(p, d)) \rightarrow (p = \text{Joan} \vee p = \text{Kevin})$

Exercício 7 Exemplo do que se pode considerar:

- $\text{Aluno}(x)$
- $\text{Estuda}(x, y, z)$, sendo x o aluno, y a disciplina e z o período.
- $\text{Aprovado}(x, y, z)$, sendo x o aluno, y a disciplina e z o período em que a disciplina foi cursada
- $\text{Nota}(x, y, z)$ sendo x o aluno, y a disciplina e z o período em que a nota foi obtida
- $\text{Pessoa}(x)$, onde x é uma pessoa
- $\text{Compra}(x, y, z)$, onde x compra y de z
- $\text{Vende}(x, y, z)$ onde x vende y para z
- $\text{FazBarba}(x, y)$ onde x faz a barba de y
- $\text{Nasceu}(x, y)$ onde x nasceu na localidade y
- $\text{PaiOuMãe}(x, y)$ onde x é pai ou mãe de y
- $\text{Cidadão}(x, y, r)$ onde x é cidadão de y por razão r
- $\text{Residente}(x, y)$ onde x é residente do país y
- $\text{Engana}(x, y, t)$ onde x engana y no momento t
- $\text{Aluno}(x)$, $\text{Pessoa}(x)$, $\text{Inteligente}(x)$, $\text{Seguro}(x)$, $\text{Caro}(x)$, $\text{Agente}(x)$, $\text{Segurado}(x)$, $\text{Barbeiro}(x)$, $\text{Homem}(x)$ e $\text{Político}(x)$ com significado implícito.

- (a) $\exists x, \text{Aluno}(x) \wedge \text{Estuda}(x, \text{Francês}, \text{Primavera de 2001})$;
- (b) $\forall x, \text{periodo}, \text{Aluno}(x) \wedge \text{Estuda}(x, \text{Francês}, \text{periodo}) \rightarrow \text{Aprovado}(x, \text{Francês}, \text{periodo})$;
- (c) $\exists x \text{Aluno}(x) \wedge \text{Estuda}(x, \text{Grego}, \text{Primavera 2001}) \wedge \forall y, y \neq x \rightarrow \neg \text{Estuda}(y, \text{Grego}, \text{Primavera 2001})$
- (d) $\forall x \text{Pessoa}(x) \wedge (\exists y, z \text{Seguro}(y) \wedge \text{Compra}(x, y, z)) \rightarrow \text{Inteligente}(x)$
- (e) $\forall x, y, z \text{Pessoa}(x) \wedge \text{Seguro}(y) \wedge \text{Caro}(y) \rightarrow \neg \text{Compra}(x, y, z)$
- (f) $\exists x \text{Agente}(x) \wedge \forall y, z \text{Seguro}(y) \wedge \text{Vende}(x, y, z) \rightarrow (\text{Pessoa}(z) \wedge \neg \text{Segurado}(z))$
- (g) $\exists x \text{Barbeiro}(x) \wedge \forall y \text{Homem}(y) \wedge \neg \text{FazBarba}(y, y) \rightarrow \text{FazBarba}(x, y)$.
- (h) $\forall x \text{Pessoa}(x) \wedge \text{Nasceu}(x, \text{UK}) \wedge (\forall y \text{PaiOuMãe}(y, x) \rightarrow ((\exists r \text{Cidadão}(y, \text{UK}, r)) \vee \text{Residente}(y, \text{UK}))) \rightarrow \text{Cidadão}(x, \text{UK}, \text{Nascimento})$.
- (i) $\forall x \text{Pessoa}(x) \wedge \neg \text{Nasceu}(x, \text{UK}) \wedge (\exists y \text{PaiOuMãe}(y, x) \wedge \text{Cidadão}(y, \text{UK}, \text{Nascimento})) \rightarrow \text{Cidadão}(x, \text{UK}, \text{Descendente})$.
- (j) $\forall x \text{Político}(x) \rightarrow (\exists y \forall t \text{Pessoa}(y) \wedge \text{Engana}(x, y, t)) \wedge (\exists t \forall y \text{Pessoa}(y) \rightarrow \text{Engana}(x, y, t)) \wedge \neg (\forall t \forall y \text{Pessoa}(y) \rightarrow \text{Engana}(x, y, t))$
- (k) $\forall x, y, l \text{Pessoa}(x) \wedge [\exists r \text{Cidadão}(x, \text{Grécia}, r)] \wedge \text{Pessoa}(y) \wedge [\exists r \text{Cidadão}(y, \text{Grécia}, r)] \wedge \text{Fala}(x, l) \rightarrow \text{Fala}(y, l)$

Exercício 8

Sentenças em cláusulas:

1. $p \vee \neg q$
2. $p \rightarrow r$
3. $\neg r \vee q$

Prova de $p \rightarrow q$:

4. $r \rightarrow q$ Definição de implicação em 3
5. $p \rightarrow q$ Silogismo Hipotético 2 e 4

Prova de $q \rightarrow p$

6. $\neg \neg p \vee \neg q$ Dupla negação em 1
7. $\neg p \rightarrow \neg q$ Definição de implicação em 6
8. $q \rightarrow p$ Contraposição em 7

Exercício 9 – Lógica de Predicados:

1. $\forall x \forall y \text{Cao}(x) \wedge \text{Carne}(y) \rightarrow \text{Come}(x,y) \equiv$
 $\neg (\text{Cao}(x) \wedge \text{Carne}(y)) \vee \text{Come}(x,y) \equiv$
 $\neg \text{Cao}(x) \vee \neg \text{Carne}(y) \vee \text{Come}(x,y)$
2. $\forall x \text{Pastor}(x) \rightarrow \text{Cao}(x) \equiv$
 $\neg \text{Pastor}(z) \vee \text{Cao}(z)$
3. $\forall x \text{Linguica}(x) \rightarrow \text{Carne}(x) \equiv$
 $\neg \text{Linguica}(w) \vee \text{Carne}(w)$
4. $\text{Linguica}(\text{Calabresa})$
5. $\text{Pastor}(\text{Toto})$

Prova por resolução:

1. $\neg \text{Cao}(x) \vee \neg \text{Carne}(y) \vee \text{GostaComer}(x,y)$
2. $\neg \text{Pastor}(x) \vee \text{Cao}(x)$
3. $\neg \text{Linguica}(x) \vee \text{Carne}(x)$
4. $\text{Linguica}(\text{Calabresa})$
5. $\text{Pastor}(\text{Toto})$
6. $\text{Carne}(\text{Calabresa}) \quad \{x/\text{Calabresa}\}$ Resolucao 3,4
7. $\text{Cao}(\text{Toto}) \quad \{x/\text{Toto}\}$ Resolucao 2,5
8. $\neg \text{Carne}(y) \vee \text{GostaComer}(\text{Toto},y) \quad \{x/\text{Toto}\}$ Resolucao 1,7
9. $\text{GostaComer}(\text{Toto},\text{Calabresa}) \quad \{y/\text{Calabresa}\}$ Resolucao 6,8
Como queremos demonstrar!

Exercício 10

Sentenças:

- Todos que amam todos os animais são amados por alguém.
- Qualquer um que mate um animal não é amado por ninguém.
- Jack ama todos os animais.
- O gato, chamado Tuna, foi morto por Jack ou por Ana.

FOL (premissas):

1. $\forall x (\forall y \text{ Animal}(y) \rightarrow \text{Ama}(x,y)) \rightarrow \exists z \text{ Ama}(z,x)$
2. $\forall x (\exists y \text{ Animal}(y) \wedge \text{Mata}(x,y)) \rightarrow \forall z \neg \text{Ama}(z,x)$
3. $\forall x \text{ Animal}(x) \rightarrow \text{Ama}(\text{Jack},x)$
4. $\text{Gato}(\text{Tuna}) \wedge (\text{Mata}(\text{Jack},\text{Tuna}) \vee \text{Mata}(\text{Ana},\text{Tuna}))$
5. $\forall x \text{ Gato}(x) \rightarrow \text{Animal}(x)$ // *sentença de senso comum, relacionando gato com animal.*

Notem que:

- $(\exists p) \rightarrow q \equiv \neg(\exists p) \vee q \equiv (\forall \neg p) \vee q \equiv (\forall \neg p \vee q) \equiv \forall p \rightarrow q$

Transformação para cláusulas:

PREMISSA 1: $\forall x (\forall y \text{ Animal}(y) \rightarrow \text{Ama}(x,y)) \rightarrow (\exists z \text{ Ama}(z,x)) \equiv$
 $\forall x \exists y \exists z (\text{Animal}(y) \rightarrow \text{Ama}(x,y)) \rightarrow \text{Ama}(z,x) \equiv$
 $\forall x \exists y \exists z \neg(\neg \text{Animal}(y) \vee \text{Ama}(x,y)) \vee \text{Ama}(z,x) \equiv$
 $\forall x \exists y \exists z (\text{Animal}(y) \wedge \neg \text{Ama}(x,y)) \vee \text{Ama}(z,x) \equiv$
 $\forall x (\text{Animal}(F(x)) \wedge \neg \text{Ama}(x,F(x))) \vee \text{Ama}(G(x),x) \equiv$
 $(\text{Animal}(F(x)) \vee \text{Ama}(G(x),x)) \wedge (\neg \text{Ama}(x,F(x)) \vee \text{Ama}(G(x),x))$

PREMISSA 2: $\forall x (\exists y \text{ Animal}(y) \wedge \text{Mata}(x,y)) \rightarrow \forall z \neg \text{Ama}(z,x) \equiv$
 $\forall x \forall y \forall z (\text{Animal}(y) \wedge \text{Mata}(x,y)) \rightarrow \neg \text{Ama}(z,x) \equiv$
 $\forall x \forall y \forall z \neg(\text{Animal}(y) \wedge \text{Mata}(x,y)) \vee \neg \text{Ama}(z,x) \equiv$
 $\forall x \forall y \forall z \neg \text{Animal}(y) \vee \neg \text{Mata}(x,y) \vee \neg \text{Ama}(z,x) \equiv$
 $\neg \text{Animal}(y) \vee \neg \text{Mata}(x,y) \vee \neg \text{Ama}(z,x)$

Cláusulas:

1. $\text{Animal}(F(x)) \vee \text{Ama}(G(x),x)$ PREMISSA 1
2. $\neg \text{Ama}(u,F(u)) \vee \text{Ama}(G(u),u)$ PREMISSA 1
3. $\neg \text{Animal}(y) \vee \neg \text{Mata}(r,y) \vee \neg \text{Ama}(z,r)$ PREMISSA 2
4. $\neg \text{Animal}(w) \vee \text{Ama}(\text{Jack},w)$ PREMISSA 3
5. $\text{Mata}(\text{Jack},\text{Tuna}) \vee \text{Mata}(\text{Ana},\text{Tuna})$ PREMISSA 4
6. $\text{Gato}(\text{Tuna})$ PREMISSA 4
7. $\neg \text{Gato}(t) \vee \text{Animal}(t)$ PREMISSA 5
8. $\neg \text{Mata}(\text{Ana},\text{Tuna})$ Negação da Conclusão

9. $\text{Animal}(\text{Tuna}) \quad \{t/\text{Tuna}\}$ Resolução (6,7)
10. $\neg\text{Ama}(z,r) \vee \neg\text{Mata}(r,\text{Tuna}) \quad \{y/\text{Tuna}\}$ Resolução (3,9)
11. $\text{Mata}(\text{Jack},\text{Tuna})$ Resolução (5,8)
12. $\neg\text{Ama}(z,\text{Jack}) \quad \{r/\text{Jack}\}$ Resolução (10,11)
13. $\neg\text{Animal}(w) \vee \text{Ama}(G(\text{Jack}),\text{Jack}) \quad \{u/\text{Jack}, F(\text{Jack})/w\}$ Resolução (2,4)
14. $\text{Ama}(G(\text{Jack}),\text{Jack}) \quad \{x/\text{Jack}, F(\text{Jack})/w\}$ Resolução (1,13)
15. $\{ \} \quad \{z/G(\text{Jack})\}$ Resolução (12,14)