O Conceito de Limite

Desafio

Os desafios são exercícios para se resolver trocando ideias com colegas, monitores, tutores e professores. Não se frustre se não conseguir resolver todos os passos.

1) Vamos explorar como a definição de derivada em termos de limite mostra que $\frac{d}{dx}[sen(x)] = \cos(x)$. Neste caso como *f(x) = sen(x)*, note que a definição da derivada em termos de limite nos diz que:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{sen(x+h) - sen(x)}{h}$$

Lembre-se da identidade trigonométrica para o seno envolvendo dois ângulos α e β:

$$sen(\alpha + \beta) = sen(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)sen(\beta)$$

a) Utilizando essa identidade, mostre que:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{sen(x)[\cos(h) - 1] + \cos(x)sen(h)}{h}$$

b) Notando que alterando-se h o x permanece constante, explique porque faz sentido dizer que:

$$f'(x) = sen(x) \cdot \lim_{h \to 0} \frac{\cos(h) - 1}{h} + \cos(x) \cdot \lim_{h \to 0} \frac{sen(h)}{h}$$

c) Por fim, utilizando pequenos valores de *h*, isto é $h \to 0$, estime os valores dos dois limites em (b), quais sejam:

$$\lim_{h \to 0} \frac{\cos(h) - 1}{h} \quad e \quad \lim_{h \to 0} \frac{sen(h)}{h}$$

d) O que os seus resultados em (c) dizem à respeito do valor de *f'(x)*?

e) Seguindo a mesma sistemática, use a definição de derivada baseada em limites para argumentar convincentemente que $\frac{d}{dx}[\cos(x)] = -sen(x)$