

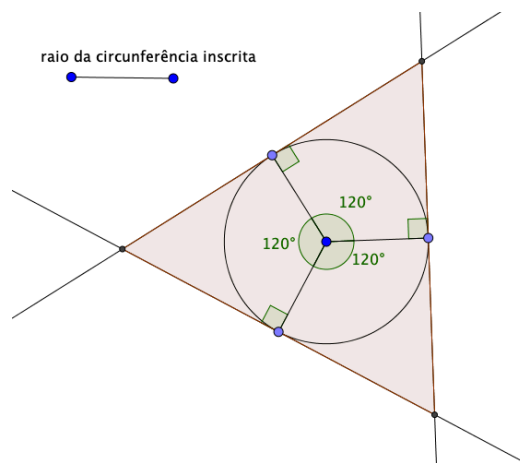
**IME-USP**  
**Licenciatura em Matemática**  
**MAT230 – 2/2019**

***Exercícios da Lista de Construções Geométricas***

**12b)** Iniciar pela construção da circunferência circunscrita com centro em um ponto qualquer e raio dado.

Obter 3 ângulos centrais (com vértice no centro da circunferência) de  $120^\circ$  dividindo a circunferência em 3 partes. Esses 3 pontos de divisão, são extremidades das alturas relativas a cada lado do triângulo equilátero.

Com base na figura abaixo, finalizar a construção...



Estamos usando aqui a seguinte propriedade: num triângulo equilátero, relativamente a um lado, altura, mediana, mediatriz e bissetriz se confundem (mesmos segmentos).

**13b)** Assim como em algumas demonstrações (por exemplo dos teoremas *ALA* ou *LLL* de congruência de triângulos), essa resolução necessita da construção de um triângulo auxiliar, ou seja, da construção de um elemento intermediário para se chegar à solução.

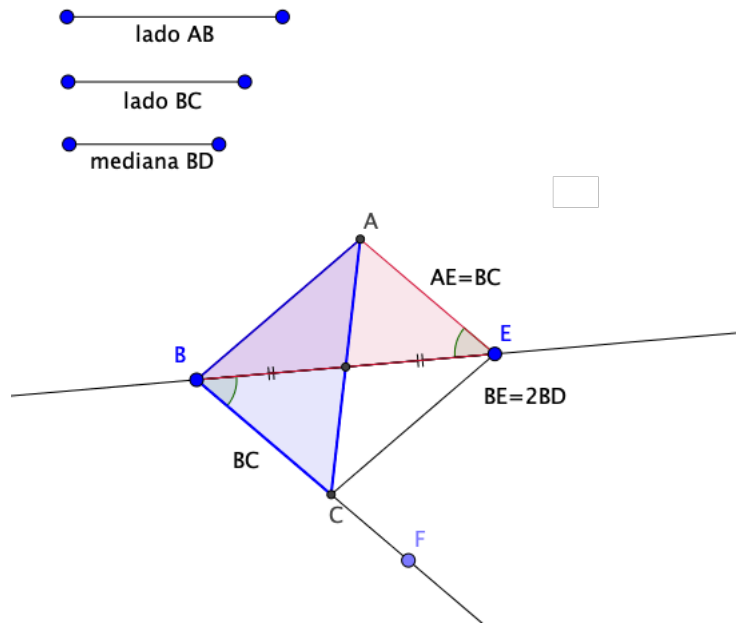
No caso, é possível resolver o problema construindo primeiro o **triângulo BAE**, onde:

- lado  $AB$  dado;
- lado  $BE$  tem por medida o dobro da medida da mediana  $BD$  dada (isto é,  $BE = 2BD$ )
- lado  $EA$  é congruente ao lado  $BC$  (isto é,  $EA = BC$ )

A partir desse triângulo  $BAE$ , é possível obter o triângulo  $ABC$  procurado.

Para isso, construir no semiplano oposto ao que contém  $A$  em relação à reta  $BE$  o triângulo  $ECB$  congruente ao triângulo  $BAE$  (isso se faz transportando o ângulo

$AEB$  sobre  $BE$  e com vértice  $B$  e depois, sobre o lado  $BF$  do ângulo construído, transportar o segmento  $BC$  dado, obtendo o vértice  $C$ ).



O triângulo  $BAC$  é a solução do problema. **A vocês de justificarem!**

**16b)** A construção desse exercício reduz-se à determinação do ponto  $A$ , 3º vértice do triângulo, partindo-se do lado  $BC$  e do ângulo com vértice em  $B$  dados e encontrando, a partir de  $D$  ponto médio do segmento  $BC$ , o lugar geométrico dos pontos  $A$ , isto é, a circunferência  $C_1$  de centro em  $D$  e raio  $AD$  dados. A(s) intersecção(ões) de  $C_1$  e da semirreta que determina um lado do ângulo  $B$  (diferente do lado  $BC$ ) é (são) a(s) solução(ões) do problema. Ver figuras abaixo.

Atenção, discutir o número de soluções que depende da medida de  $BC$  e da medida do ângulo  $B$ .

