

Condução em Sistemas Radiais

Cilindro com fluido interno e externo

Coordenadas Cilíndricas

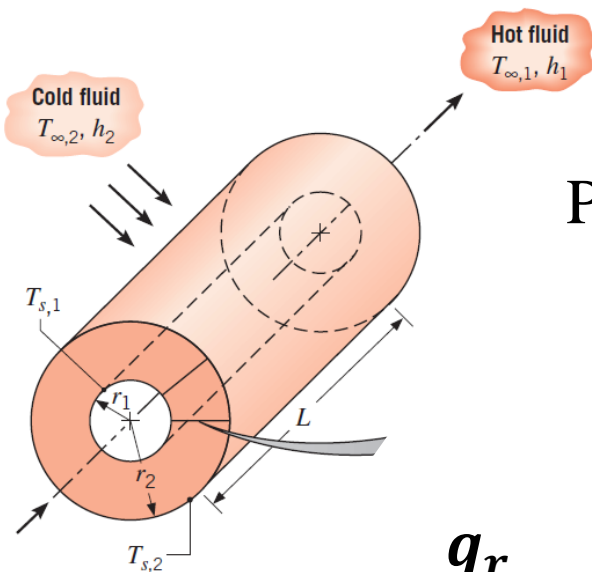
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Regime Permanente e sem geração de calor no VC

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(kr \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

Para resolver essa equação usa-se Fourier:

$$q_r = -kA \frac{dT}{dr} = -k(2\pi rL) \frac{dT}{dr}$$



$$\frac{q_r}{(2\pi L)} = -rk \frac{dT}{dr}$$

$$rk \frac{dT}{dr} = \text{Cte}$$

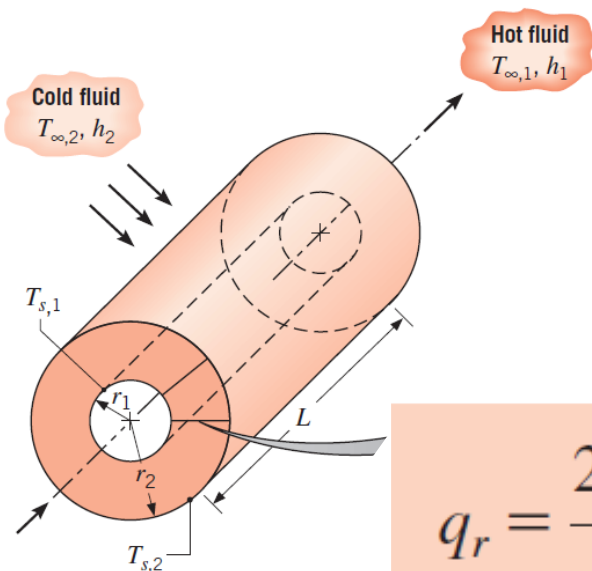
Condução em Sistemas Radiais

Cilindro com fluido interno e externo

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(kr \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad \text{Resolvendo:} \quad T(r) = C_1 \ln r + C_2$$

Condições de contorno:

$$T(r_1) = T_{s,1} \quad \text{and} \quad T(r_2) = T_{s,2}$$



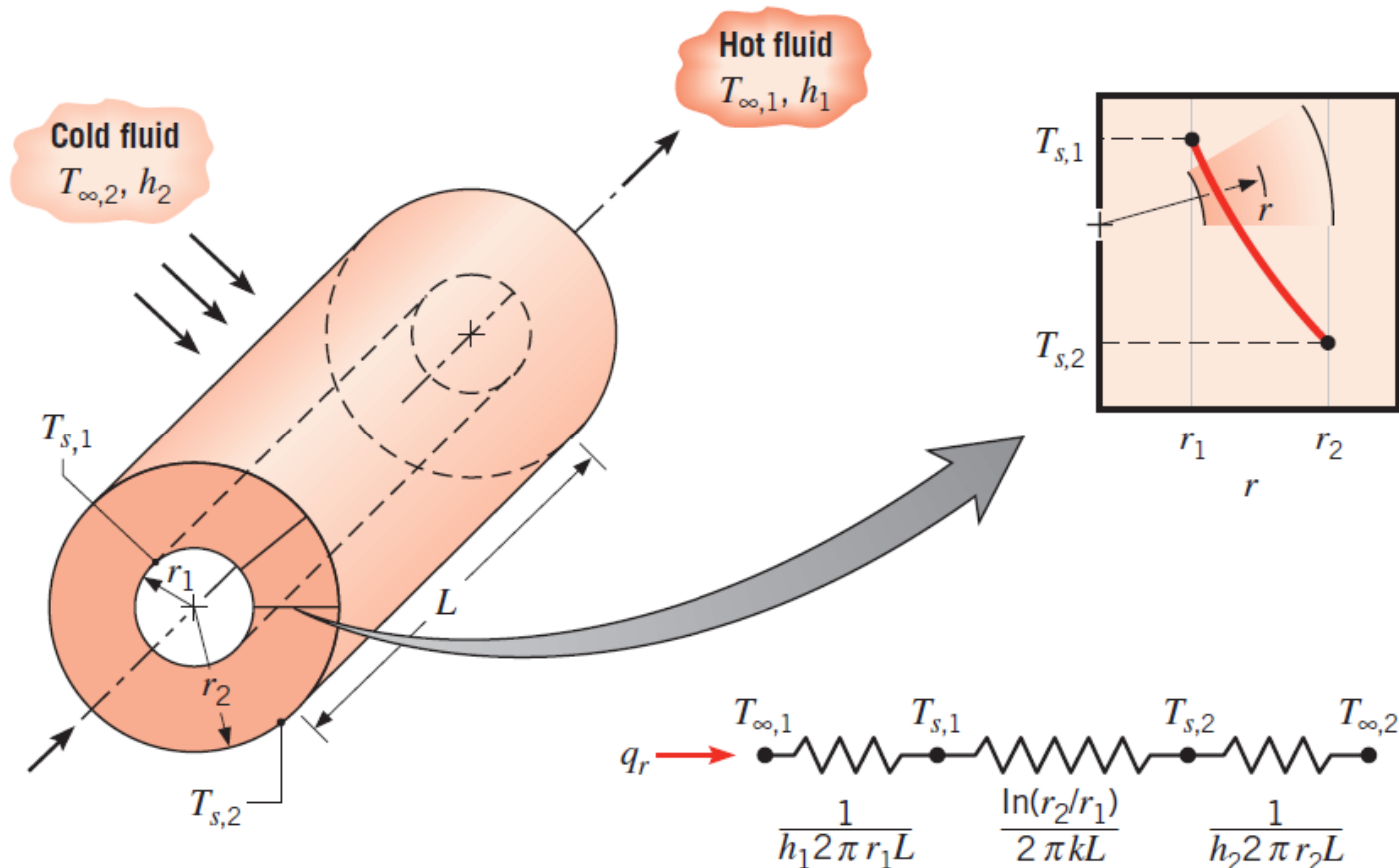
$$T(r) = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln(r_1/r_2)} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{s,2}$$

$$q_r = \frac{2\pi Lk(T_{s,1} - T_{s,2})}{\ln(r_2/r_1)}$$

$$R_{t,\text{cond}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk}$$

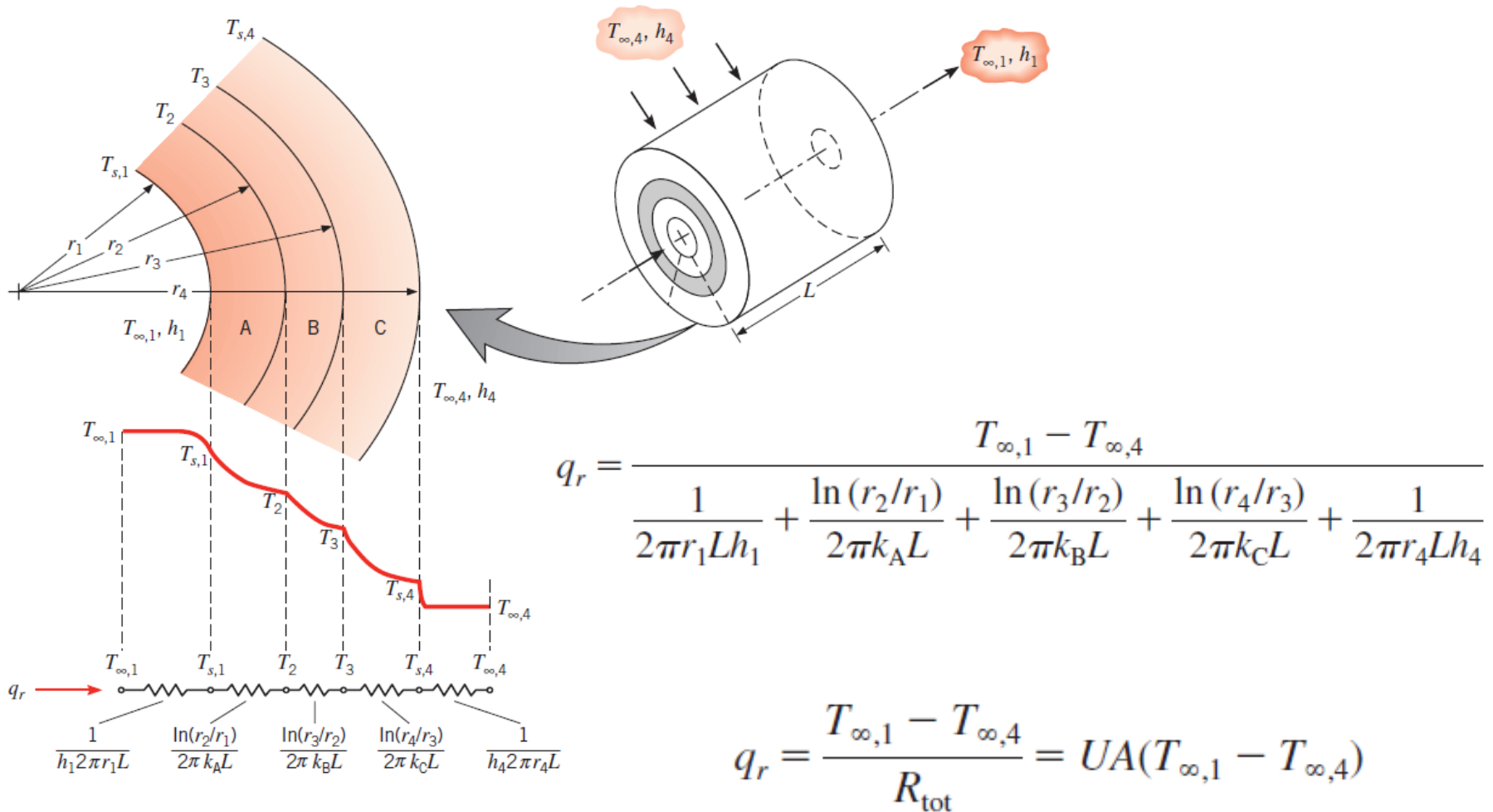
Condução em Sistemas Radiais

Cilindro com fluido interno e externo



Condução em Sistemas Radiais

Cilindro com fluido interno e externo

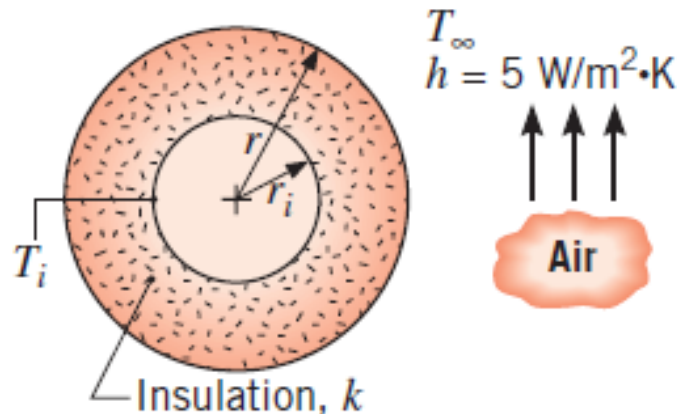


Condução em Sistemas Radiais

Exemplo:

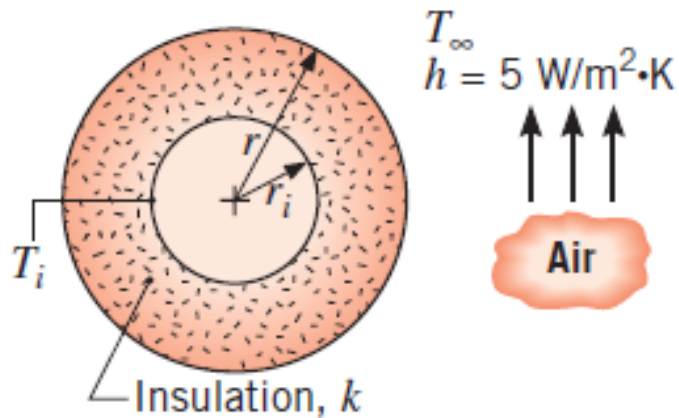
Um tubo de cobre com raio interno $r_i = 10$ mm é usado para transportar fluido em baixa temperatura T_i . Temperatura ambiente é T_∞ em torno de todo o tubo. Usa-se um isolante térmico ($k = 0,055$ W/mK) em volta do tubo e o coeficiente de convecção do ar fora do isolante é de $h = 5$ W/m²K.

- 1 - Verifique se aumentado a espessura do isolante haverá melhoria na perda de calor. Use espessuras de 0, 2, 5, 10, 20, e 40 mm.
- 2 – Há uma espessura que minimize a perda de calor?



Condução em Sistemas Radiais

Exemplo:

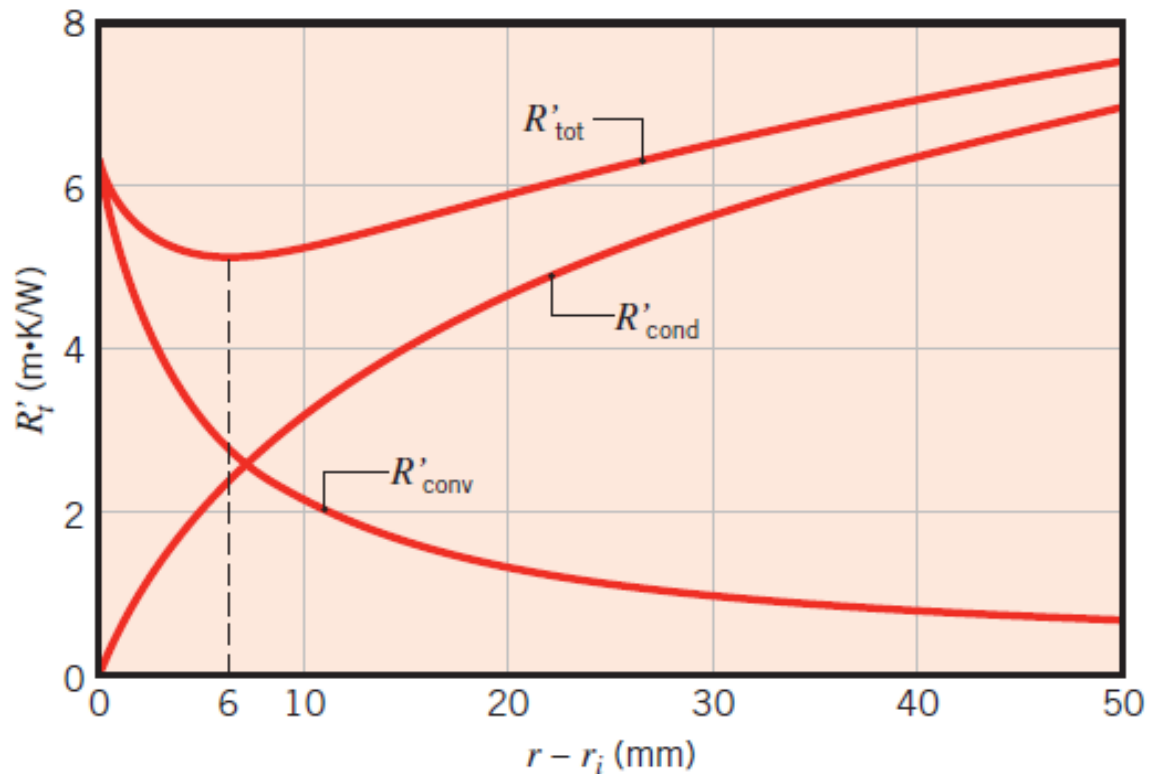
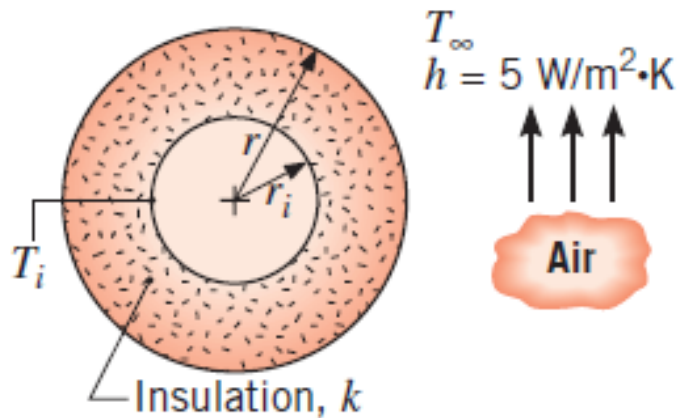


Assuma:

- 1 – Regime Permanente
- 2 – Condução unidimensional radial
- 3 – Espessura da parede do tudo é desprezível
- 4 – Propriedades constants
- 5 – Perdas por Radiação desprezíveis

Condução em Sistemas Radiais

Exemplo:



Condução em Sistemas Radiais

Resumo para condução unidimensional:

	Plane Wall	Cylindrical Wall ^a	Spherical Wall ^a
Heat equation	$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$	$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0$	$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$
Temperature distribution	$T_{s,1} - \Delta T \frac{x}{L}$	$T_{s,2} + \Delta T \frac{\ln(r/r_2)}{\ln(r_1/r_2)}$	$T_{s,1} - \Delta T \left[\frac{1 - (r_1/r)}{1 - (r_1/r_2)} \right]$
Heat flux (q'')	$k \frac{\Delta T}{L}$	$\frac{k \Delta T}{r \ln(r_2/r_1)}$	$\frac{k \Delta T}{r^2 [(1/r_1) - (1/r_2)]}$
Heat rate (q)	$kA \frac{\Delta T}{L}$	$\frac{2\pi Lk \Delta T}{\ln(r_2/r_1)}$	$\frac{4\pi k \Delta T}{(1/r_1) - (1/r_2)}$
Thermal resistance ($R_{t,cond}$)	$\frac{L}{kA}$	$\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk}$	$\frac{(1/r_1) - (1/r_2)}{4\pi k}$

^aThe critical radius of insulation is $r_{cr} = k/h$ for the cylinder and $r_{cr} = 2k/h$ for the sphere.