Relatório de Resoluções

O código de cada membro pode ser consultado a seguir:

x_{05}: José Soares Jr.	x_{11}: Luca Monaco
x_{06}: Maurício Damião	x_{15}: Rodrigo Melendez
x_{08}: Pedro Lopes Silva	x_{18}: Matheus Cardoso
x_{09}: Rafael Maddalena	x_{20}: Gustavo Zequini

Resolução (‖ Questão: 6.3.1 ‖ Relator: $\mathbf{x_{09}}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x_{05}}$ ‖)

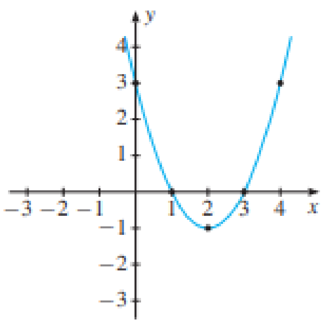
Use (6.2.6), (6.3.1) e (6.3.2) para examinar onde $f(x) = x^2 - 4x + 3$ é crescente ou decrescente. Compare com a figura 4.3.3

Usando (6.2.6): $f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f(x) = 2ax + b$
$f(x) = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow f'(x) = 2x - 4$

Usando (6.3.1): $f'(x) \geq 0$ para todo x no intervalo $I \Leftrightarrow f$ é crescente em I
$I : x \geq 2$, $f'(x) \geq 0$, portanto a função é crescente nesse intervalo.

Usando (6.3.2): $f'(x) \leq 0$ para todo x no intervalo $I \Leftrightarrow f$ é decrescente em I
$I : x \leq 2$, $f'(x) \leq 0$, portanto, a função é decrescente nesse intervalo.
A figura 4.3.3 mostra o gráfico desta função. Nela podemos observar que a função é decrescente até $x = 2$, onde ela passa a ser crescente.

Figure 1: Figura 4.3.3



■

Resolução (‖ Questão: 6.3.2 ‖ Relator: $\mathbf{x_{11}}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x_{08}}$ ‖)

2. Use the result in Exercise 6.2.10 to examine where $f(x) = -x^3 + 4x^2 - x - 6$ is increasing/decreasing. Compare with Fig. 4.7.1.

É possível analisar o crescimento ou decrescimento de uma função por meio de sua derivada, assim:

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - x - 6 \tag{1}$$
$$f'(x) = -3x^2 + 8x - 1 = \tag{2}$$
$$0 = -3x^2 + 8x - 1 \tag{3}$$
$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{4}$$
$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{13}}{3}, x_2 = \frac{4 - \sqrt{13}}{3} \tag{5}$$

Ao se descobrir as raízes é possível reescrever a equação de segundo grau fatorada

$$a(x - x_1)(x - x_2) \tag{6}$$
$$-3[(x - (\frac{4 + \sqrt{13}}{3})) \cdot (x - (\frac{4 - \sqrt{13}}{3}))] \tag{7}$$

Analisando a derivada é possível observar que ela diminui quando $x < \frac{4-\sqrt{13}}{3}$, pois assim ambas a diferenças serão negativas e ao serem multiplicadas se tornam um valor positivo que vira negativo ao multiplicar por -3. A função também diminui quando $x > \frac{4+\sqrt{13}}{3}$), pois assim ambas as diferenças se transformam num valor positivo que novamente vira negativo ao multiplicar por -3.

Dessa forma o único intervalo no qual a função cresce é quando $\frac{4-\sqrt{13}}{3} < x < \frac{4+\sqrt{13}}{3}$

$x - (\frac{4+\sqrt{13}}{3})$	$-$	$-$	$+$
$x - (\frac{4-\sqrt{13}}{3})$	$-$	$+$	$+$
-3	$-$	$-$	$-$
$-3[(x - (\frac{4+\sqrt{13}}{3})) \cdot (x - (\frac{4-\sqrt{13}}{3}))]$	$-$	$+$	$-$

$\frac{4-\sqrt{13}}{3}$ $\frac{4+\sqrt{13}}{3}$

,

■

Resolução (∥ Questão: 6.3.3 ∥ Relator: $\mathbf{x}_{15}$ ∥ Revisor: $\mathbf{x}_{09}$ ∥)

Show algebraically that $f(x) = x^3$ is strictly increasing by studying the sign of

$$x_2^3 - x_1^3 = (x_2 - x_1)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) = (x_2 - x_1)[(x_1 + \frac{1}{2}x_2)^2 + \frac{3}{4}x_2^2] \tag{8}$$

As we saw in the book, if $x_2 > x_1$ and $(f(x_2) > f(x_1) \Leftrightarrow f(x_2) - f(x_1) > 0)$, then f is increasing in in the interval $I = [x_1; x_2]$.

From the enunciate, we have that $f(x_2) - f(x_1) = x_2^3 - x_1^3 = (x_2 - x_1)[(x_1 + \frac{1}{2}x_2)^2 + \frac{3}{4}x_2^2]$

As $[(x_1 + \frac{1}{2}x_2)^2 + \frac{3}{4}x_2^2]$ is a sum of two squares, it is always positive, thus, the expression $(x_2 - x_1)[(x_1 + \frac{1}{2}x_2)^2 + \frac{3}{4}x_2^2]$ will be positive as long $x_2 > x_1$.

We conclude that the function $f(x) = x^3$ is strictly increasing.

■