

Mecânica Quântica I - 4302403

Respostas da 4ª lista

2) a)

$$[a, a^\dagger] = 1 \quad , \quad H = \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) .$$

$N = a^\dagger a$ conta o nível de energia: $N|n\rangle = n|n\rangle$.

b) A Hamiltoniana é separável: $H = H_x + H_y$, com

$$E_{n_x n_y} = \hbar\omega_x \left(n_x + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_y \left(n_y + \frac{1}{2} \right)$$

c)

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[e^{-i(\frac{5}{2}\omega_x + \frac{1}{2}\omega_y)t} |2\ 0\rangle + 2e^{-\frac{3}{2}i(\omega_x + \omega_y)t} |1\ 1\rangle \right]$$

Para $\langle p_x^2 \rangle = 5m\hbar\omega_x/2$, a medição de energia deve colapsar o estado para $|2\ 0\rangle$, que tem probabilidade $|\langle 2\ 0|\psi(t)\rangle|^2 = \frac{1}{5}$.

d) $\text{deg}(|n_x\ n_y\rangle) = n_x + n_y + 1$.

3) a)

$$|n_1, n_2, n_3\rangle = |n_1\rangle \otimes |n_2\rangle \otimes |n_3\rangle \quad , \quad E_{n_1 n_2 n_3} = \hbar\omega \left(n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2} \right)$$

b) $\text{deg}(\frac{7}{2}\hbar\omega) = 6$, com os estados $\{|200\rangle, |020\rangle, |002\rangle, |110\rangle, |101\rangle, |011\rangle\}$

c) $\text{Prob}(\frac{5}{2}\hbar\omega) = \frac{3}{4}$, e $\text{Prob}(\frac{7}{4}\hbar\omega) = \frac{1}{4}$.

d)

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{5}{2}i\omega t} \left(\sqrt{\frac{2}{3}} |0, 0, 1\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |0, 1, 0\rangle \right)$$

4) a)

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + V(x, y) \right] \Psi_{n_x n_y}(x, y) = E_{n_x n_y} \Psi_{n_x n_y}(x, y),$$

onde o potencial $V(x, y)$ se anula na caixa e é infinito fora.

b)

$$\Psi_{n_x n_y}(x, y) = \frac{2}{\sqrt{ab}} \sin\left(\frac{\pi n_x}{a} x\right) \sin\left(\frac{\pi n_y}{b} y\right) \quad , \quad E_{n_x n_y} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} \right) .$$

c)

$$\text{Prob}(|E_{11}\rangle) = \frac{C^2}{C^2 + D^2} \quad , \quad \text{Prob}(|E_{12}\rangle) = \frac{D^2}{C^2 + D^2}$$

d) Não é estacionário.

$$\Phi(x, y, t) = C\Psi_{11}e^{-iE_{11}t/\hbar} + D\Psi_{12}e^{-iE_{12}t/\hbar}$$

9) b) Autofunções : $Y_l^{m_l}(\theta, \phi)$, autoenergias: $E_l = l(l+1)/2m$.

c) $\text{deg}(|E_l\rangle) = 2l + 1$