Lista de Exercícios de Cálculo II (LOB1004) - 3

Profa. Responsável: Diovana A. S. Napoleão

Departamento de Ciências Básicas e Ambientais

Assunto referente: Derivadas parciais, Derivadas parciais de funções de três ou mais variáveis e de ordem superior

1- Determinar as derivadas parciais (derivar em relação a x e a y):

a) $f(x,y)=5x^4y^2+xy^3+4$

b) $f(x,y)=(4xy-3y^3)^3+5x^2y$

c) $z=\dfrac{x^3+y^2}{x^2+y^2}$

d) $f(x,y)=\sqrt[3]{x^3+y^2+3}$

e) $z = \cos xy$

f) $z=(x^2 + y^2)\ln(x^2 + y^2)$

g) $z=\dfrac{x\,\text{sen}\,y}{\cos(x^2+y^2)}$

h) $z= \text{tg}\,xy$

i) $f(x, t) = \text{arctg}(x\sqrt{t})$

j) $u = \text{sen}^{-1}(yz)$

2- Considere a função $z=\dfrac{xy^2}{x^2+y^2}$. Verifique que $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=z$.

3-Seja $\varphi: R \to R$ uma função de uma variável real, diferenciável e tal que $\varphi'(2)=8$.

Seja $g(x,y)=\phi\left(\dfrac{x}{y}\right)$. Calcule:

a) $\dfrac{\partial g}{\partial x}(2,2)$

b) $\dfrac{\partial g}{\partial y}(2,2)$

4-Considere a função dada por $z=x\,\text{sen}\dfrac{x}{y}$. Verifique que:

$$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z$$

5- A função p=p(V,T) é dada implicitamente pela equação pV=nRT, onde n e R são constantes não-nulas. Calcule $\dfrac{\partial p}{\partial V}$ e $\dfrac{\partial p}{\partial T}$.

6- Suponha que a função z = z(x, y) admita derivadas parciais em todos os pontos de seu domínio e que seja dada implicitamente pela equação xyz + z^3 = x. Expresse $\frac{\partial z}{\partial x} e \frac{\partial z}{\partial y}$ em termos de x, y e z.

7-Seja f(x, y) = $\int_0^{x^2+y^2} e^{-t^2} dt$. Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$.

8- Determinar as derivadas parciais (derivar em relação às variáveis):

a) f(x,y,z)= x e^{x-y-z}

b) w = x^2arcsen $\frac{x}{y}$

c) $w = \frac{xyz}{x+y+z}$

d) $f(x, y, z) = sen(x^2 + y^2 + z^2)$

9- Seja $f : R \to R$ contínua em f(3) = 4. Considere

$$g(x, y, z) = \int_0^{x+y^2+z^4} f(t)dt$$

Calcule:

a) $\frac{\partial g}{\partial x}(1,1,1)$ b) $\frac{\partial g}{\partial y}(1,1,1)$ c) $\frac{\partial g}{\partial z}(1,1,1)$

10- A energia cinética de um corpo com massa *m* e velocidade *v* é $k = \frac{1}{2}mv^2$. Mostre que:

$$\frac{\partial K}{\partial m}\frac{\partial^2 K}{\partial v^2} = K$$

11- Verifique se a função u $u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ é uma solução da equação de Laplace $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$.

12- Verifique se a função $u = e^{-\alpha^2 k^2 t}$ senkx é solução da equação de condução de calor $u_t = \alpha^2 u_{xx}$.

13- Mostre que a função $u(x,t) = senawt.senwx$ satisfaz a equação da onda.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$