

Mecânica Quântica I - 4302403

5ª lista

3) a) $l = 1$.

b) $\text{Prob}(L_z \rightarrow 0) = \frac{4}{6}$ e $\text{Prob}(L_z \rightarrow \pm\hbar) = \frac{1}{6}$

4) a) $\psi(x, y, z)$ é autofunção de L^2 , com autovalor $l = 1$, mas não é de L_z .

b) Sim, já que como H não depende de L_z , uma combinação linear de autoestados de L_z com o mesmo l : $\sum_{m=-l}^l c_m |l m\rangle$ ainda é autofunção de H com mesmo autovalor.

5) a)

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{3}{2} \right), \quad n = n_x + n_y + n_z \text{ inteiro}$$

b)

Estado	Energia	Deg	$ n_x, n_y, n_z\rangle$
$ n = 0\rangle$	$E_0 = 3\hbar\omega/2$	1	$ 000\rangle$
$ n = 1\rangle$	$E_1 = 5\hbar\omega/2$	3	$ 100\rangle, 010\rangle, 001\rangle$
$ n = 2\rangle$	$E_2 = 7\hbar\omega/2$	6	$ 110\rangle, 101\rangle, 011\rangle$ $ 200\rangle, 020\rangle, 002\rangle$

c) Escrevendo $\psi(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \phi)$,

$$-\frac{\hbar^2}{2mr^2} \left[\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR_{nl}}{dr} \right) - \frac{l(l+1)}{\hbar^2} R_{nl} \right] + \frac{m\omega^2 r^2}{2} R_{nl} = E_n R_{nl}(r).$$

Ou ainda, fazendo $u(r) = rR_{nl}(r)$,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dr^2} + \underbrace{\left[\frac{m\omega^2 r^2}{2} + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} \right]}_{V_{eff}(r)} u(r) = E_n u(r).$$

d) $\alpha = m\omega/2\hbar$ e $E_n = \hbar\omega/2$

6)

$$Y_0^0 = \sqrt{\frac{1}{4\pi}}, \quad Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, \quad Y_1^{\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} e^{\pm i\phi} \sin \theta$$