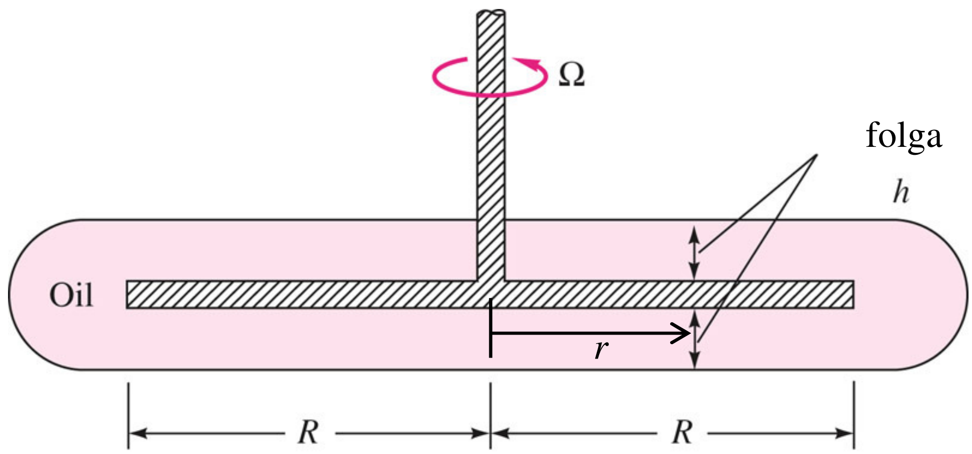
MECÂNICA DOS FLUIDOS: NOÇÕES, LABORATÓRIO E APLICAÇÕES
(PME 3332)
Gabarito Primeira Prova - 2019

1. (3,5 pontos) Um disco de raio R rota a uma velocidade angular constante Ω no interior de um reservatório em forma de disco cheio com óleo de viscosidade μ com uma folga h, como mostra a figura. Considerando um perfil linear de velocidade e desprezando a tensão de cisalhamento nas bordas externas do disco:

a) Determinar a tensão de cisalhamento em uma superfície em função da posição radial r.
b) Determinar o elemento de torque dT em uma superfície gerada por um anel de raio r e espessura dr.
c) Calcular o torque total viscoso T e a potência W no disco.

Lei de viscosidade de Newton: $\tau = \mu \dfrac{du}{dy}$.



Solução:

a) A velocidade tangencial da superfície varia linearmente com a posição radial $V(r) = \Omega r$, enquanto o reservatório está fixo; a tensão de cisalhamento em cada superfície resulta $\tau = \mu \dfrac{\Omega r}{h}$.
b) O elemento de torque resulta duas vezes (duas superfícies) o produto da tensão de cisalhamento vezes o braço de alavanca r vezes o elemento de área $dA = 2\pi r\, dr$:

$$dT = 2 \times \mu \frac{\Omega r}{h} \times r \times 2\pi r\, dr = \frac{4\pi \mu \Omega}{h} r^3\, dr$$

c) O torque total resulta a soma dos elementos de torque:

$$T = \frac{4\pi \mu \Omega}{h} \int_0^R r^3\, dr = \frac{\pi \mu \Omega R^4}{h}$$

A potência resulta $W = T\,\Omega = \dfrac{\pi \mu \Omega^2 R^4}{h}$

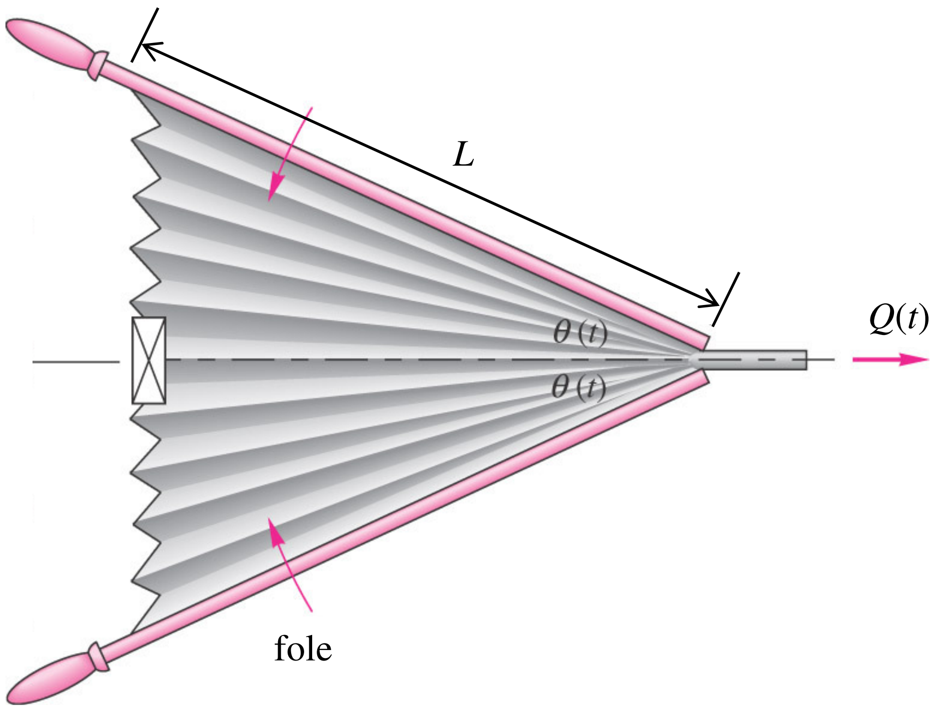
2. (3,5 pontos) Um fole pode ser modelado como um volume em forma de cunha, como na figura. A válvula de retenção do lado esquerdo (pregueado) fica fechada durante o sopro. Se b é a largura do fole, normal ao papel, e L é o comprimento do fole:

a) Definir um volume de controle para aplicar a conservação da massa.

b) Supondo que a superfície do fole forma aproximadamente um arco de circunferência no movimento e que a largura do jato de saída é muito pequena, deduzir uma expressão para a vazão volumétrica $Q(t)$ na saída, em função da velocidade angular $\frac{d\theta}{dt}$ durante o sopro.

Lei de conservação da massa em forma integral:

$$0 = \int_{\upsilon} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\upsilon + \int_A \rho\, (\boldsymbol{V} . \breve{\boldsymbol{n}}) dA \quad \text{ou} \quad 0 = \frac{d}{dt}\int_{\upsilon} \rho\, d\upsilon + \int_A \rho\, (\boldsymbol{V}_r . \breve{\boldsymbol{n}}) dA$$



Solução:

Se tivéssemos escolhido um volume de controle fixo nas superfícies do fole, a conservação da massa resulta:

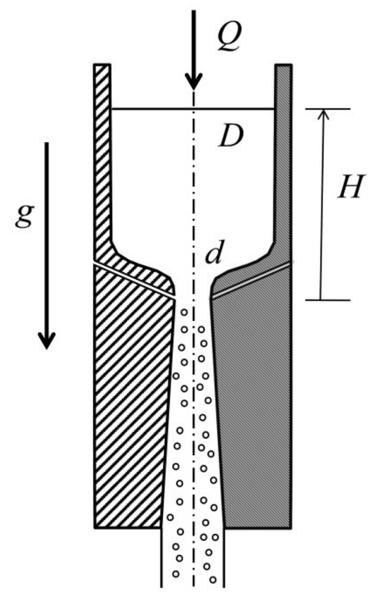
$$0 = \int_A (\boldsymbol{V} . \breve{\boldsymbol{n}}) dA$$

Além do fluxo na superfície de saída Q existirão fluxos nas superfícies superior e inferior do fole; na superfície superior, a velocidade tangencial resulta $V(x) = \frac{d\theta}{dt} x$, onde x é a coordenada ao longo da superfície do fole. O fluxo na superfície superior resultará

$b\dfrac{d\theta}{dt}\int_0^L x\,dx = \dfrac{1}{2}bL^2\dfrac{d\theta}{dt}$. Na superfície inferior teremos um fluxo igual. Substituindo, resulta finalmente:

$$\frac{1}{2}bL^2\frac{d\theta}{dt}+\frac{1}{2}bL^2\frac{d\theta}{dt}+Q=0 \quad\Rightarrow\quad Q=-bL^2\frac{d\theta}{dt}$$

3. (3 pontos) Os bebedores de vinho sabem que é necessário arejar o vinho antes da degustação, pois o líquido precisa absorver ar ou "respirar" para recuperar seu sabor original. A figura mostra um arejador de vinho baseado em um venturi. O líquido de massa específica ρ é vertido com uma vazão Q e cai verticalmente através de um tubo de diâmetro D e atravessa uma garganta de diâmetro $d<D$ que tem furos pequenos que a conectam com a pressão ambiente p_a. Através desses furos é sugado ar, que se mistura com o vinho; a mistura já arejada escoa através do difusor a jusante da garganta.



Se H é a altura de líquido acima da garganta e g é a aceleração gravitacional, determinar a vazão mínima de líquido $Q_{\min}$ a ser vertida para que o arejador comece a sugar ar. Desprezar as variações de pressão no ar e desconsiderar perdas.
Dica: qual é a pressão na garganta na condição procurada?

Solução:
Na condição procurada, a pressão na garganta é igual à pressão ambiente. Por continuidade:

$$V_H\frac{\pi}{4}D^2=V_g\frac{\pi}{4}d^2=Q \quad\Rightarrow\quad \frac{V_H}{V_g}=\left(\frac{d}{D}\right)^2=\beta^2 \quad ; \quad V_g=\frac{4Q}{\pi d^2}$$

onde $\beta=\dfrac{d}{D}$. Aplicando Bernoulli na linha de corrente entre a superfície de altura H e a garganta, resulta:

$$p_a+\frac{1}{2}\rho V_H^2+\rho g H = p_g+\frac{1}{2}\rho V_g^2$$

$$\Rightarrow\quad p_a-p_g+\rho g H=\frac{1}{2}\rho V_g^2\left[1-\left(\frac{V_H}{V_g}\right)^2\right]=\frac{1}{2}\rho V_g^2\left(1-\beta^4\right)$$

onde p_g é a pressão na garganta. Na condição em que o arejador começa a sugar ar, é $p_g=p_a$, resultando da relação anterior:

$$V_{g\min}=\left(\frac{2gH}{1-\beta^4}\right)^{1/2} \quad\Rightarrow\quad Q_{\min}=\frac{\pi}{4}d^2\left(\frac{2gH}{1-\beta^4}\right)^{1/2}$$