
PEF 2604 - Estruturas na Arquitetura IV: Projetos

DISCIPLINAS.STOA.USP.BR

AULA

Lajes armadas em duas direções

**Prof. Luís Bitencourt
Prof. Martin P. Schwark**

FAU
2º sem - 2016



Exemplos de Lajes

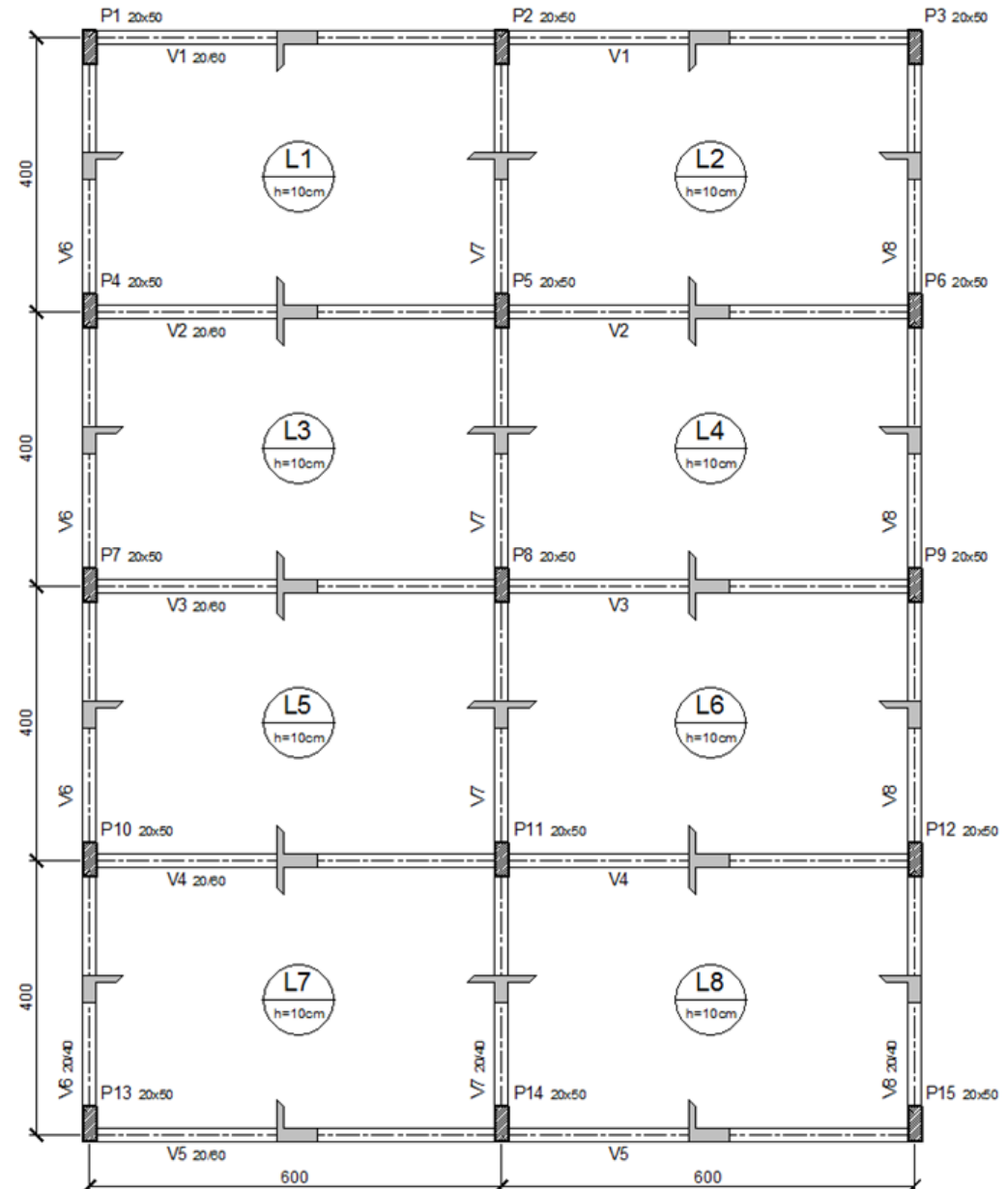


- roteiro prático para o dimensionamento (ELU)
- aplicação dos conceitos da seção 19 e 20 NBR 6118:2014
 - Ex. I) Laje armada em uma direção
 - Ex. II) Laje armada em duas direções.

Ex. II) Laje armada em duas direções

- Eixos de simetria sobre as vigas V3 e V7.
- Somente duas lajes serão dimensionadas: L1 e L3 (L1=L2=L7=L8 e L3=L4=L5=L6)
- L1 e L3 são lajes armadas em suas direções com condições de contorno diferentes devido à continuidade com as lajes adjacentes

Planta de formas



- Ex. II) Laje armada em duas direções

Dados de projeto:

concreto C20 ($f_{ck}=20\text{MPa}$)

classe de agressividade I

aço CA50 ($f_{yk}=500\text{MPa}$)

Carga permanente g : $3,5\text{kN/m}^2$ (peso próprio e revestimento)

Carga acidental q : $2,0\text{kN/m}^2$

Total p : $5,5\text{kN/m}^2$

Ex. II) Laje armada em duas direções

Tabela 6.1 – Classes de agressividade ambiental (CAA)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{a, b}	Pequeno
III	Forte	Marinha ^a	Grande
		Industrial ^{a, b}	
IV	Muito forte	Industrial ^{a, c}	Elevado
		Respingos de maré	

^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

- Ex. II) Laje armada em duas direções

concreto C20 atende a seção 7 da NBR 6118:2014 com relação à durabilidade

Tabela 7.1 – Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto

Concreto ^a	Tipo ^{b, c}	Classe de agressividade (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

^a O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.

^b CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.

^c CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

Ex. II) Laje armada em duas direções

Tabela 7.2 – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta c = 10$ mm

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

- **Ex. II) Laje armada em duas direções**

✓ Determinação dos esforços solicitantes

Edifícios: carregamento usual é constituído de carga distribuída uniforme

Tabela de Czerny

$$m_x = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_x} \quad ; \quad m_y = \frac{p\ell_y^2}{\alpha_y} \quad ; \quad m'_x = -\frac{p\ell_x^2}{\beta_x} \quad ; \quad m'_y = -\frac{p\ell_y^2}{\beta_y}$$

- condições de apoio da laje (tipos de apoio)
- relação (ℓ_y / ℓ_x).

- Ex. II) Laje armada em duas direções

✓ Determinação dos esforços solicitantes

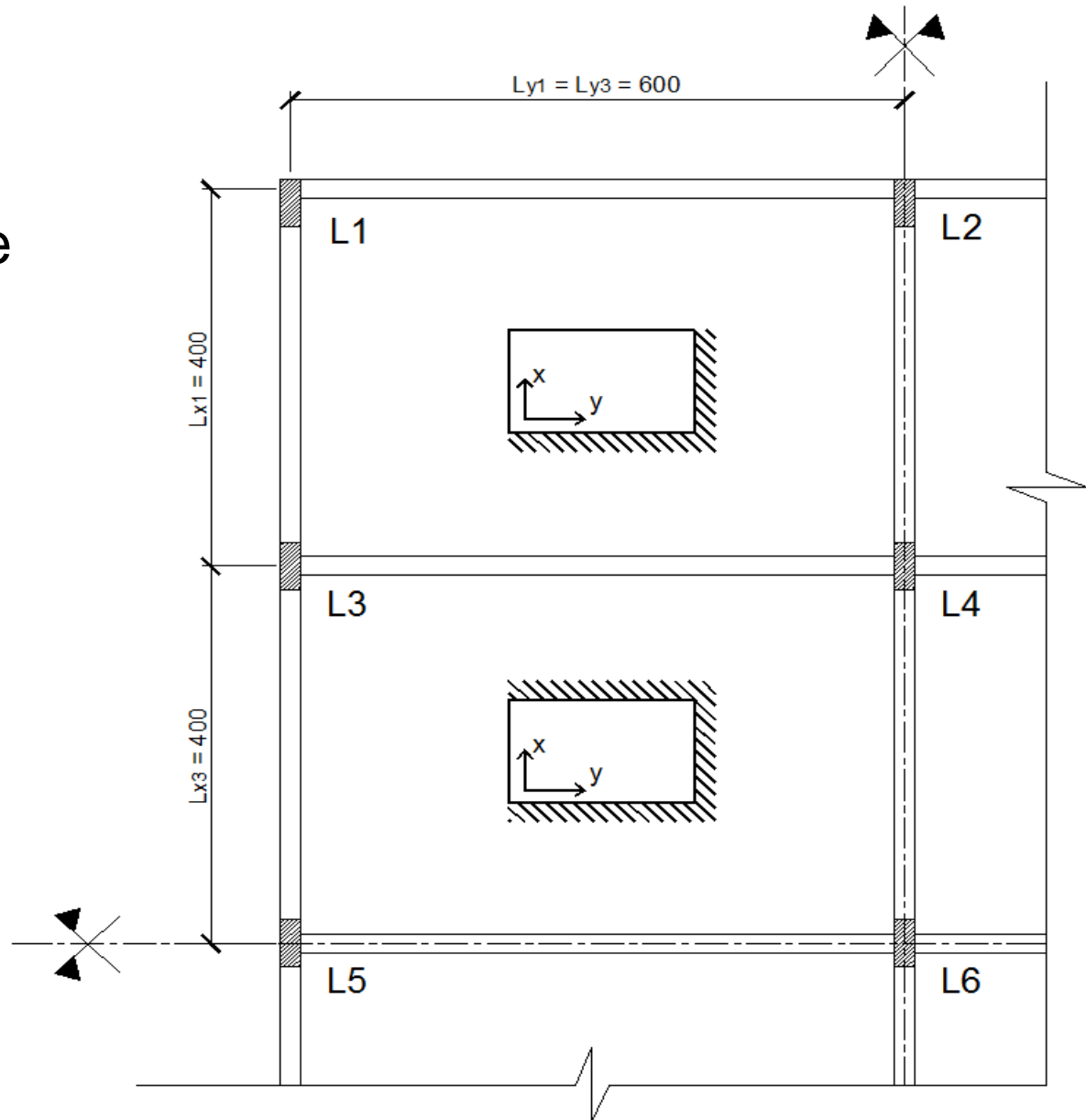
Edifícios Residenciais e Comerciais



Método Simplificado



Lajes Isoladas



• Ex. II) Laje armada em duas direções

✓ Determinação dos esforços solicitantes

Lajes Isoladas

- lajes isoladas: inicialmente, isolam-se as lajes, admitindo-se, para cada uma delas, as seguintes condições de apoio:
 - apoio livre, quando não existir laje vizinha junto a este apoio;
 - apoio engastado, quando existir laje vizinha no mesmo nível permitindo, assim, a continuidade da armadura negativa de flexão de uma laje para a outra;
 - vigas rígidas de apoio da laje;

e, calculam-se os momentos fletores máximos (em valor absoluto) nestas lajes isoladas (m_x , m_y , m_x' e m_y').

- **Ex. II) Laje armada em duas direções**

✓ Determinação dos esforços solicitantes

– **Lajes isoladas**

Na tabela 3.1 calculam-se os momentos fletores nas lajes isoladas.

Tabela 3.1: Momentos fletores – Tabelas de Czerny.

Laje	l_x (m)	l_y (m)	$\frac{l_y}{l_x}$	α_x	α_y	β_x	β_y	m_x (kN.m/m)	m_y (kN.m/m)	m'_x (kN.m/m)	m'_y (kN.m/m)
L1	4,0	6,0	1,5	22,2	52,6	9,6	12,4	3,96	1,67	9,17	7,10
L3	4,0	6,0	1,5	27,8	76,9	12,5	17,5	3,17	1,14	7,04	5,03

$$m_x = \frac{pl_x^2}{\alpha_x} \quad ; \quad m_y = \frac{pl_x^2}{\alpha_y} \quad ; \quad m'_x = -\frac{pl_x^2}{\beta_x} \quad ; \quad m'_y = -\frac{pl_x^2}{\beta_y}$$

- Ex. II) Laje armada em duas direções

- ✓ Determinação dos esforços solicitantes

- correção dos momentos fletores devido à continuidade entre as lajes vizinhas:
 - momentos sobre os apoios comuns às lajes adjacentes: adota-se para momento fletor de compatibilização, o maior valor entre $0,8 m'$ e $(m_1' + m_2') / 2$, onde m_1' e m_2' são os valores absolutos dos momentos negativos nas lajes adjacentes junto ao apoio considerado e, m' , o maior momento entre m_1' e m_2' .
 - momentos nos vãos: para sobrecargas usuais de edifícios podem ser adotados os momentos fletores obtidos nas lajes isoladas; portanto, sem nenhuma correção devido à continuidade. Para sobrecargas maiores convém efetuar essas correções, principalmente, quando acarretar aumento no valor do momento fletor. Para isso, existem tabelas apropriadas.

- **Ex. II) Laje armada em duas direções**

- ✓ **Determinação dos esforços solicitantes**

- **Momentos fletores sobre os apoios**

Na tabela 3.2 indicam-se as correções dos momentos fletores sobre os apoios comuns as lajes adjacentes.

Tabela 3.2: Momentos fletores sobre os apoios.

Apoio	m'_i (kN.m/m)	m'_j (kN.m/m)	$\frac{m'_i + m'_j}{2}$ (kN.m/m)	$0,8 \cdot m'$ (kN.m/m)	m'_{ij} (kN.m/m)
L1–L2	7,10	7,10	7,10	5,68	7,10
L1–L3	9,17	7,04	8,11	7,34	8,11
L3–L4	5,03	5,03	5,03	4,02	5,03
L3–L5	7,04	7,04	7,04	5,63	7,04

Ex. II) Laje armada em duas direções

✓ Determinação dos esforços solicitantes

Dimensionamento das armaduras positivas e negativas

Na tabela 3.3 indica-se o dimensionamento e a escolha da bitola (ϕ – mm) e o espaçamento (s – cm). O momento positivo m_x da laje L1 foi corrigido devido a compatibilização dos momentos negativos das lajes L1 e L3: $m_{x1} = 3,96 + \underbrace{(9,17 - 7,04)}_{m_{x1}} / 2 = 5,03 \text{ kN.m}$.

Tabela 3.3: Dimensionamento das armaduras.

Laje		d (cm)	m (kN.m)	m_d (kN.m)	x (cm)	A_s (cm ² /m)	$\rho_{\text{mín}}$ (%)	$A_{s,\text{mín}}$ (cm ² /m)	$A_{s,\text{adot.}}$ (cm ² /m)	ϕ (mm) e s (cm)
L1	m_x	7,5	5,03 ^(*)	7,04	0,90	2,00	0,10	1,00	2,00	$\phi 5c/10$
	m_y	6,5	1,67	2,34	0,38	0,85	0,10	1,00	1,00	$\phi 5c/20$
	$m'_{1,2}$	7,5	7,10	9,94	1,48	3,31	0,15	1,50	3,31	$\phi 8c/15$
	$m'_{1,3}$	7,5	8,11	11,35	1,72	3,83	0,15	1,50	3,83	$\phi 8c/13$
L3	m_x	7,5	3,17	4,44	0,63	1,41	0,10	1,00	1,41	$\phi 5c/14$
	m_y	6,5	1,14	1,60	0,26	0,58	0,10	1,00	1,00	$\phi 5c/20$
	$m'_{3,4}$	7,5	5,03	7,04	1,02	2,28	0,15	1,50	2,28	$\phi 6,3c/13$
	$m'_{3,5}$	7,5	7,04	9,86	1,47	3,28	0,15	1,50	3,28	$\phi 8c/15$

- Ex. I) Laje armada em duas direções

$$m_d = \gamma_f \cdot m_k$$

$$d_x = h - c - \phi / 2 \quad d_y = h - c - \phi_x - \phi_y / 2$$

$$\text{Linha neutra: } x = 1,25 \cdot d \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b \cdot d^2 \cdot fcd}} \right]$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$\text{Armadura: } A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)}$$

$$\phi \rightarrow A_{s1} \rightarrow s = \frac{100 \cdot A_{s1}}{A_s}$$

Ex. II) Laje armada em duas direções

✓ Disposições construtivas

- armaduras mínimas

Para momentos positivos $A_{smin} = 0,67 \rho_{min} . b . h$

Para momentos negativos $A_{smin} = \rho_{min} . b . h$

Tabela 17.3 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

Forma da seção	Valores de ρ_{min}^a ($A_{s,min}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

^a Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.

- Ex. II) Laje armada em duas direções

- ✓ Disposições construtivas

- Bitolas

$$4 \text{ mm} \leq \phi \leq \frac{h}{8}$$

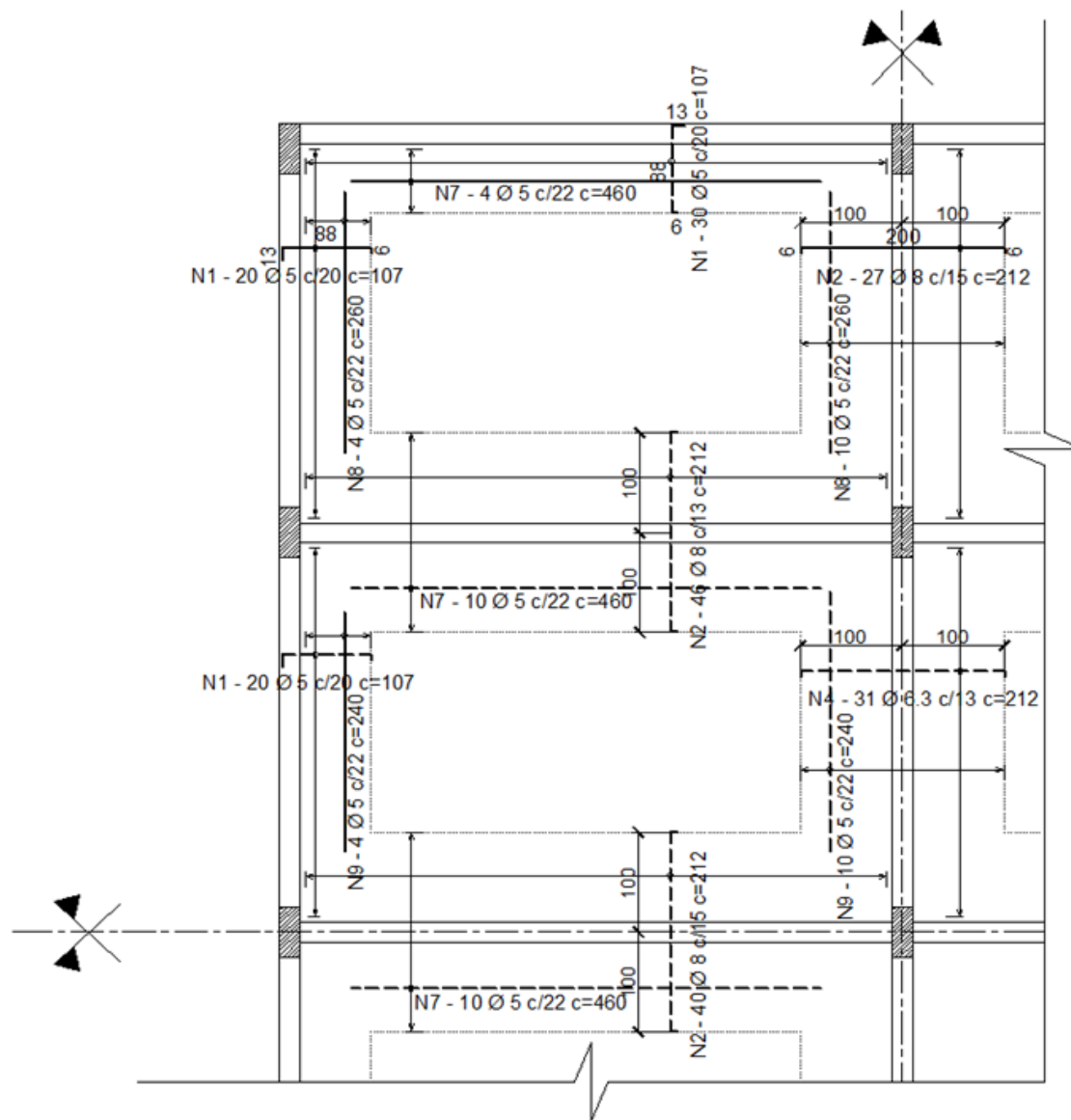
- Espaçamentos

$$8 \text{ cm} \leq s \leq \begin{cases} 2h \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

Conceitos Básicos

Detalhamento das Armaduras Superiores

DETALHAMENTO DAS ARMADURAS SUPERIORES



Conceitos Básicos

Detalhamento das Armaduras Inferiores

DETALHAMENTO DAS ARMADURAS INFERIORES

