

Aula 11

Teoria dos jogos

Piracicaba, Setembro de 2019
Professora Dra. Andréia Adami

Teoria dos Jogos

- **Teoria dos Jogos**

- John Von Neumann e Oskar Morgenstein – em *Theory of Games and Economic Behavior*, 1944
- John Nash (1996) - Uma mente brilhante

Teoria dos Jogos

▪ Teoria dos Jogos

- ✓ Toda interação estratégica na qual os participantes, sejam eles organizações ou indivíduos, reconheçam a relação entre suas estratégias de forma a ponderá-las na hora da tomada de decisão pode ser considerada como um jogo;
- ✓ A teoria dos jogos ajuda a entender teoricamente o processo de tomada de decisão de agentes que interagem entre si, a partir da compreensão da lógica da situação em que estão envolvidos;
- ✓ A teoria dos jogos ajuda a desenvolver a capacidade de raciocinar estrategicamente, explorando as possibilidades de interação dos agentes, possibilidades estas que nem sempre correspondem à intuição.

(FIANI, R.; 6ª ed.)

Teoria dos Jogos

▪ Elementos

- ✓ Jogador (player): é o tomador de decisão, pode ser um indivíduo, uma empresa ou uma nação;
 - ✓ Estratégia: cada ação disponível ao jogador;
 - ✓ Payoff: resultado final para cada jogador.
-
- Cada unidade de decisão em um jogo é chamada de jogador e cada jogador pode escolher entre diferentes ações, chamadas de estratégias, que levam a diferentes resultados ou payoffs.

Teoria dos Jogos

- **Elementos**

		JOGADOR 2	
		ESTRATÉGIA A	ESTRATÉGIA B
JOGADOR 1	ESTRATÉGIA A	(p1;p2)	(p1;p2)
	ESTRATÉGIA B	(p1;p2)	(p1;p2)

Teoria dos Jogos

▪ Dilema do Prisioneiro

- Um dos jogos mais famosos estudados na teoria dos jogos, dois suspeitos são presos por um crime e o promotor quer extrair uma confissão, para isso oferece um acordo.

Teoria dos Jogos

▪ Dilema do Prisioneiro

- O acordo

- ✓ Se um dos suspeitos confessar, mas seu companheiro não, este recebe uma sentença de um ano e seu companheiro uma sentença de quatro anos;
- ✓ Se ambos confessarem, cada um receberá uma sentença de três anos;
- ✓ Se nenhum dos dois confessar, ambos serão julgados por um crime menor e receberão sentença de dois anos;
- ✓ Payoff: A utilidade é medida em anos de liberdade:
- ✓ $U = \text{Pena máxima (4)} - \text{Sentença}$

Teoria dos Jogos

- **Dilema do Prisioneiro**

- Figura 8.1

		Suspect 2	
		Fink	Silent
Suspect 1	Fink	$u_1 = 1, u_2 = 1$	$u_1 = 3, u_2 = 0$
	Silent	$u_1 = 0, u_2 = 3$	$u_1 = 2, u_2 = 2$

Teoria dos Jogos

- **Equilíbrio de Nash e ótimo de Pareto**
- Equilíbrio de Nash é a situação na qual cada jogador escolhe uma estratégia que produz o maior *payoff* (*best response*), dadas as estratégias escolhidas pelos outros jogadores, ou seja, o jogador faz o melhor que pode em função daquilo que o seu oponente está fazendo e vice-versa;
- Ótimo de Pareto é o conjunto de estratégias que maximizam a soma dos *payoffs* individuais.

Teoria dos Jogos

- **Equilíbrio de Nash**
- **Best response**
 - ✓ s_i é a melhor resposta do jogador i à estratégia s_{-i} do rival
 - ✓ $u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i})$ for all $s'_i \in S_i$
- Equilíbrio de Nash para jogos com n jogadores
 - ✓ $(s^*_1, s^*_2, \dots, s^*_n)$
 - ✓ Melhor resposta
 - ✓ $s^*_i \in BR_i(s^*_{-i})$

Teoria dos Jogos

▪ Equilíbrio de Nash

- O jogo do 2-jogador (s^*_1, s^*_2) é um equilíbrio de Nash se:

$$u_1(s^*_1, s^*_2) \geq u_1(s_1, s^*_2) \text{ for all } s_1 \in S_1$$

$$u_2(s^*_2, s^*_1) \geq u_2(s_2, s^*_1) \text{ for all } s_2 \in S_2$$

- Desvantagens para o equilíbrio de Nash
 - ✓ Pode haver múltiplos equilíbrios;
 - ✓ Não está claro como um jogador pode escolher uma estratégia de melhor resposta antes de saber como os rivais jogarão.

Teoria dos Jogos

- Equilíbrio de Nash e o dilema do prisioneiro

		Suspect 2	
		Fink	Silent
Suspect 1	Fink	<u>$u_1 = 1, u_2 = 1$</u>	<u>$u_1 = 3, u_2 = 0$</u>
	Silent	$u_1 = 0, \underline{u_2 = 3}$	$u_1 = 2, u_2 = 2$

Teoria dos Jogos

▪ ESTRATÉGIAS DOMINADAS E DOMINANTES

- ✓ Estratégia dominante é a melhor opção para um jogador, sem que ele se preocupe com a estratégia que o outro jogador irá escolher;
- ✓ Estratégia dominada por sua vez é a estratégia que gera menor *payoff* independente da escolha do outro jogador.

Teoria dos Jogos

- **ESTRATÉGIAS DOMINADAS E DOMINANTES**

- Fonte: Pyndick, cap 13

TABELA 13.4		Estratégia maximin	
		Empresa 2	
Empresa 1		Não investe	Investe
		Não investe	0, 0
Investe	-100, 0	20, 10	

Teoria dos Jogos

▪ ESTRATÉGIAS DOMINANTES

- A Batalha dos sexos
 - ✓ Marido e esposa querem combinar um encontro para sábado à noite;
 - ✓ A esposa prefere ir ao Ballet ($u=2$);
 - ✓ O marido preferi ir assistir à luta ($u=2$);
 - ✓ Ir a eventos separados não gera satisfação ($u=0$), e a utilidade de ir com o companheiro ao evento que não é de sua preferência gera o nível de utilidade $u=1$.

Teoria dos Jogos

- **ESTRATÉGIAS DOMINANTES**
- A Batalha dos sexos

		Player 2 (Husband)	
		Ballet	Boxing
Player 1 (Wife)	Ballet	<u>2</u> , <u>1</u>	0, 0
	Boxing	0, 0	<u>1</u> , <u>2</u>

Teoria dos Jogos

▪ ESTRATÉGIAS PURAS E MISTAS

- ✓ Estratégias Puras: As estratégias como vistas até então. O jogador levará em consideração os *payoffs* para a escolha de suas estratégias.
- ✓ Estratégias Mistas: No caso das estratégias mistas, são atribuídas probabilidades às estratégias do jogador. Ou seja, os jogadores podem escolher aleatoriamente entre ações possíveis. Exemplo: pênalti.

Teoria dos Jogos

▪ ESTRATÉGIAS MISTAS

- Razões para estudar estratégias mistas
 - ✓ Alguns jogos não têm equilíbrio de Nash nas estratégias puras, mas terão um em estratégias mistas;
 - ✓ Estratégias envolvendo randomização são familiares e naturais em certos contextos.

Teoria dos Jogos

▪ ESTRATÉGIAS MISTAS

- Considere que o jogador i tenha M possíveis ações:

$$✓ A_i = \{a^1_i, \dots, a^m_i, \dots, a^M_i\}$$

- A distribuição de probabilidade da estratégia mista entre as M ações, é dada por:

$$s_i = (\sigma_{1i}, \dots, \sigma_{mi}, \dots, \sigma_{Mi})$$

- σ_{mi} indica a probabilidade do jogador i escolher a ação (estratégia) a_{mi}

$$\begin{aligned} 0 &\leq \sigma_{mi} \leq 1 \\ \sigma_{1i} + \dots + \sigma_{mi} + \dots + \sigma_{Mi} &= 1 \end{aligned}$$

Teoria dos Jogos

▪ **ESTRATÉGIAS MISTAS**

• Batalha dos sexos

✓ Ações dos jogadores: {ballet, luta}

✓ Probabilidade de escolher ballet = σ e de escolher luta = $1 - \sigma$

✓ As estratégias com probabilidades $(1/3, 2/3)$ e $(1/2, 1/2)$ são consideradas estratégias mistas; e as estratégias $(1,0)$ e $(0,1)$ são consideradas estratégias puras.

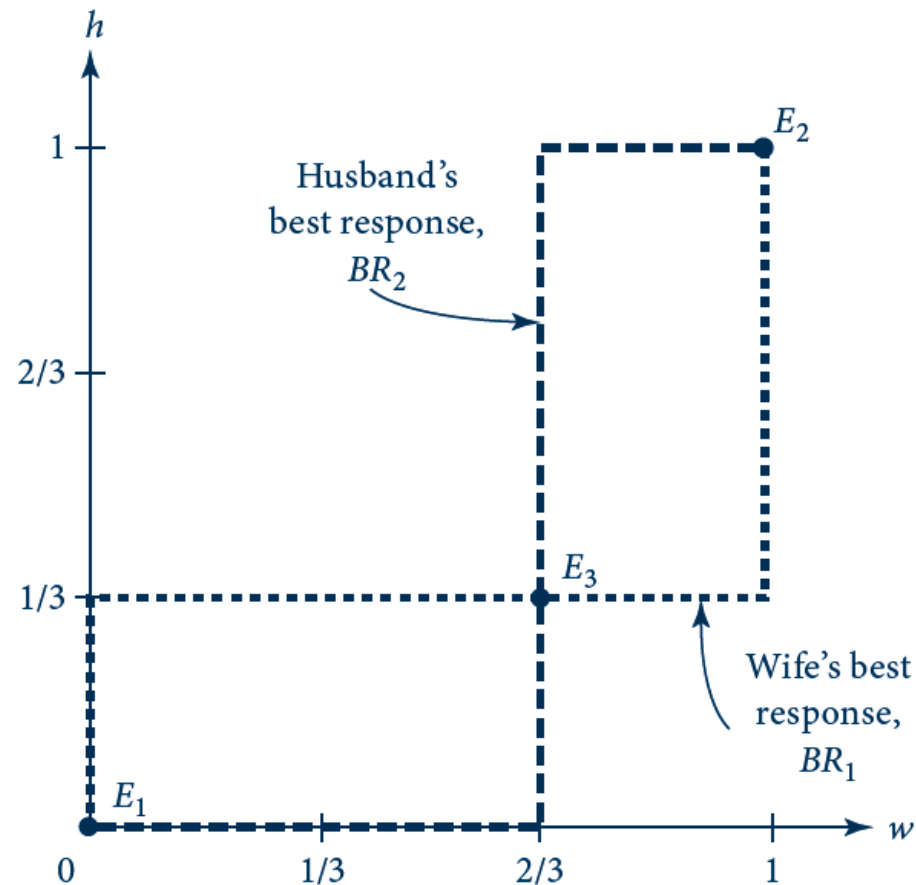
Teoria dos Jogos

- **ESTRATÉGIAS MISTAS**

- ✓ Exemplo 8.3 - Batalha dos sexos

Teoria dos Jogos

- Equilíbrio de Nash em Estratégias mistas na Batalha dos sexos



- O ballet é escolhido pela esposa com probabilidade w e pelo marido com probabilidade h . As melhores respostas dos jogadores são representadas graficamente no mesmo conjunto de eixos. Os três pontos de interseção E_1 , E_2 e E_3 são o equilíbrio de Nash. O equilíbrio de Nash em estratégias estritamente mistas, E_3 , é $w^* = 2/3$ e $h^* = 1/3$.

Referências Bibliográficas

- RUBINFELD, D.L.; PINDYCK, R. S. Microeconomia. 8^a ed., 2013 – cap. 13
- NICHOLSON, W; SNYDER, C. **Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions**. 11th Edition (International Edition), 2012 – cap. 8
- FIANI, R. **Teoria dos Jogos**. 3^a Edição, 2009.