

# **Introdução a aquisição e processamento de sinais**

---

**Prof. Theo Z. Pavan**

Departamento de Física - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto-USP

# Roteiro

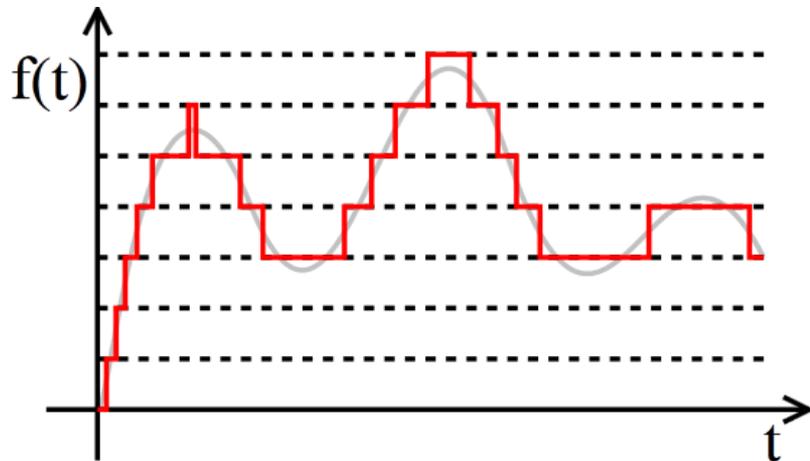
- Aquisição de sinais e frequência de amostragem
- Transformada discreta de Fourier (DFT)

# Digitalização de dados

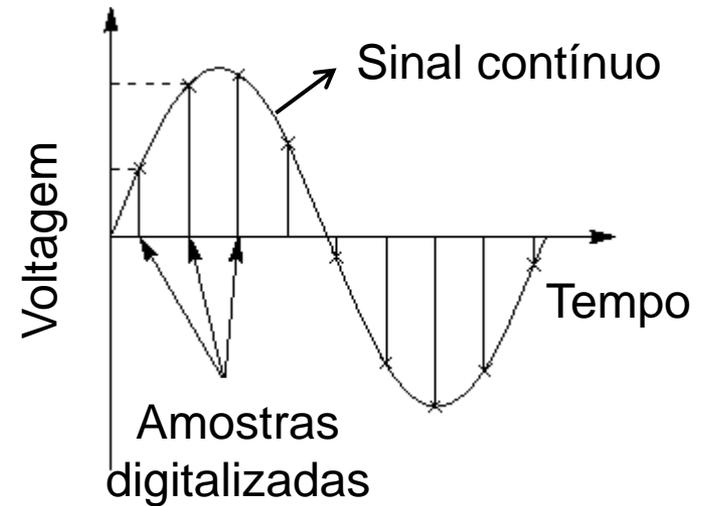
- Dois parâmetros são fundamentais na digitalização de sinais elétricos.
- Resolução em amplitude (por exemplo: número de bits da placa).
- Resolução temporal (por exemplo: frequência de amostragem do sinal).

# Discretizar um sinal

Discretização em amplitude



Discretização no tempo



# Amostrar um sinal

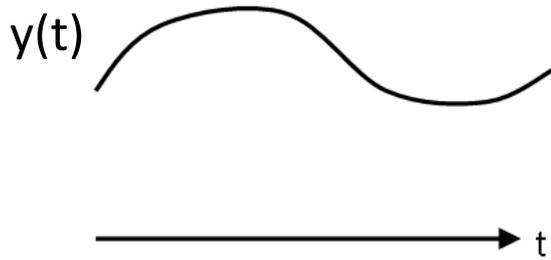
- Para se ter uma representação discreta de um sinal contínuo no tempo, realiza-se amostragem periódica deste sinal.
- Uma sequência de amostras  $y[n]$  é obtida de um sinal contínuo no tempo  $y(t)$ .

$$y[n] = y_c(nT), \quad -\infty < n < \infty$$

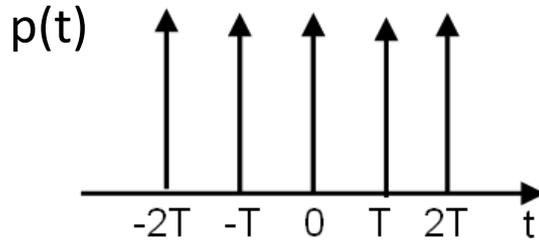
**$T \rightarrow$  Período de amostragem do sinal.**

**$f_s = 1/T \rightarrow$  Frequência de amostragem do sinal, medida em número amostras por segundo.**

# Amostrar um sinal



Sinal contínuo



Trem de pulsos



$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$



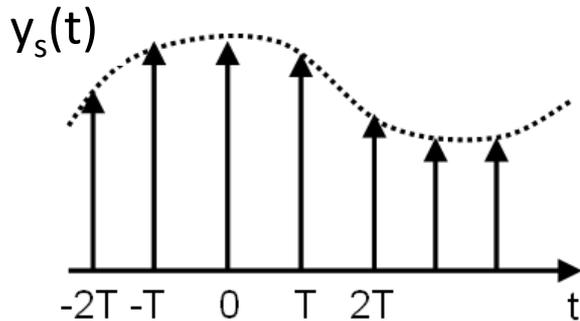
Função amostrada no tempo

$$y_s(t) = y(t) \cdot p(t)$$

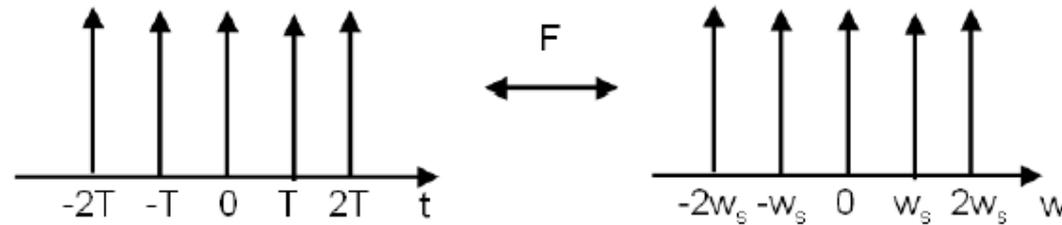
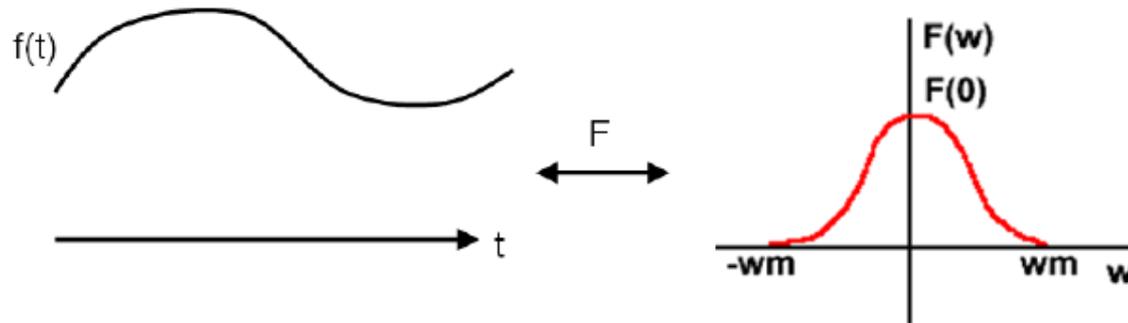
$$y_s(t) = y(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

Consideramos apenas  $y(nT)$

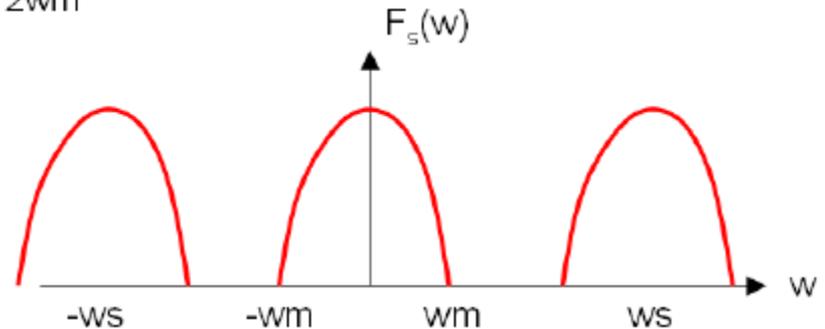
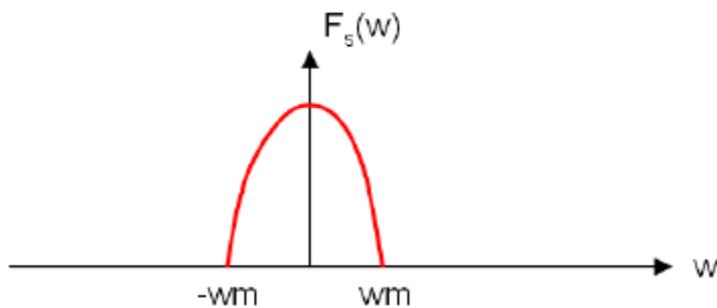
$$y_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(nT) \delta(t - nT)$$



# Teorema da amostragem



$$w_s > 2w_m$$



# Teorema da amostragem

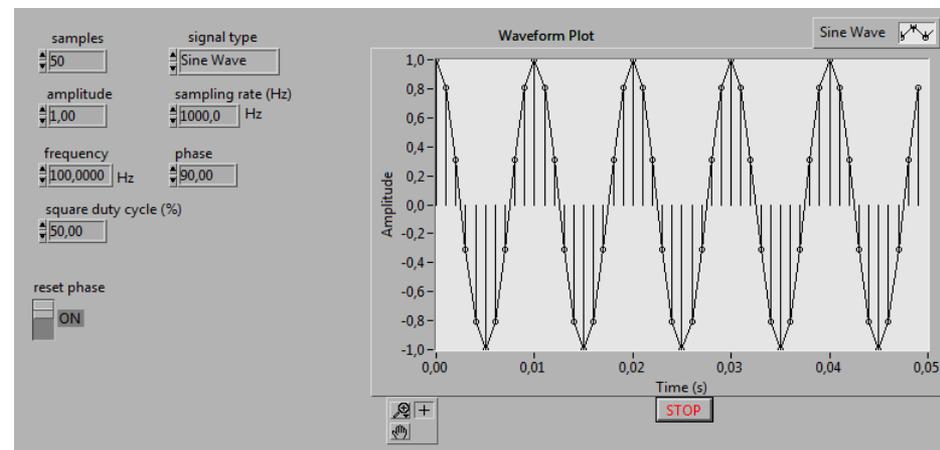
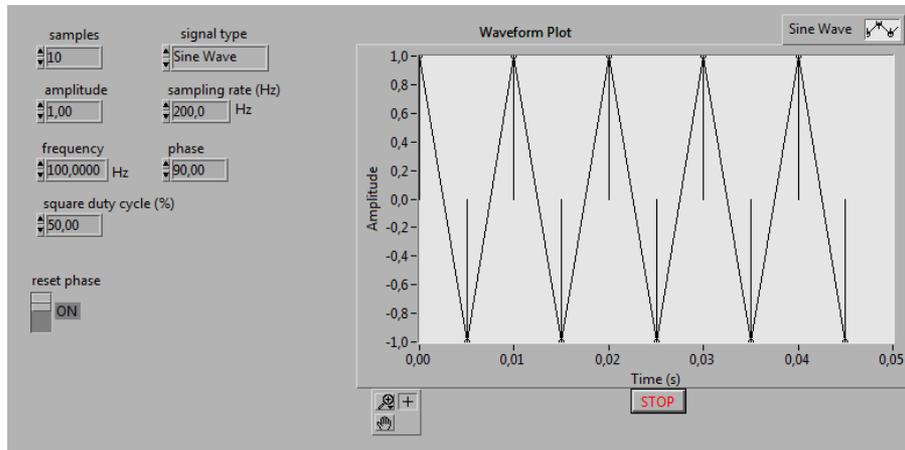
- Qual frequência de amostragem necessária para discretizar um sinal com frequência de 100 Hz?

- Frequência do sinal  $f = 100$  Hz

- Frequência de amostragem  $f_s = 200$  Hz

- Frequência do sinal  $f = 100$  Hz

- Frequência de amostragem  $f_s = 1000$  Hz



# Teorema da amostragem de Nyquist

- Sempre existe alguma perda em um sinal amostrado.
- Contudo, este teorema nos diz que o espectro de um sinal **não será afetado pela** sua **discretização** se esta ocorrer com uma **frequência de amostragem duas vezes maior que a** maior **frequência** do sinal.

$f_s$  → Frequência de amostragem

$$f_s \geq 2f_m$$

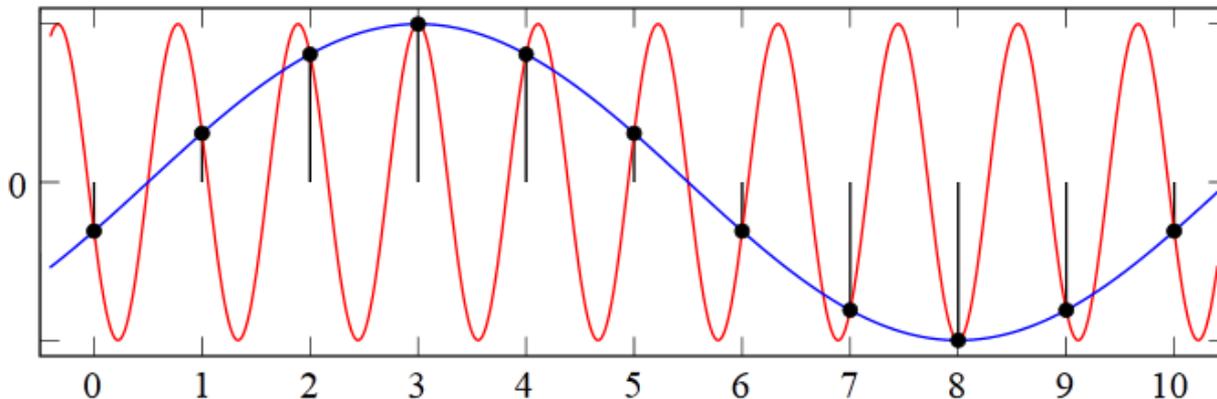
$f_m$  → Maior frequência do sinal de banda limitada

# Teorema da amostragem de Nyquist

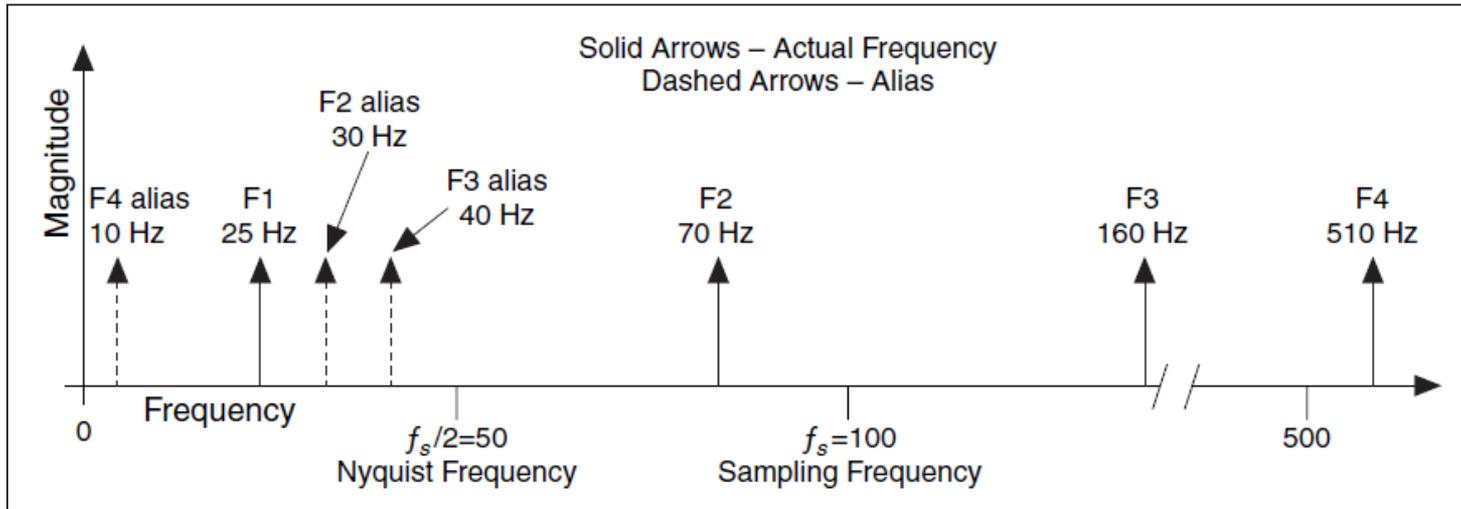
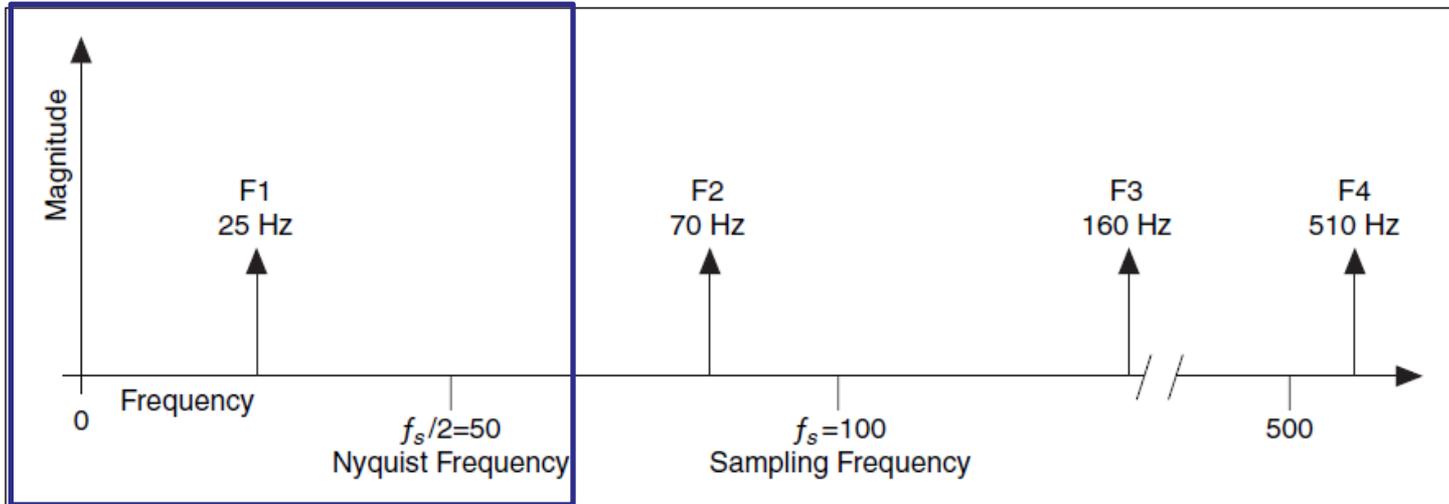
- Amostragem que não respeita o limite de Nyquist pode distorcer o sinal.
- Essas distorções podem ser:
  - Perda nas altas frequências.
  - Ganho nas altas frequências.
  - Modulação do sinal.

# Fenômeno Aliasing

- Denominação do fenômeno em que ocorre a distorção do sinal devido a uma taxa insuficiente na amostragem de dados.
- No exemplo abaixo o sinal senoidal, em vermelho, foi digitalizado com uma frequência de amostragem menor que a sua frequência original. Com isso o sinal senoidal azul foi obtido.



# DFT



# Frequência de Aliasing

Para calcular a frequência *alias* devido a amostragem que não seguiu o critério de Nyquist é necessário usar a equação abaixo:

$$f_a(N) = |f_{in} - Nf_s|$$

$f_a$  = frequência *alias* -  $f_{in}$  = frequência do sinal de entrada

$f_s$  = taxa de amostragem -  $N$  = inteiro maior ou igual a 0

$N \rightarrow$  um inteiro que assume um valor necessário para que o termo  $Nf_s$  seja o mais próximo possível da frequência de frequência do sinal de entrada ( $f_{in}$ ).

Do slide anterior:

$$F2 \rightarrow f_a(1) = |70 - (1) 100| = 30 \text{ Hz}$$

$$F3 \rightarrow f_a(2) = |160 - (2) 100| = 40 \text{ Hz}$$

$$F4 \rightarrow f_a(5) = |510 - (5) 100| = 10 \text{ Hz}$$

# Transformada de Fourier

- As transformadas são usadas para analisar uma função em um outro domínio.
- A transformada de Fourier, por exemplo, transforma um sinal no domínio do tempo para o domínio de frequência.
- Enquanto que a transformada inversa de Fourier realiza o procedimento inverso. Domínio da frequência para o domínio do tempo.

# DFT – Discrete Fourier Transform

Transformada de Fourier

Transformada inversa de Fourier

$$F(\omega) \equiv \mathcal{F}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j2\pi\omega t} dt \quad f(t) \equiv \mathcal{F}^{-1}\{F(\omega)\} \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j2\pi\omega t} d\omega$$

Na computação digital a transformada de Fourier precisa ser corretamente adequada para sinais discretos. Consideremos uma função  $\mathbf{x[n]}$  periódica com período fundamental  $\mathbf{N}$ .

$$x[n] = x[n + k.N] \quad \longrightarrow \quad N \text{ e } k \text{ são inteiros.}$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad n = 0, \pm 1, \dots$$

$X[k] \rightarrow$  Coeficientes da série discreta de Fourier.

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, \pm 1, \dots$$

$x[n] \rightarrow$  sequência discreta de um sinal contínuo no tempo  $x(t)$ .

# Espectro de potência - DFT

- O espectro de potência  $S_{xx}(f)$  de uma função  $x(t)$  é definido como  $S_{xx}(f) = X^*(f)X(f) = |X(f)|^2$ .

$X(f) = F\{x(t)\} \rightarrow$  transformada de Fourier.

$X^*(f) \rightarrow$  é o complexo conjugado  $X(f)$ .

- No Labview, o espectro de potência é computado a partir de rotinas de DFT e FFT (Fast Fourier Transform).

$$S_{xxx} = \frac{|F\{x\}|^2}{N^2}$$

- $S_{xxx} \rightarrow$  saída da VI espectro de potência.
- $N \rightarrow$  número de amostras na sequência de entrada  $\mathbf{X}$ .

# Espectro de potência

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{N\Delta t}$$

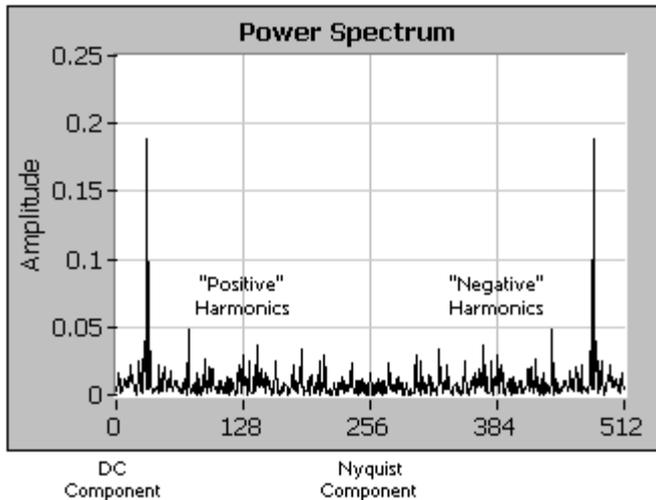
- A maior frequência que pode ser analisada pela DFT é  $f_s/2$ , que é o limite de Nyquist.

$f_s \rightarrow$  frequência de amostragem.

- O número de amostras  $N$  da DFT é igual ao número de amostras do sinal de entrada.

- A saída da DFT é espelhada na frequência de Nyquist. Ou seja, na amostra  $n/2$  teremos a frequência de Nyquist caso  $N$  seja par.

- Se o sinal for em Volts a saída do espectro de potência tem unidade of volts-rms ao quadrado ( $V_{\text{rms}}^2$ ).



$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} kn}$$

$$X[k] = X[N-k]$$

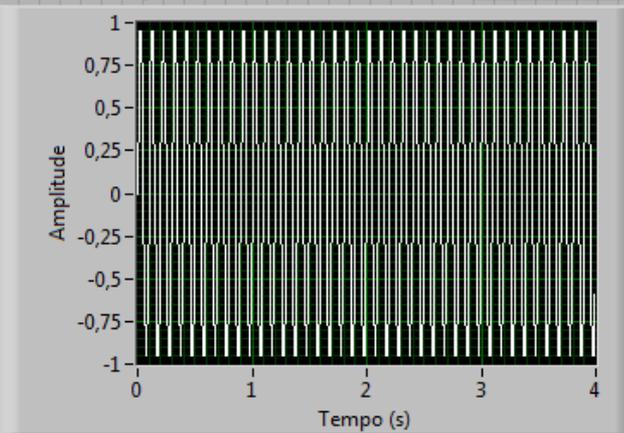
### Parâmetros da onda seno

frequency	offset
<input type="text" value="10,00"/>	<input type="text" value="0,00"/>
amplitude	phase
<input type="text" value="1,00"/>	<input type="text" value="0,00"/>

### Informação sobre amostragem

Fs
<input type="text" value="100,0"/>
#s
<input type="text" value="400"/>

Waveform Graph 2

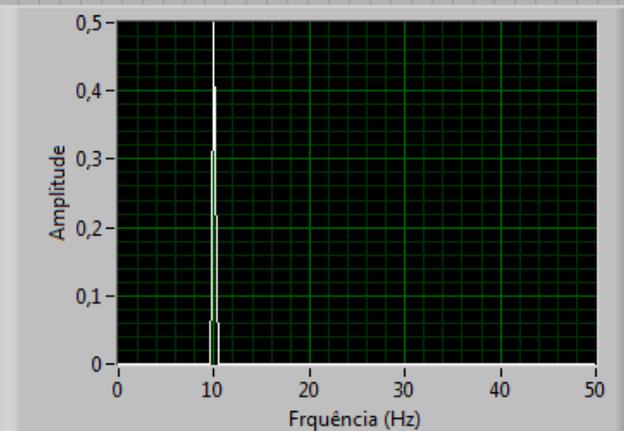


### Informação sobre a forma de onda gerada

t0	Y
<input type="text" value="00:00:00,000"/> DD/MM/YYYY	<input type="text" value="0"/>
dt	<input type="text" value="0,58778"/>
<input type="text" value="0,01"/>	<input type="text" value="0,95105"/>

### Informação sobre a forma de DFT

Waveform Graph



magnitude			
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3,01259"/>	<input type="text" value="3,46231"/>	<input type="text" value="1,87044"/>
f0	df	size(s)	
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0,25"/>	<input type="text" value="200"/>	

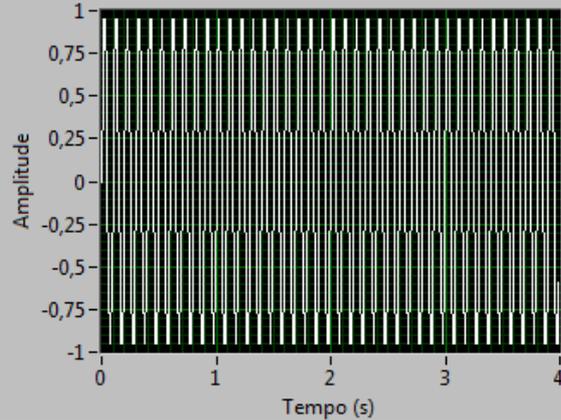
### Parâmetros da onda seno

frequency: 10,00  
offset: 0,00  
amplitude: 1,00  
phase: 0,00

### Informação sobre amostragem

Fs: 100,0  
#s: 400

Waveform Graph 2

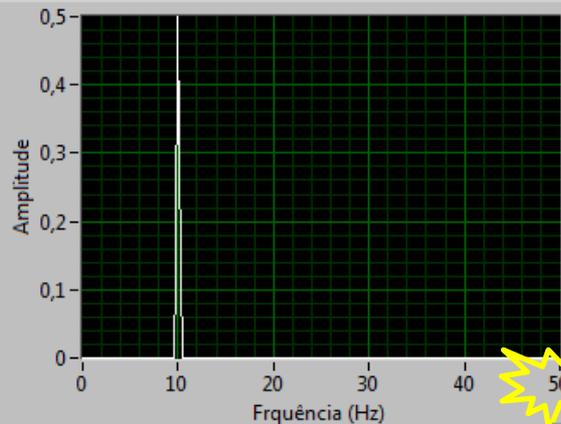


### Informação sobre a forma de onda gerada

t0: 00:00:00,000  
DD/MM/YYYY  
dt: 0,01  
Y: 0  
0,58778!  
0,95105!

### Informação sobre a forma de DFT

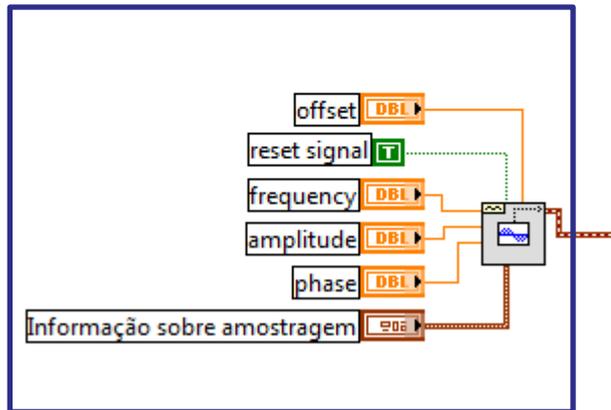
Waveform Graph



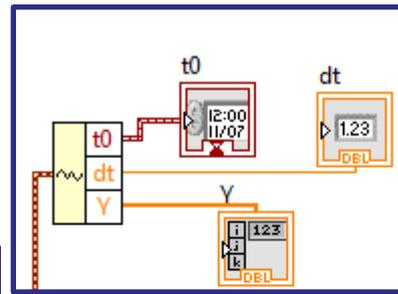
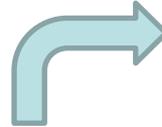
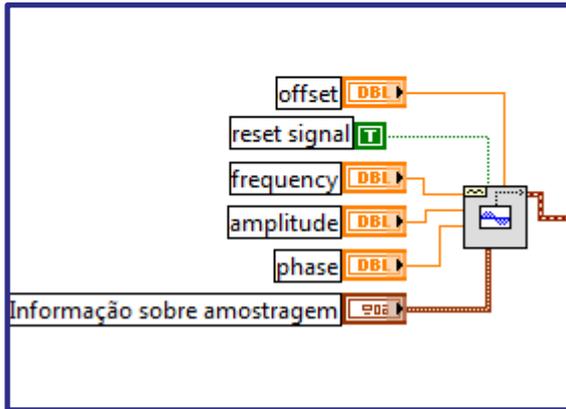
magnitude: 3,01259!  
3,46231!  
1,87044!  
f0: 0  
df: 0,25  
size(s): 200

Limite de Nyquist

## Gerador de forma de onda (“waveform”) seno



Gerador de onda seno



Informação sobre a forma de onda gerada.

- $t_0$  → Tempo inicial.
- $dt$  → Período de amostragem do sinal.
- Vetor magnitude.

Waveform



The image shows a software interface with a waveform plot on the left labeled "Plot 0". To the right is a block diagram with several blocks: "offset" (DBI), "reset signal" (T), "frequency" (DBI), "amplitude" (DBI), "phase" (DBI), and "re amostragem" (F). These are connected to a central block, which is then connected to a "Power Spectral Density" block. The "Power Spectral Density" block has a "restart averaging (F)" block below it. A "Waveform Graph" icon is visible on the right. A "Tools" palette is open in the center, and a "Get Waveform Components" palette is open at the bottom. A context menu is also open over the "RMS avera" block.

**Get Waveform Components**

Get Wfm Co...	Build Wavf...	Set Attribute	Get Attribute	Analog to Di...	Digital to An...
Idx Wfm Array	Copy Wfm dt	Align Times	Get Wfm Su...	Get Final Time	Wfm Duration
Scale Delta t	Get XY Value	Get Time Arr...			
			Analog Wfm	Digital Wfm	Wfm File I/O

**Context Menu**

- Clean Up Wire
- Create Wire Branch
- Delete Wire Branch
- Visible Items
- Insert
- Waveform Palette
- Create
- Probe
- Custom Probe
- Breakpoint
- Description and Tip...

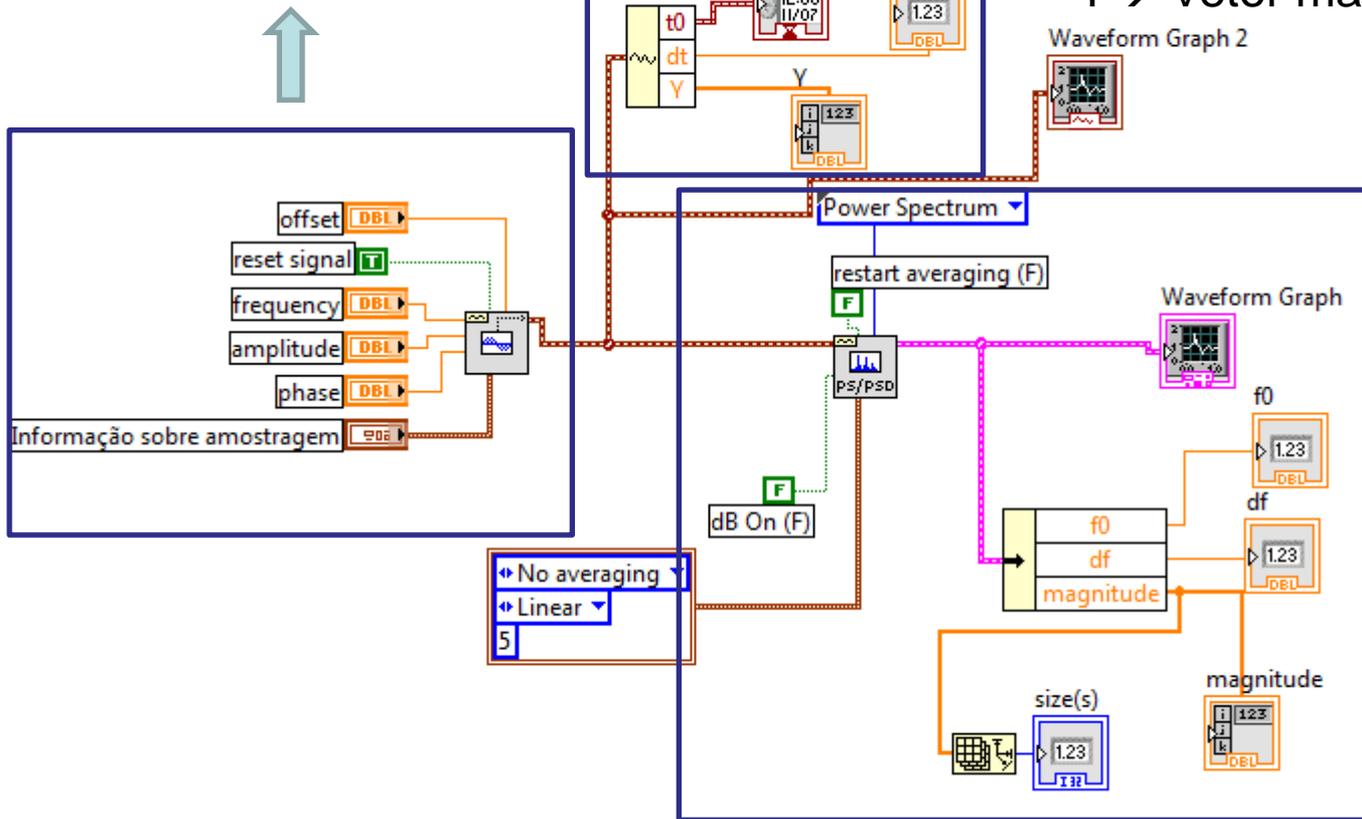
# Labview – Power spectrum

The image displays the LabVIEW interface for calculating a Power Spectral Density (PSD). On the left, a graph window titled "Plot 0" shows a power spectrum with a prominent peak at a low frequency. The y-axis ranges from 0 to 50, and the x-axis represents frequency. Below the graph is a "Waveform Measurements" palette for the "FFT Power Spectrum and PSD.vi" block. This palette includes various analysis tools such as "Basic DC-RMS", "Avg DC-RMS", "Cyc Avg & R...", "Wfm Monito...", "Transition M...", "Pulse Meas", "Ampl & Level", "Extract Tone", "Extract Tones", "Harmonic Dist", "SINAD Analyz...", "FFT Power S...", "FFT Mag Pha...", "FFT Real Imag", "FRF Mag Pha...", "FRF Real Imag", "Cross Mag P...", "Cross Real I...", "Spectral", "2 Chan Spect...", "Distortion", "Tone", "Timing-Trans", and "Amp & Level".

In the center, a block diagram shows the configuration of the "Power Spectral Density" block. It includes inputs for "offset", "reset signal", "frequency", "amplitude", and "phase", each with a "DB1" (decibel) indicator. The "reset signal" input is set to a constant value of 1. The "frequency" input is also set to a constant value of 1. The "amplitude" and "phase" inputs are set to 0. The "offset" input is set to a constant value of 0. The "Power Spectral Density" block is connected to the "Plot 0" graph.

On the right, the "Functions" palette is open, showing the "Signal Processing" category selected. The "Signal Analysis" sub-category is also visible, containing icons for "Input", "Signal Analysis", "Output", "Sig Manip", "Exec Control", and "Arith & Com...".

Gerador de onda seno



Informação sobre a forma de onda gerada.

- $t_0$  → Tempo inicial.
- $dt$  → Período de amostragem do sinal.
- $Y$  → Vetor magnitude.

-FFT – Espectro de potência

- Informações Sobre a forma de onda gerada

$$f_1(\omega_1 t) + f_2(\omega_2 t)$$

**STOP**

**Parâmetros da onda seno**

frequency: 100,00    offset: 0,00

amplitude: 1,00    phase: 180,00

**Informação sobre amostragem**

Fs: 500,0

#s: 100

**Informação sobre amostragem 2**

Fs: 500,0

#s: 100

**Waveform Graph 2**

**Informação sobre a forma de onda gerada**

t0: 00:00:00,000 DD/MM/YYYY

dt: 0,002

Y: 3,67394i

-2,12663i

-2,4899i

**Waveform Graph**

**Informação sobre a forma de DFT**

magnitude: 3,77079i

5,71579i

6,0475E-

f0: 0    df: 5    size(s): 50

# Bibiografia

- OPPENHEIM; R. W. SCHAFER & J. R. BUCK.  
Discrete-Time Signal Processing. Prentice Hall, 2<sup>a</sup>  
ed., 1999.
- Labview Analysis Concepts  
<http://www.ni.com/pdf/manuals/370192c.pdf>
- Carlos Alexandre Melo, Processamento de sinais,  
<http://www.cin.ufpe.br/~cabm/pds/PDS.pdf>.