Introdução a aquisição e processamento de sinais

Prof. Theo Z. Pavan
Departamento de Física - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto-USP

Roteiro

- Aquisição de sinais e frequência de amostragem
- Transformada discreta de Fourier (DFT)

Digitalização de dados

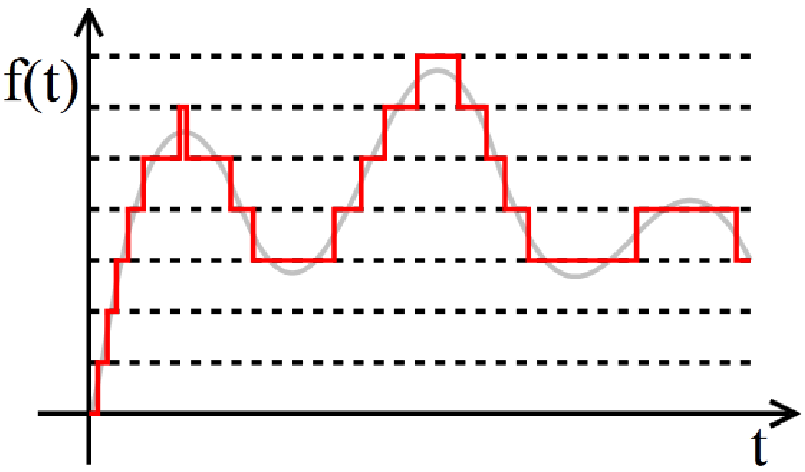
- Dois parâmetros são fundamentais na digitalização de sinais elétricos.

- Resolução em amplitude (por exemplo: número de bits da placa).

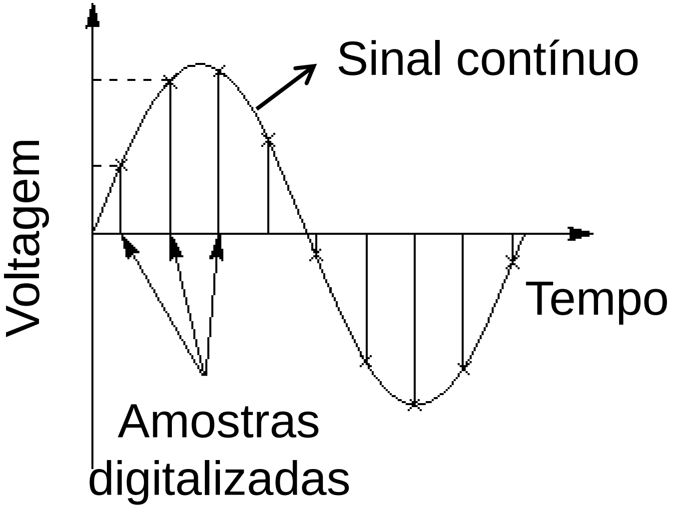
- Resolução temporal (por exemplo: frequência de amostragem do sinal).

Discretizar um sinal

Discretização em amplitude



Discretização no tempo



Amostrar um sinal

- Para se ter uma representação discreta de um sinal contínuo no tempo, realiza-se amostragem periódica deste sinal.

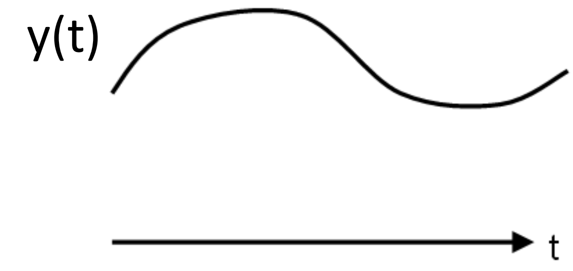
- Uma sequência de amostras y[n] é obtida de um sinal contínuo no tempo y(t).

$$y[n] = y_c(nT), \; -\infty < n < \infty$$

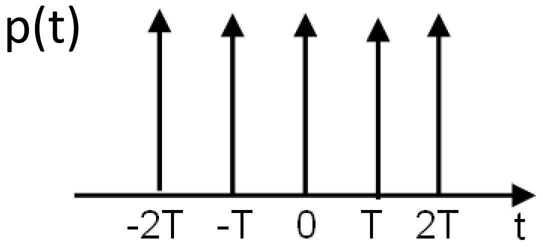
T → Período de amostragem do sinal.

$f_s = 1/T$ **→ Frequência de amostragem do sinal, medida em número amostras por segundo.**

Amostrar um sinal



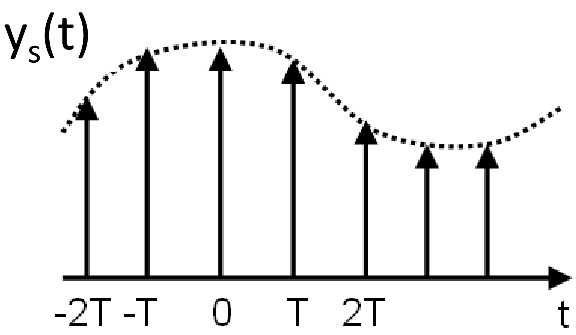
Sinal contínuo



Trem de pulsos

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\,(t - nT)$$

Função amostrada no tempo



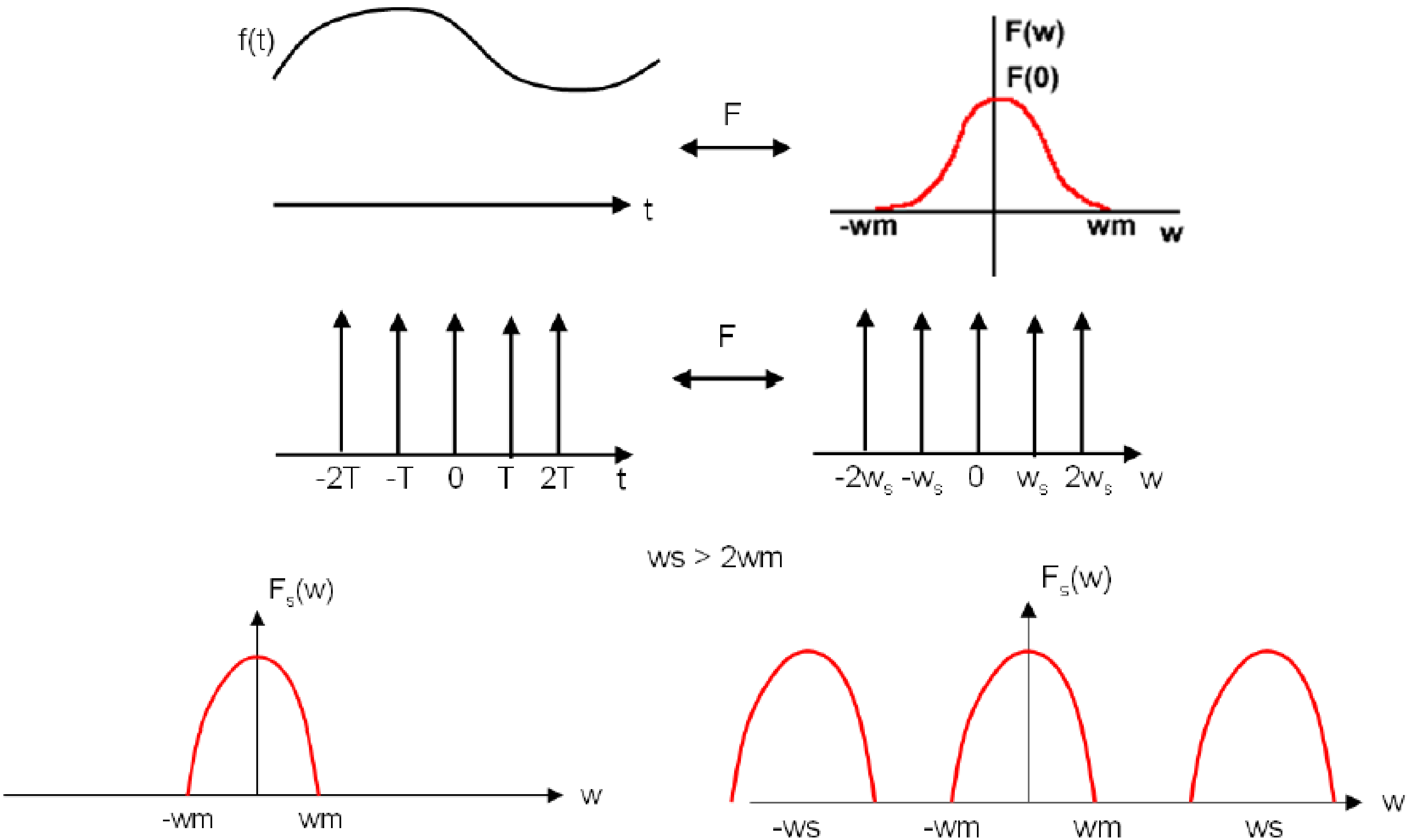
$$y_s(t) = y(t).\,p(t)$$

$$y_s(t) = y(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\,(t - nT)$$

Consideramos apenas y(nT)

$$y_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(nT)\delta\,(t - nT)$$

Teorema da amostragem



Teorema da amostragem

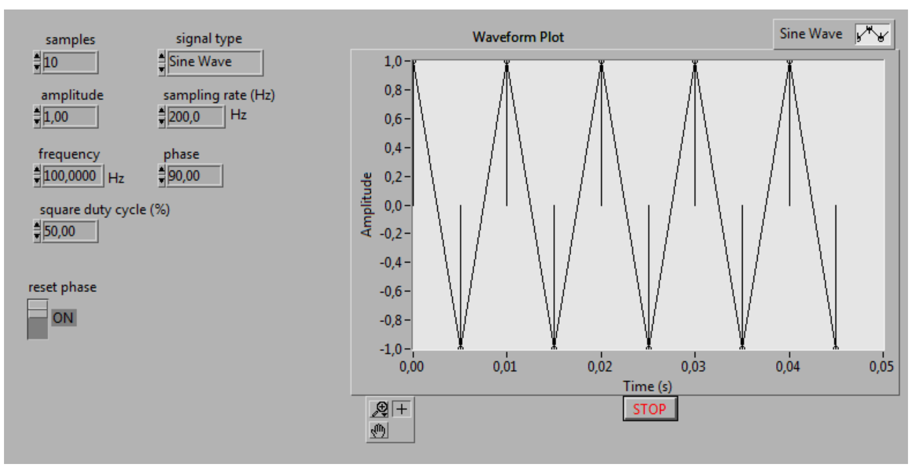
- Qual frequência de amostragem necessária para discretizar um sinal com frequência de 100 Hz?

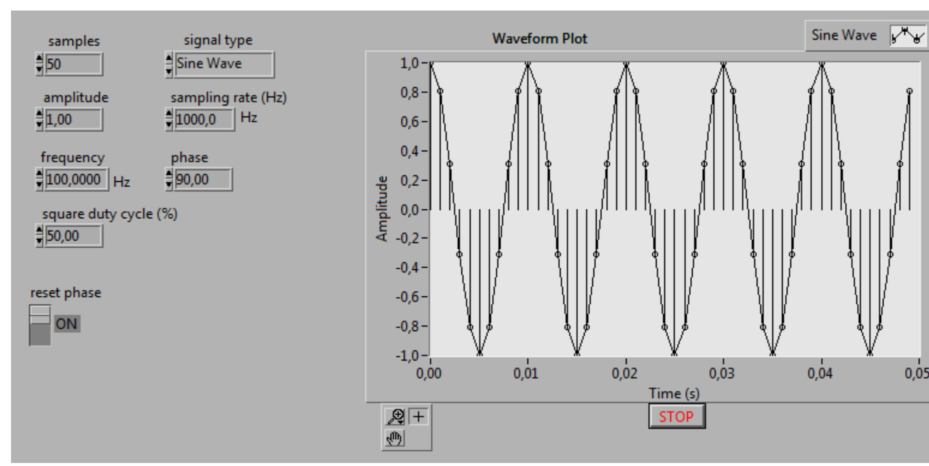
- Frequência do sinal f = 100 Hz

- Frequência de amostragem f_s = 200 Hz

- Frequência do sinal f = 100 Hz

- Frequência de amostragem f_s = 1000 Hz





Teorema da amostragem de Nyquist

- Sempre existe alguma perda em um sinal amostrado.

- Contudo, este teorema nos diz que o espectro de um sinal **não será afetado pela** sua **discretização** se esta ocorrer com uma **frequência de amostragem duas vezes maior que a** maior **frequência** do sinal.

$f_s \rightarrow$ Frequência de amostragem

$$f_s \geq 2f_m$$

$f_m \rightarrow$ Maior frequência do sinal de banda limitada

Teorema da amostragem de Nyquist

- Amostragem que não respeita o limite de Nyquist pode distorcer o sinal.

- Essas distorções podem ser:

  - Perda nas altas frequências.

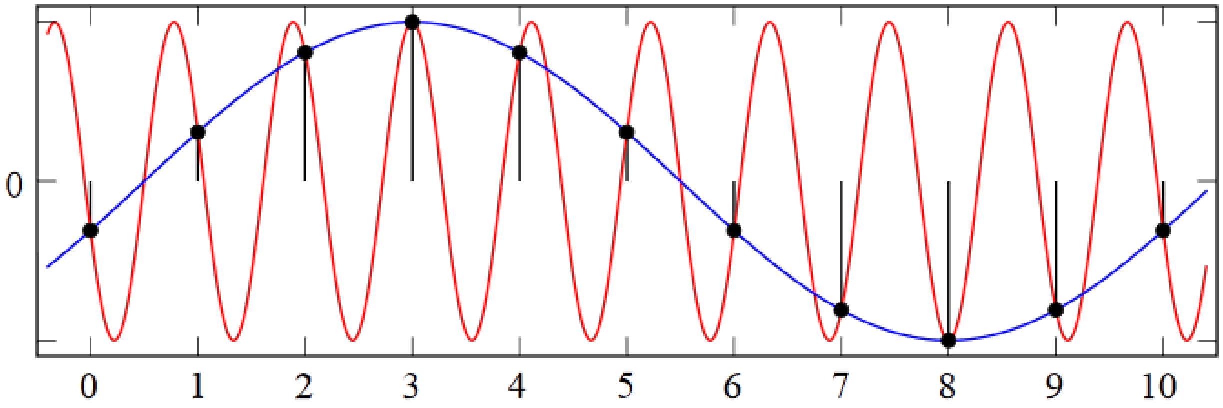
  - Ganho nas altas frequências.

  - Modulação do sinal.

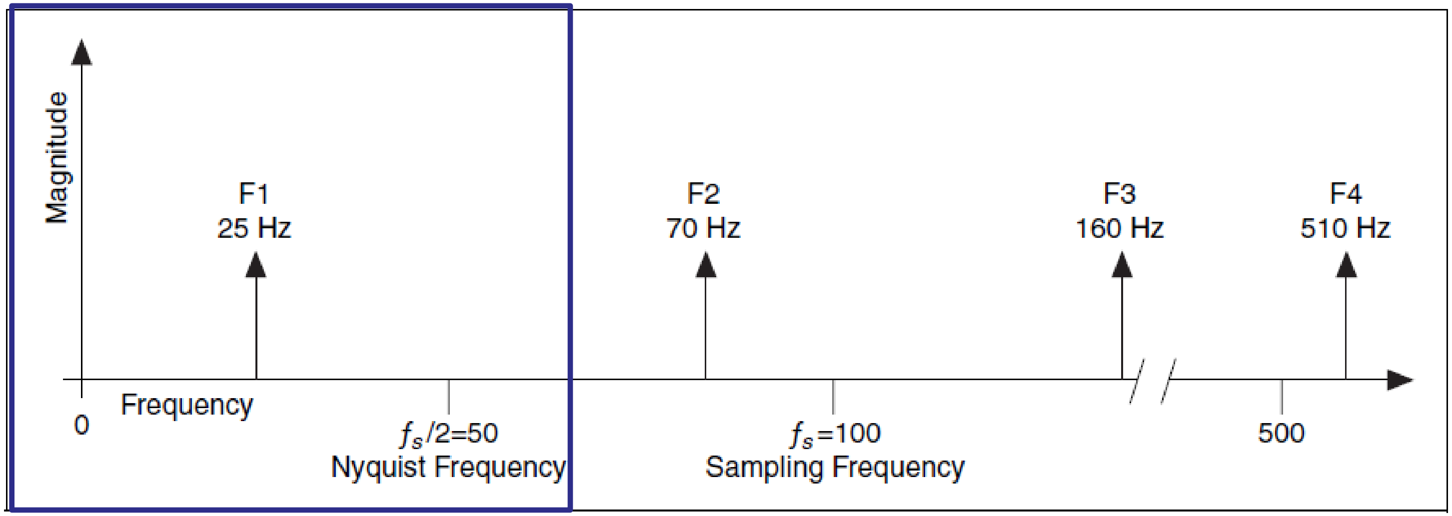
Fenômeno Aliasing

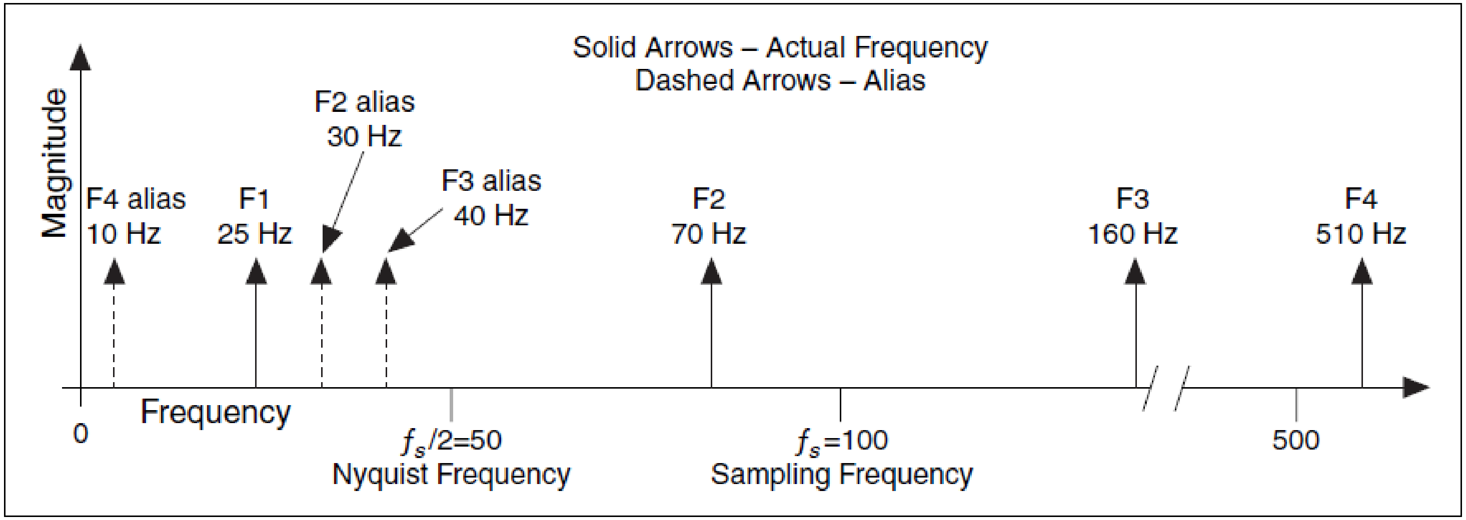
• Denominação do fenômeno em que ocorre a distorção do sinal devido a uma taxa insuficiente na amostragem de dados.

• No exemplo abaixo o sinal senoidal, em vermelho, foi digitalizado com uma frequência de amostragem menor que a sua frequência original. Com isso o sinal senoidal azul foi obtido.



DFT


Magnitude
F1
25 Hz
F2
70 Hz
F3
160 Hz
F4
510 Hz
0
Frequency
$f_s/2$=50
Nyquist Frequency
f_s=100
Sampling Frequency
500


Solid Arrows – Actual Frequency
Dashed Arrows – Alias
Magnitude
F2 alias
30 Hz
F3 alias
40 Hz
F4 alias
10 Hz
F1
25 Hz
F2
70 Hz
F3
160 Hz
F4
510 Hz
0
Frequency
$f_s/2$=50
Nyquist Frequency
f_s=100
Sampling Frequency
500

Frequência de Aliasing

Para calcular a frequência *alias* devido a amostragem que não seguiu o critério de Nyquist é necessário usar a equação abaixo:

$$f_a(N) = |f_{in} - Nf_s|$$

f_a = frequência *alias* - f_{in} = frequência do sinal de entrada
f_s = taxa de amostragem - N = inteiro maior ou igual a 0

$N \rightarrow$ um inteiro que assume um valor necessário para que o termo $\boldsymbol{Nf_s}$ seja o mais próximo possível da frequência de frequência do sinal de entrada ($\boldsymbol{f_{in}}$).

Do slide anterior:

F2 $\rightarrow$ $\boldsymbol{f_a(1) = |70 - (1)\,100| = 30}$ **Hz**

F3 $\rightarrow$ $\boldsymbol{f_a(2) = |160 - (2)\,100| = 40}$ **Hz**

F4 $\rightarrow$ $\boldsymbol{f_a(5) = |510 - (5)\,100| = 10}$ **Hz**

Transformada de Fourier

- As transformadas são usadas para analisar uma função em um outro domínio.

- A transformada de Fourier, por exemplo, transforma um sinal no domínio do tempo para o domínio de frequência.

- Enquanto que a transformada inversa de Fourier realiza o procedimento inverso. Domínio da frequência para o domínio do tempo.

DFT – Discrete Fourier Transform

Transformada de Fourier

$$F(w) \equiv \Im\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j2\pi wt}dt$$

Transformada inversa de Fourier

$$f(t) \equiv \Im^{-1}\{F(w)\} \equiv \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(w)e^{j2\pi wt}dw$$

Na computação digital a transformada de Fourier precisa ser corretamente adequada para sinais discretos. Consideremos uma função **x[n]** periódica com período fundamental **N**.

$x[n] = x[n + k.N]$ → N e k são inteiros.

$$x[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \quad , \qquad n = 0, \pm 1, \ldots.$$

X[k] **→Coeficientes da série discreta de Fourier.**

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad , \qquad k = 0, \pm 1, \ldots.$$

x[n] **→sequência discreta de um sinal contínuo no tempo x(t).**

Espectro de potência - DFT

- O espectro de potência $S_{xx}(f)$ de uma função $x(t)$ é definido como $S_{xx}(f) = X^*(f)X(f) = |X(f)|^2$.

  ***X*(*f*) = *F*{*x*(*t*)}** → transformada de Fourier.

  ***X**(*f*)** → é o complexo conjugado $X(f)$.

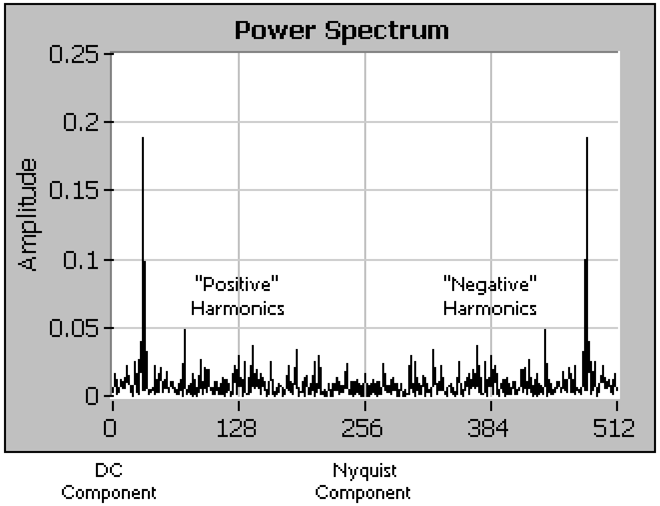
- No Labview, o espectro de potência é computado a partir de rotinas de DFT e FFT (Fast Fourier Transform).

$$S_{xx} = \frac{|F\{x\}|^2}{N^2}$$

- S_{xx} → saída da VI espectro de potência.
- N → número de amostras na sequência de entrada ***X***.

Espectro de potência

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{N\Delta t}$$



$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

$$X[k] = X[N-k]$$

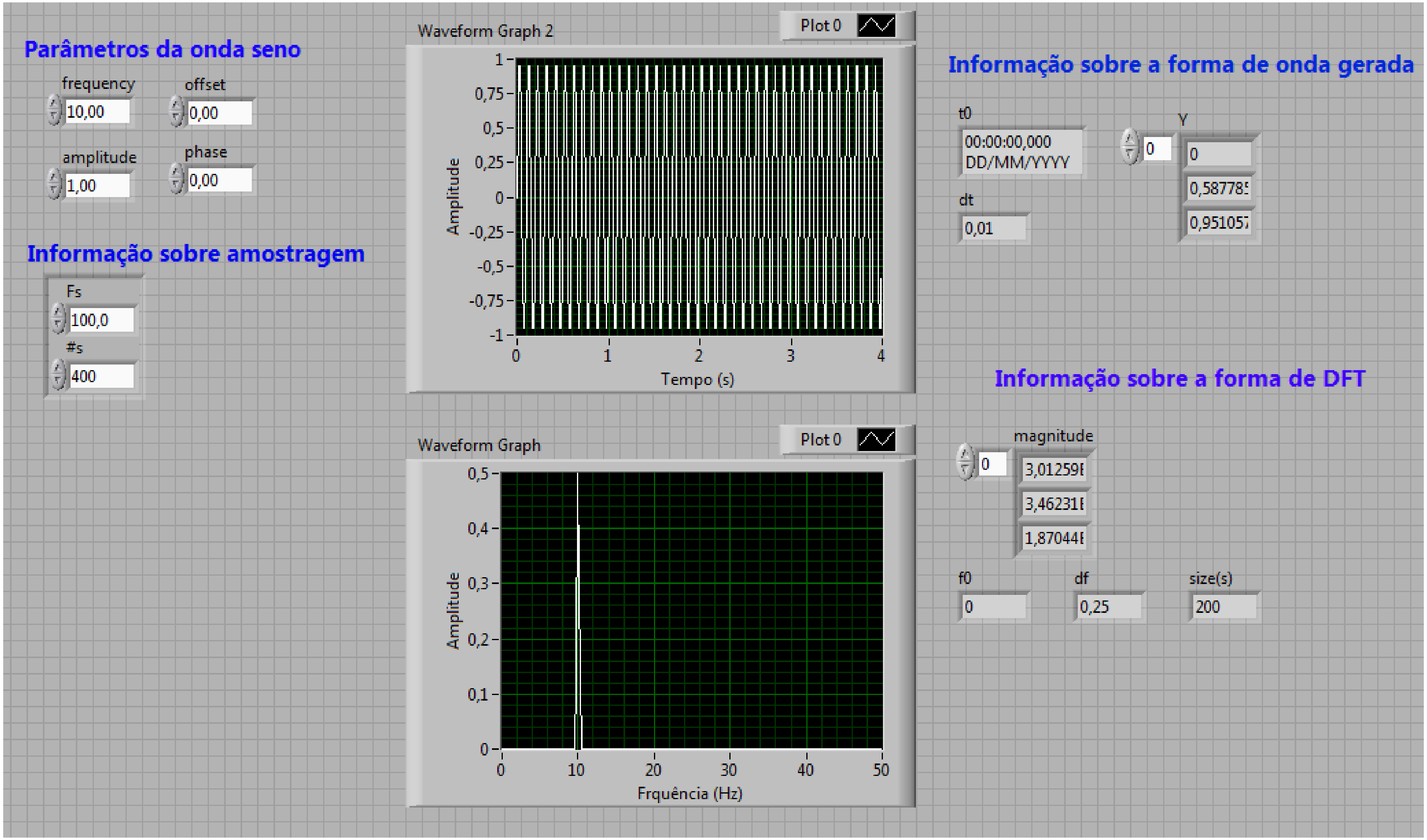
- A maior frequência que pode ser analisada pela DFT é $f_s/2$, que é o limite de Nyquist.

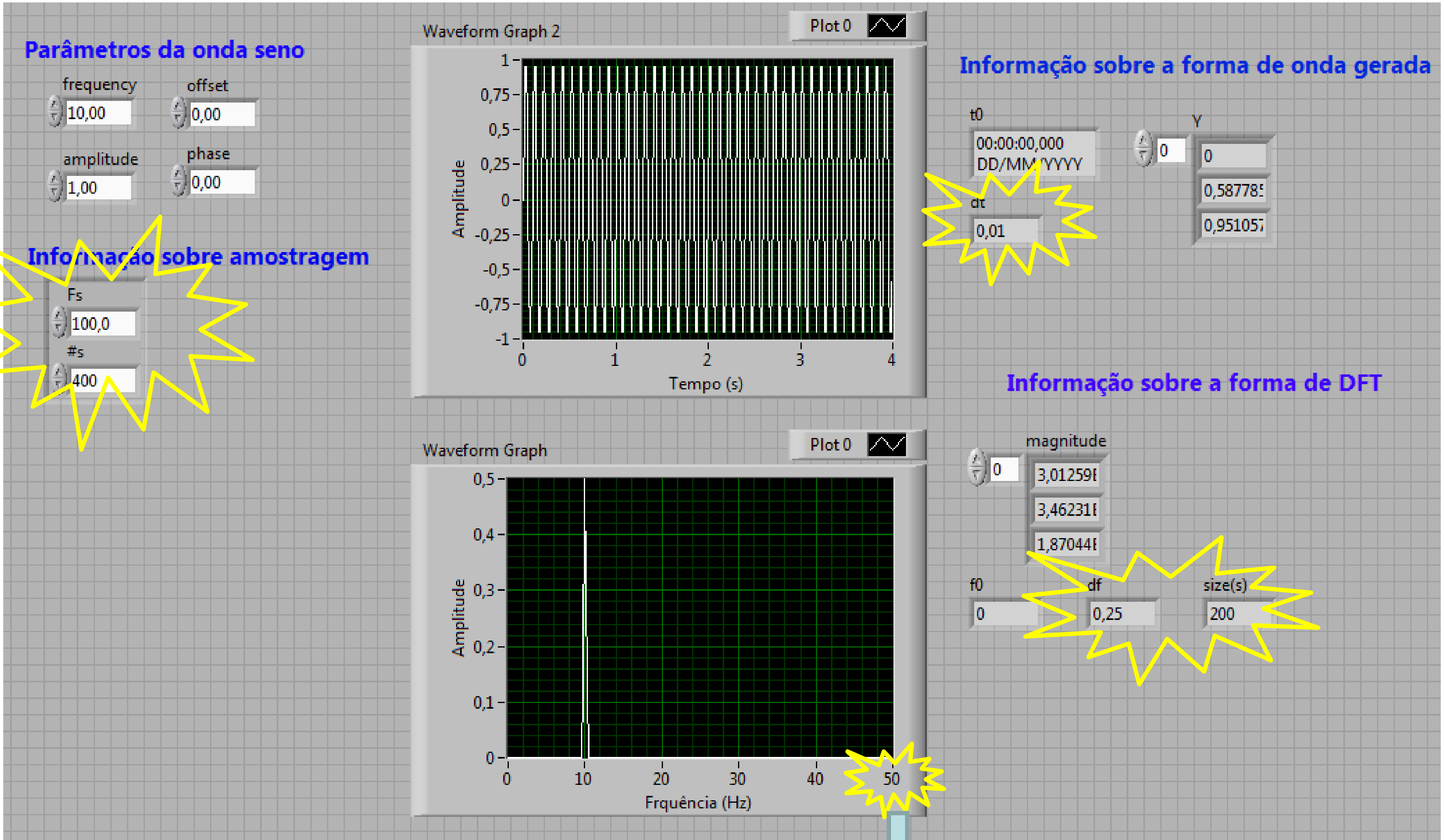
f_s → frequência de amostragem.

- O número de amostras ***N*** da DFT é igual ao número de amostras do sinal de entrada.

- A saída da DFT é espelhada na frequência de Nyquist. Ou seja, na amostra **n/2** teremos a frequência de Nyquist caso ***N*** seja par.

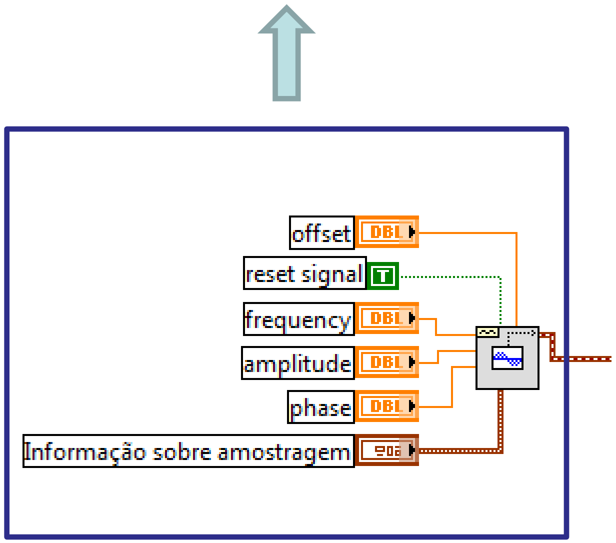
- Se o sinal for em Volts a saída do espectro de potência tem unidade of volts-rms ao quadrado (V_{rms}^2).


Parâmetros da onda seno
frequency
10,00
offset
0,00
amplitude
1,00
phase
0,00
Informação sobre amostragem
Fs
100,0
#s
400
Waveform Graph 2
Plot 0
Amplitude
Tempo (s)
Waveform Graph
Plot 0
Amplitude
Frquência (Hz)
Informação sobre a forma de onda gerada
t0
00:00:00,000
DD/MM/YYYY
dt
0,01
Y
0
0
0,58778
0,951057
Informação sobre a forma de DFT
magnitude
0
3,01259E
3,46231E
1,87044E
f0
0
df
0,25
size(s)
200



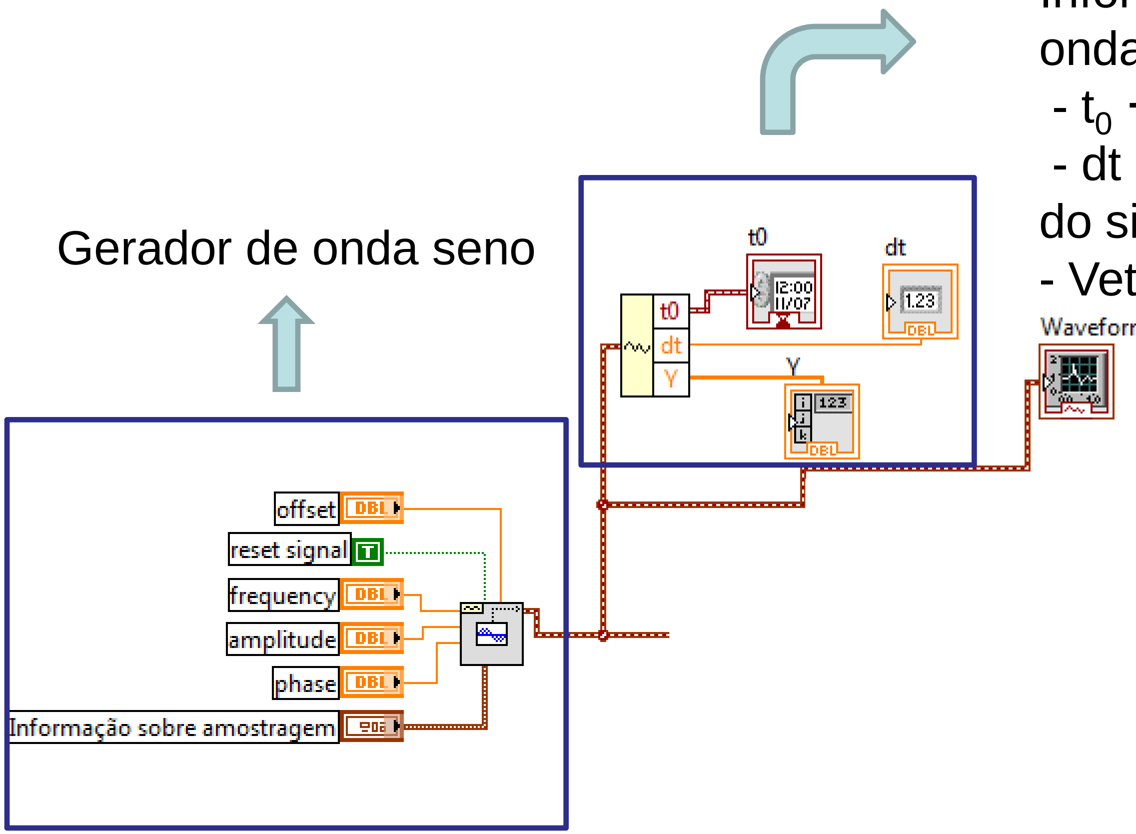
Limite de Nyquist

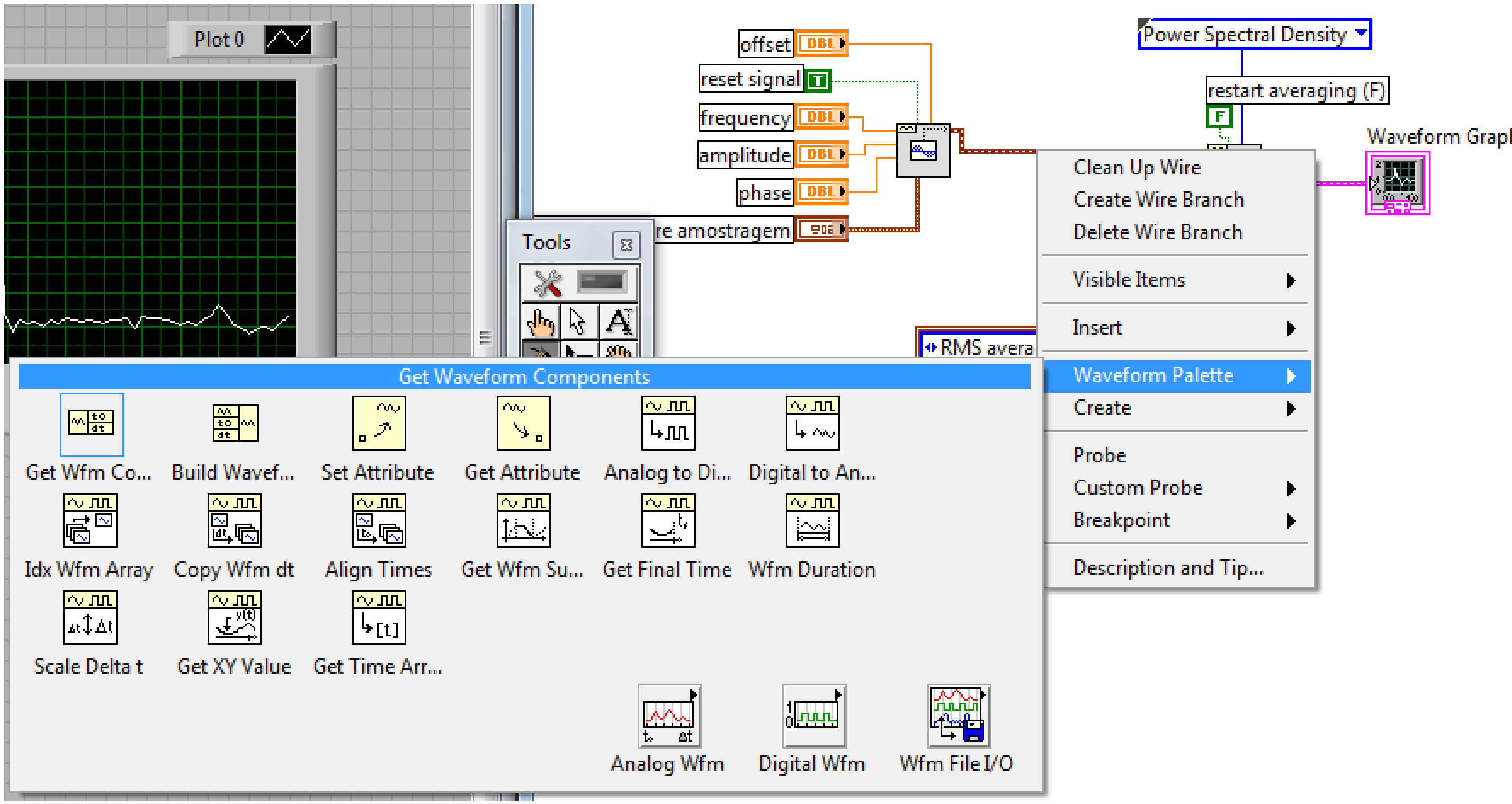
Gerador de forma de onda (“waveform”) seno



Informação sobre a forma de onda gerada.

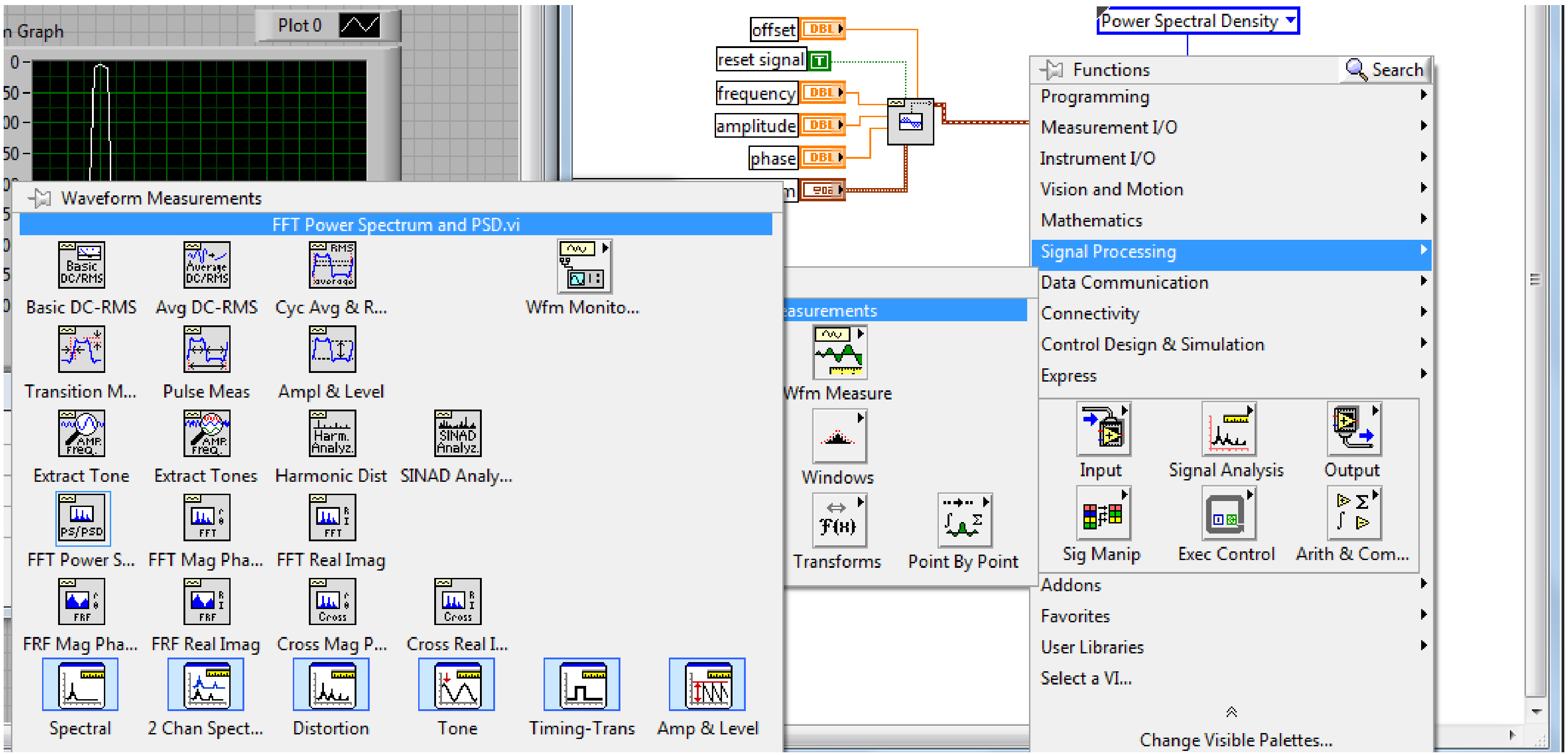
- t_0 → Tempo inicial.
- dt → Período de amostragem do sinal.
- Vetor magnitude.





Plot 0
offset
reset signal
frequency
amplitude
phase
re amostragem
Power Spectral Density
restart averaging (F)
Waveform Graph
RMS avera
Tools
Clean Up Wire
Create Wire Branch
Delete Wire Branch
Visible Items
Insert
Waveform Palette
Create
Probe
Custom Probe
Breakpoint
Description and Tip...
Get Waveform Components
Get Wfm Co...
Build Wavef...
Set Attribute
Get Attribute
Analog to Di...
Digital to An...
Idx Wfm Array
Copy Wfm dt
Align Times
Get Wfm Su...
Get Final Time
Wfm Duration
Scale Delta t
Get XY Value
Get Time Arr...
Analog Wfm
Digital Wfm
Wfm File I/O

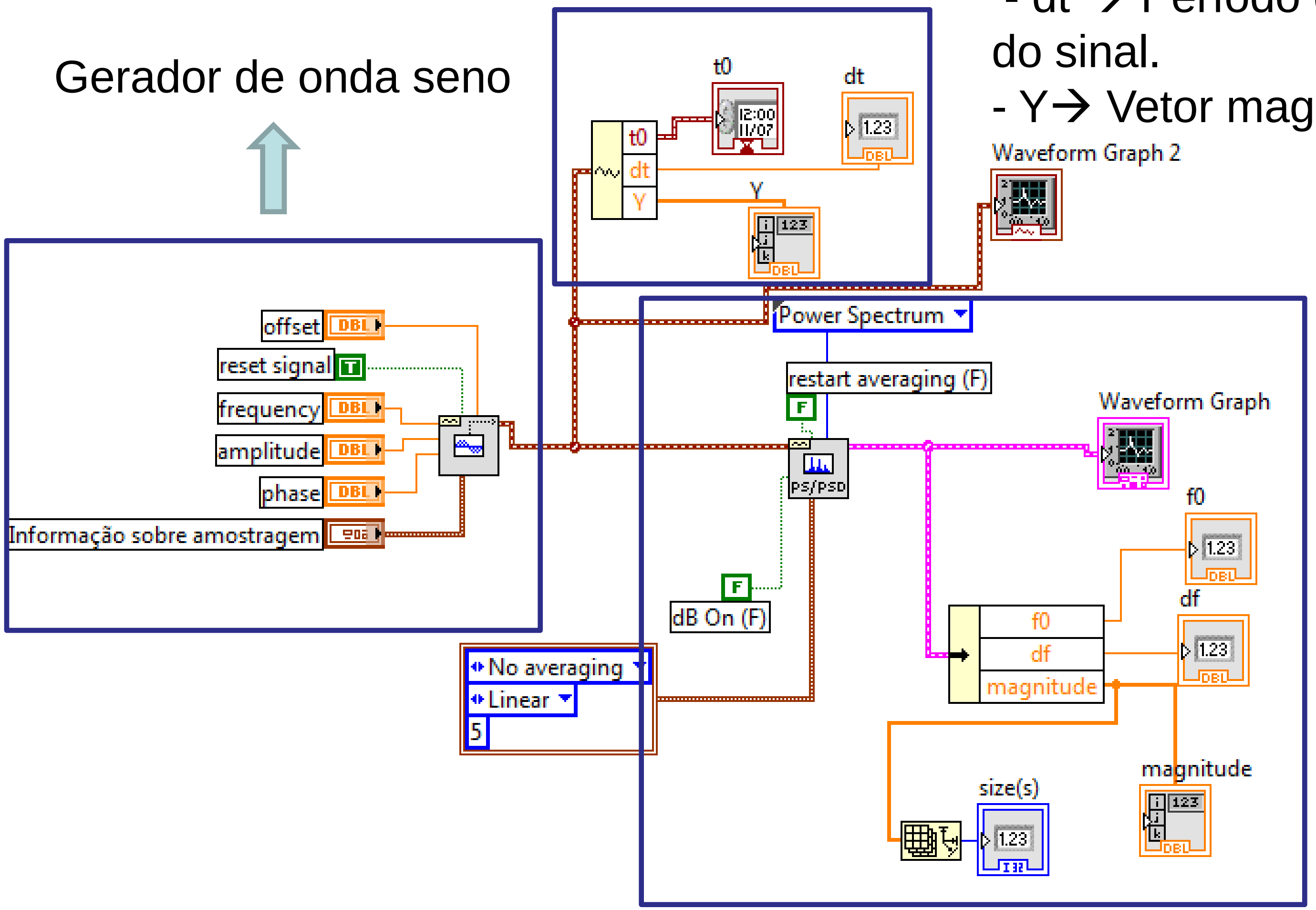
Labiew – Power spectrum



Informação sobre a forma de onda gerada.

- t_0 → Tempo inicial.
- dt → Período de amostragem do sinal.
- Y → Vetor magnitude.

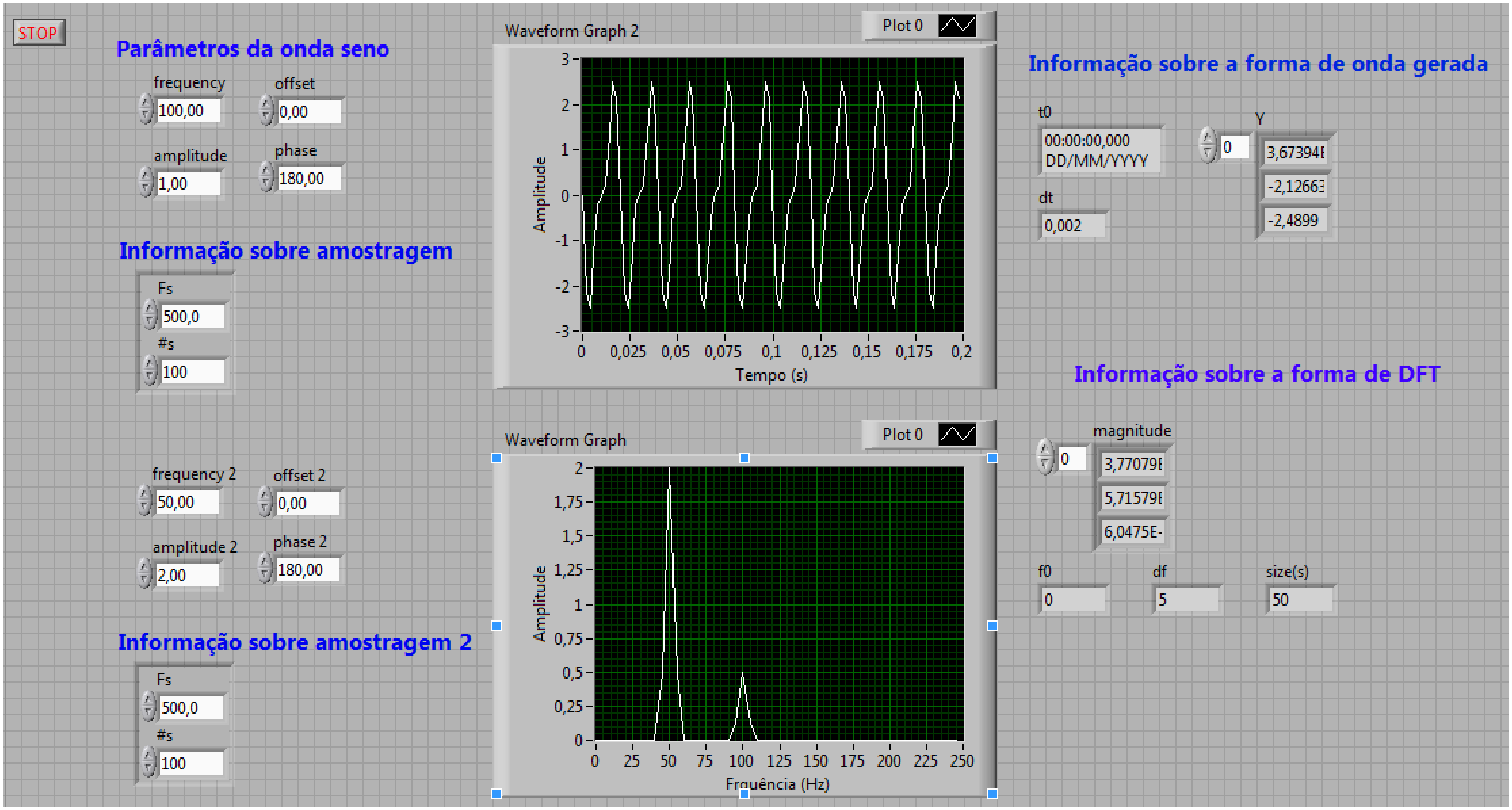
Gerador de onda seno



-FFT – Espectro de potência

- Informações Sobre a forma de onda gerada

$f_1(\omega_1 t)+f_2(\omega_2 t)$



Bibiografia

- OPPENHEIM; R. W. SCHAFER & J. R. BUCK. Discrete-Time Signal Processing. Prentice Hall, 2ª ed., 1999.

- Labview Analysis Concepts http://www.ni.com/pdf/manuals/370192c.pdf

- Carlos Alexandre Melo, Processamento de sinais, http://www.cin.ufpe.br/~cabm/pds/PDS.pdf.