Relatório de Resoluções

O código de cada membro pode ser consultado a seguir:

x_{05}: José Soares Jr.	x_{11}: Luca Monaco
x_{06}: Maurício Damião	x_{15}: Rodrigo Melendez
x_{08}: Pedro Lopes Silva	x_{18}: Matheus Cardoso
x_{09}: Rafael Maddalena	x_{20}: Gustavo Zequini

Resolução (‖ Questão: 4.4.1 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{08}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{15}$ ‖)

Find the slopes of the lines passing through the following pairs of points:

(a) $(2, 3)$ and $(5, 8)$

Para encontrar a inclinação da reta que passa por duas coordenadas diferentes temos a seguinte fórmula:

$a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, se $x_1 \neq x_2$. Assim temos:

$a = \dfrac{8-3}{5-2} = \frac{5}{3}$

(b) $(-1, -3)$ and $(2, -5)$

$a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Assim temos:

$a = \dfrac{-5-(3)}{2-(-1)} = \dfrac{-5+3}{2+1} = \dfrac{-2}{3}$

(c) $(\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2})$ and $(\dfrac{1}{3}, -\dfrac{1}{5})$

$a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Assim temos:

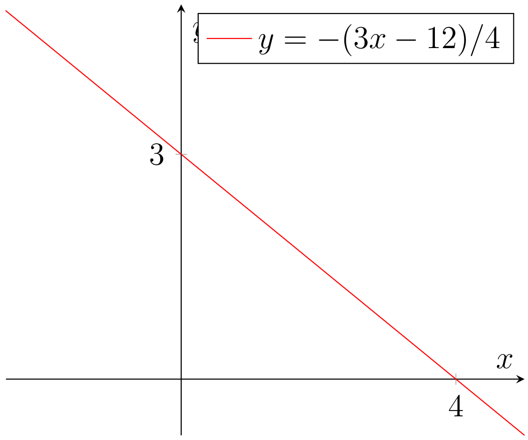
$a = \dfrac{-\frac{1}{5} - \frac{3}{2}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = \dfrac{-\frac{2}{10} - \frac{15}{10}}{\frac{2}{6} - \frac{3}{6}} = \dfrac{\frac{-17}{10}}{\frac{-1}{6}} = -\dfrac{17}{10} \cdot -\dfrac{6}{1} = \dfrac{102}{10} = \dfrac{51}{5}$

■

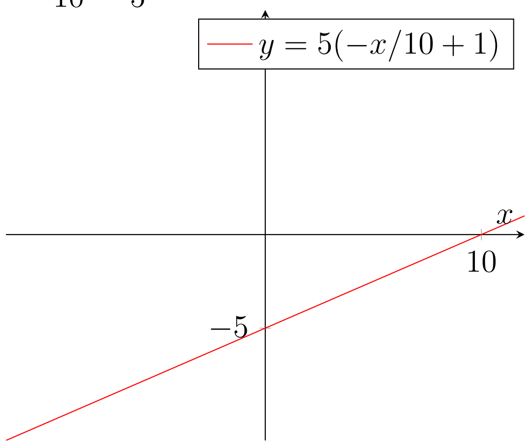
Resolução (‖ Questão: 4.4.2 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{09}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{18}$ ‖)

Desenhe gráficos para as seguintes retas:

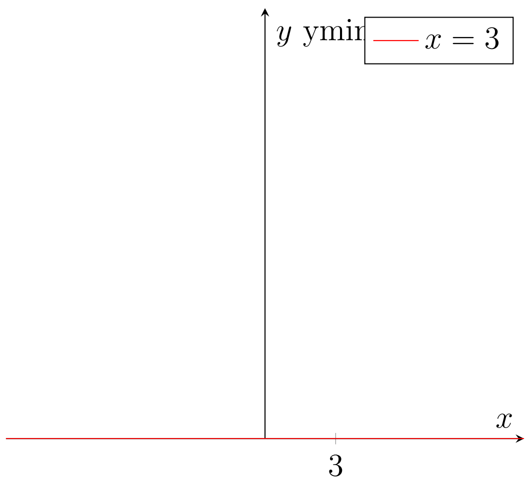
a) $3x + 4y = 12$



b) $\dfrac{x}{10} - \dfrac{y}{5} = 1$



c) $x = 3$



■

Resolução (‖ Questão: 4.4.3 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{11}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{20}$ ‖)

3. Suppose demand D for a good is a linear function of its price per unit, P. When price is 10, demand is 200 units, and when price is 15, demand is 150 units. Find the demand function.

Temos $P_1(10, 200)$ e $P_2(15, 150)$, assim:

$$a = \frac{150 - 200}{15 - 10} = -10 \quad (1)$$
$$y - 200 = -10 \cdot (x - 10) \quad (2)$$
$$y - 200 = -10x + 100 \quad (3)$$
$$y = -10x + 300 \quad (4)$$

■

Resolução (‖ Questão: 4.4.4 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{15}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{05}$ ‖)

Decide which of the following relationships are linear:

To solve this exercise, we must verify if the relationships can be written as:

$$f(x) = ax + b \quad (5)$$

Where a is the parameter ($a \neq 0$), and b is a constant.

a) $5y + 2x = 2$
$5y + 2x = 2 \Leftrightarrow y = \frac{2}{5} - \frac{2}{5}x$
Thus, it is linear, as $a = \frac{-2}{5}$ and $b = \frac{2}{5}$

b) $P = 10(1 - 0.3t)$
$P = 10(1 - 0.3t) \Leftrightarrow P = 10 - 3t$
Thus, it is linear, as $a = 3$ and $b = 10$

c) $C = (0.5x + 2)(x - 3)$
$C = (0.5x + 2)(x - 3) \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 6$
Thus, it is not linear, because the function C is written in the following form:

$$C = ax^2 + xb + c \quad (6)$$

Where $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{-1}{2}$ and $c = -6$

d) $p_1x_1 + p_2x_2 = R$, where p_1, p_2, and R are constants.
$p_1x_1 + p_2x_2 = R \Leftrightarrow x_1 = \dfrac{R}{p_1} - \dfrac{p_2}{p_1}x_2$
Thus, it is linear, as $a = -\dfrac{p_2}{p_1}$ and $b = \dfrac{R}{p_1}$

■

Resolução (‖ Questão: 4.4.5 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{18}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{06}$ ‖)

A printing company quotes the price of $1 400 for producing 100 copies of a report, and $3 000 for 500 copies. Assuming a linear relation, what would be the price of printing 300 copies?

Como a função é linear, então ela é do tipo $f(x) = ax + b$.

Montando o sistema:

(i) $1400 = 100a + b$

(ii) $3000 = 500a + b$

Fazendo (ii) - (i): $400a = 1600 \iff a = 4$, tal que $1400 = 100 \cdot 4 + b \iff b = 1000$
A função Custo da Impressão será:
$C_I(300) = 4c + 1000$, de forma que $c = 300 \Rightarrow C_I(300) = 4 \cdot 300 + 1000 \iff C_I(300) = 2200$ ■

Resolução (‖ Questão: 4.4.6 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{20}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{08}$ ‖) Find the slopes of the five lines L_1 to L_5 shown in Fig. 4.4.13, and give equations describing them.

(L_1) : Pontos pertencente a reta: A$(0, 2)$ e B$(5, 7)$.

$$\frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} = a \iff \frac{2-5}{0-5} = a \iff \frac{-5}{-5} = a \iff a = 1$$

Equação da reta: $y - y_0 = a(x - x_0) \iff y - 2 = x - 0 \iff y = x + 2$.

(L_2) : Pontos pertencente a reta: A$(5, 0)$ e B$(0, 3)$.

$$\frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} = a \iff \frac{5-0}{3-0} = a \iff a = \frac{3}{5}$$

Equação da reta: $y - y_0 = a(x - x_0) \iff y = \frac{3}{5}x + 3$.

(L_3) : $y = 1$. O coeficiente linear (a) é zero.

(L_4) : Pontos pertencente a reta: A$(7, 7)$ e B$(5, 1)$.

$$\frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} = a \iff \frac{7-1}{7-5} = a \iff a = \frac{6}{2} \iff a = 3$$

Equação da reta: $y - y_0 = a(x - x_0) \iff y = 3x - 14$.

(L_5) : Pontos pertencente a reta: A$(9, 3)$ e B$(0, 2)$.

$$\frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} = a \iff a = \frac{9-0}{3-2} \iff a = 9$$

Equação da reta: $y - y_0 = a(x - x_0) \iff y - 2 = 9(x - 0) \iff y = 9x + 2$.

■

Resolução (‖ Questão: 4.4.7 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{05}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{11}$ ‖)

Determine as equações para as seguintes linhas retas:

a) L_1 passa sobre $(1, 3)$ e tem inclinação de 2:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Longrightarrow y - 3 = 2(x - 1) \Longrightarrow y = 2x + 1$$

b) L_2 passa sobre $(-2, 2)$ e $(3, 3)$:

(i) $-2a + b = 2$
(ii) $3a + b = 3$

Resolvendo 3(i)+2(ii):

$5b = 12 \iff b = \frac{12}{5}$ e $a = \frac{1}{5}$
$\therefore\ y = \frac{1}{5}x + \frac{12}{5}$

c) L_3 passa pela origem $(0, 0)$ e tem inclinação de $-\frac{1}{2}$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Longrightarrow y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 0) \Longrightarrow y = -\frac{1}{2}x$$

d) L_4 passa sobre $(a, 0)$ e $(0, b)$, para $a \neq 0$

(i) $am + n = 0$
(ii) $0m + n = b$

Observando que em (ii) $n = b$, substituindo em (i), temos que:

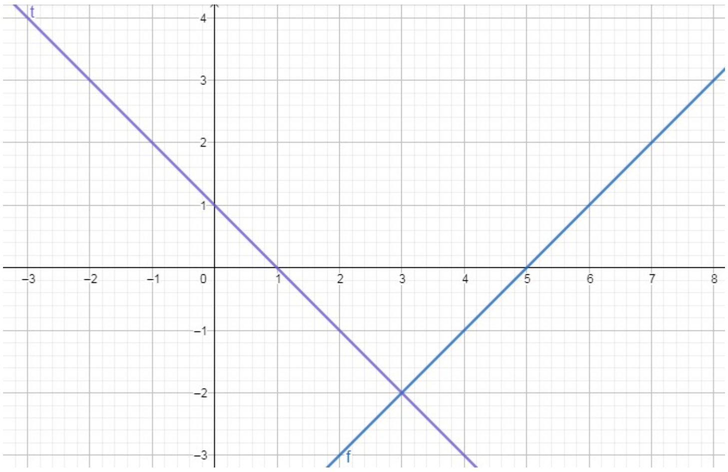
$am + b = 0 \iff m = -\frac{b}{a}$
$\therefore\ y = -\frac{b}{a}x + b$

■

Resolução (‖ Questão: 4.4.8 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{06}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{15}$ ‖)

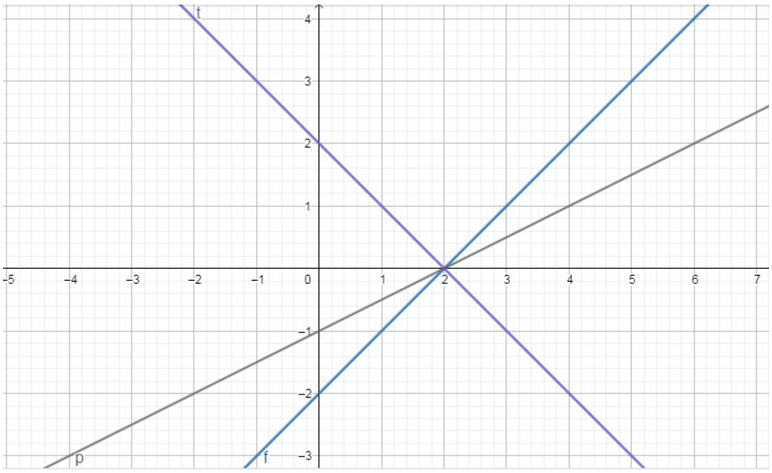
8. Solve the following systems of equations graphically, where possible:

a) $f : x - y = 5$ and $t : x + y = 1$



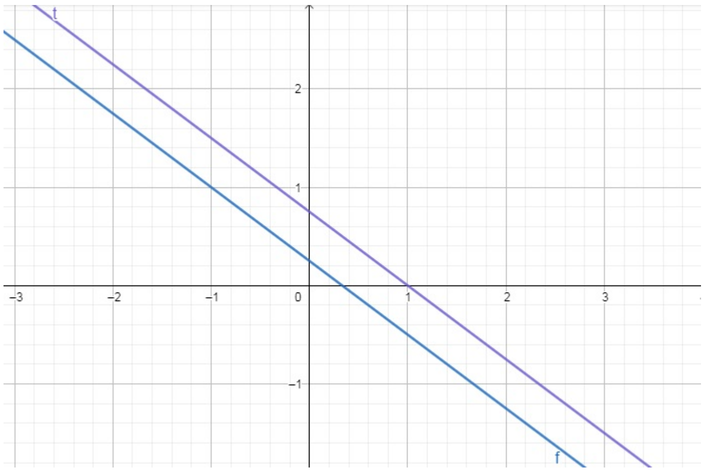
$\therefore$ Solução $x = 3$, $y = -2$.

b) $x + y = 2$, $x - 2y = 2$ and $x - y = 2$



$\therefore$ Solução $x = 2$, $y = 0$.

c) $3x + 4y = 1$ and $6x + 8y = 6$



$\therefore$ Sem solução, pois tratam-se de retas paralelas.

■

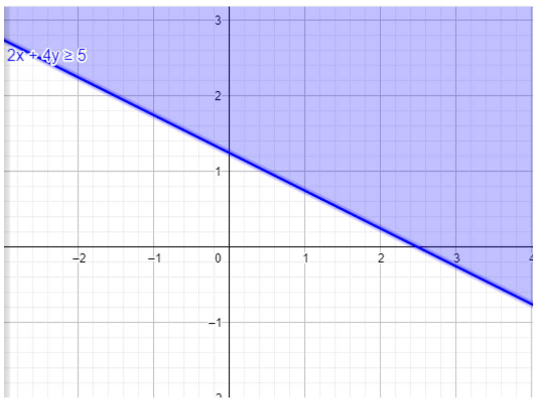
Resolução ($\|$ Questão: 4.4.9 $\|$ Relator: $\mathbf{x}_{08}$ $\|$ Revisor: $\mathbf{x}_{18}$ $\|$)

Sketch in the xy-plane the set of all pairs of numbers (x, y) that satisfy the following inequalities:

Considere o eixo x sendo o eixo horizontal e o eixo y sendo o eixo vertical.

(a) $2x + 4y \geq 5$

Figure 1: $2x + 4y \geq 5$

1.png 

(b) $x - 3y + 2 \leq 0$

Figure 2: $x - 3y + 2 \leq 0$

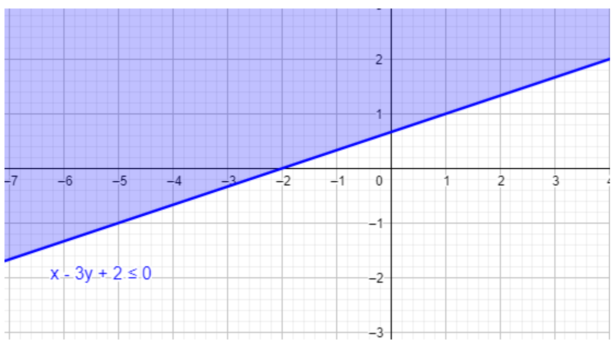
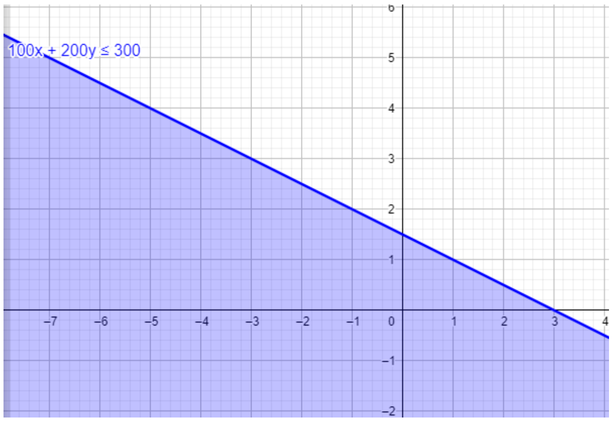


Figure 3: $100x + 200y \leq 300$

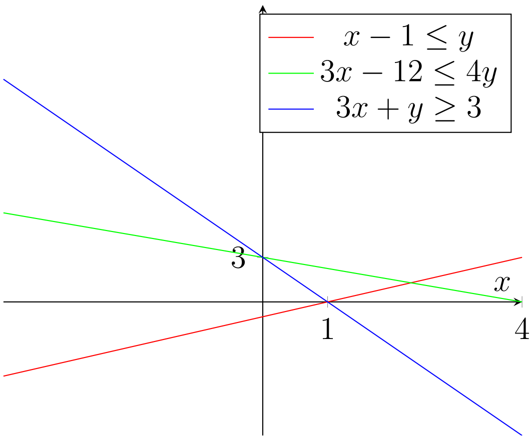


(c) $100x + 200y \leq 300$

■

Resolução (‖ Questão: 4.4.10 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{09}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{20}$ ‖)

Sketch in the xy-plane the set of all pairs of numbers (x, y) that satisfy all the following three inequalities: $3x + 4y \leq 12$, $xy \leq 1$, and $3x + y \geq 3$.



■

Os pares (x, y) que satisfazem estas inequações são os que se encontram no triângulo entre as trés retas