Relatório de Resoluções

O código de cada membro pode ser consultado a seguir:

x_{04}: Beatriz Chessa	x_{11}: Luca Monaco
x_{05}: José Soares Jr.	x_{15}: Rodrigo Melendez
x_{06}: Maurício Damião	x_{18}: Matheus Cardoso
x_{08}: Pedro Lopes Silva	x_{20}: Gustavo Zequini
x_{09}: Rafael Maddalena	

Resolução (‖ Questão: 3.6.1 ‖ Relator: $\mathbf{x_{08}}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x_{11}}$ ‖)

. Solve the following systems of equations:
(a) $x - y = 5$ and $x + y = 11$

Seja $x - y = 5$ a equação (I) e $x + y = 11$ a equação (II). Somando (I) e (II) teremos $2x = 16 \Rightarrow x = 8$. Logo se substituirmos $x = 8$ na equação (I) por exemplo, teremos: $8 - y = 5 \Rightarrow y = 3$

(b) $4x - 3y = 1$ and $2x + 9y = 4$

Seja $4x - 3y = 1$ a equação (I) e $2x + 9y = 4$ a equação (II). Multiplicando por 3 ambos os lados da equação (I) teremos: $12x - 9y = 3$. Essa nova equação será chamada de equação (III). Somando a equação (II) e (III) teremos $14x = 7 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$. Agora que sabemos o valor de x podemos encontrar o valor de y substituindo o valor encontrado de x em alguma das equações. Substituindo na equação (I) teremos: $4 \cdot \frac{1}{2} - 3y = 1 \Rightarrow 2 - 3y = 1 \Rightarrow 1 = 3y \Rightarrow y = \frac{1}{3}$

(c) $3x + 4y = 2.1$ and $5x - 6y = 7.3$

Seja $3x + 4y = 2.1$ a equação (I) e $5x - 6y = 7.3$ a equação (II). Multiplicando ambos os lados da equação (I) por 6 teremos: $18x + 24y = 12.6$, vamos denominar essa nova equação de (III). Multiplicando ambos os lados da equação (II) por 4 teremos: $20x - 24y = 29.2$. Chamaremos essa nova equação de (IV). Somando (III) e (IV) temos: $38x = 41,8 \Rightarrow x = \frac{41,8}{38} \Rightarrow x = 1,1$. Agora que temos o valor de x podemos encontrar o valor de y. $3 \cdot 1,1 + 4y = 2,1 \Rightarrow 4y = 2,1 - 3,3 \Rightarrow y = \frac{-1,2}{4} = -0,3$

■

Resolução (‖ Questão: 3.6.2 ‖ Relator: $\mathbf{x_{09}}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x_{15}}$ ‖)

Resolva os seguintes sistemas de equações

a)

$$\begin{cases} 5x + 2y = 3 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \tag{1}$$

Resolvendo para x na primeira equação:

$$x = \frac{3 - 2y}{5} \tag{2}$$

Substituindo o valor de x na segunda equação da chave:

$$2\left(\frac{3-2y}{5}\right)+3y=-1 \iff \frac{6}{5}-\frac{4y}{5}+3y=-1 \iff 6-4y+15y=-5 \iff 11y=-11 \iff y=-1 \quad (3)$$

Substituindo o valor de y na equação (2):

$$x=\frac{3-2(-1)}{5} \iff x=1 \quad (4)$$

b)

$$\begin{cases} x-3y=-25 \\ 4x+5y=19 \end{cases} \quad (5)$$

Multiplicando a primeira equação por 4 e subtraindo-a na segunda:

$$17y=119 \iff y=7 \quad (6)$$

Substituindo o valor de y da equação acima na primeira equação:

$$4x+5\cdot 7=19 \iff 4x=16 \iff x=-4 \quad (7)$$

c)

$$\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 6x+6y=-1 \end{cases} \quad (8)$$

Multiplicando a primeira equação por 3 e subtraindo-a na segunda equação:

$$-3y=-10 \iff y=\frac{10}{3} \quad (9)$$

Substituindo o valor de y encontrado na equação acima na primeira equação:

$$2x+3\left(\frac{10}{3}\right)=3 \iff 2x=3-10 \iff x=\frac{-7}{2} \quad (10)$$

■

Resolução (|| Questão: 3.6.3 || Relator: $\mathbf{x}_{11}$ || Revisor: $\mathbf{x}_{18}$ ||)

3. Solve the following systems of equations:

a) $\begin{cases} 23p+45q=181 \\ 10p+15q=65 \end{cases}$

$$\begin{cases} 23p+45q=181\cdot(-1) \\ 10p+15q=65\cdot(3) \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} -23p-45q=-181 \\ 30p+45q=195 \end{cases} \quad (12)$$

$$7p=14 \rightarrow p=2, q=3 \quad (13)$$

b) $\begin{cases} 0,01r + 0,21s = 0,042 \\ -0,25r + 0,55s = -0,47 \end{cases}$

$$\begin{cases} 0,01r + 0,21s = 0,042 \cdot (100) \\ -0,25r + 0,55s = -0,47 \cdot (100) \end{cases} \tag{14}$$

$$\begin{cases} r + 21s = 4,2 \rightarrow r = 4,2 - 21s \\ -25r + 55s = -47 \end{cases} \tag{15}$$

$$-25 \cdot (4,2 - 21s) + 55s = -47 \tag{16}$$

$$-105 + 525s + 55s = -47 \tag{17}$$

$$580s = 58 \rightarrow s = 0,1 \tag{18}$$

$$r = 4,2 - 21 \cdot 0,1 \rightarrow r = 2,1 \tag{19}$$

■

Resolução (|| Questão: 3.6.4 || Relator: $\mathbf{x}_{15}$ || Revisor: $\mathbf{x}_{20}$ ||)

(a) Find two numbers whose sum is 52 and whose difference is 26.

Let x and y be the numbers as $x + y = 52$ and $x - y = 26$

Adding up the two equations we have $x + y + x - y = 52 + 26 \Leftrightarrow 2x = 78 \Leftrightarrow x = 39$

As we have the value of x, we may substitute in one of the equations to solve for y, $x + y = 52 \Leftrightarrow 39 + y = 52 \Leftrightarrow y = 13$ So, $x = 39$ and $y = 13$

(b) Five tables and 20 chairs cost \$1 800, whereas two tables and three chairs cost \$420. What is the price of each table and each chair?

Let t be the price of one table and c the price of one chair, so, as we've seen

$$5t + 20c = 1800 \tag{20}$$

$$2t + 3c = 420 \tag{21}$$

Multiplying the both sides of equation (2) by -2.5 we have

$$-5t + -7,5c = -1050 \tag{22}$$

Now, adding the equation (3) to equation (1):

$$5t + 20c - 5t - 7,5c = 1800 - 1050 \Leftrightarrow 12.5c = 750 \Leftrightarrow c = \$60 \tag{23}$$

Now that we've found the price of the chair, we just substitute its value on equation 1 to solve for t

$$5t + 20(60) = 1800 \Leftrightarrow 5t = 1800 - 1200 \Leftrightarrow t = \frac{600}{5} \Leftrightarrow t = \$120 \tag{24}$$

(c) A firm produces headphones in two qualities, Basic (B) and Premium (P). For the coming year, the estimated output of B is 50% higher than that of P. The profit per unit sold is \$300 for P and \$200 for B. If the profit target is \$180 000 over the next year, how much of each of the two qualities must be produced?

Let b be the quantity of the basic headphone and p be the quantity of the premium headphone. So, we can write the firm's profit as:

$$200b + 300p = 180000 \tag{25}$$

As the basic headphone's total output were 50% bigger than premium headphone's output, we write:

$$b = 1.5p \tag{26}$$

Now, we have the value of b in p terms, and we substitute it on equation (6):

$$200(1.5p) + 300p = 180000 \Leftrightarrow 300p + 300p = 180000 \Leftrightarrow p = \frac{180000}{600} \Leftrightarrow p = 300 \tag{27}$$

Then, for the conditions presented, the firm must produce 240 units of headphone P. Now we solve for b in the equation (6):

$$200b + 300.300 = 180000 \Leftrightarrow 200b + 90000 = 180000 \Leftrightarrow b = \frac{90000}{200} \Leftrightarrow b = 450 \tag{28}$$

Therefore, the firm must produce 450 units of Headphone B and 300 units of headphone P

(d) At the beginning of the year a person had a total of \$10 000 in two accounts. The interest rates were 5% and 7.2% per year, respectively. If the person has made **no transfers** during the year, and has earned a total of \$676 interest, what was the initial balance in each of the two accounts?

Let x be the amount of money in the account that has 5% of interest rate per year, and y the amount of money in the account that has 7.2% of interest rate per year.

As the sum of the two account's initial capital was 10000, and solving for x, we have:

$$x + y = 10000 \Leftrightarrow x = 10000 - y \tag{29}$$

Plus, the person had earned a total of \$676 interest after a year.

$$x0.05 + y0.072 = 676 \tag{30}$$

Substituting the result found above we have:

$x0.05 + y0.072 = 676 \Leftrightarrow (10000 - y)0.05 + y0.072 = 676 \Leftrightarrow 500 - y0.05 + y0.072 = 676 \Leftrightarrow y0.022 = 176 \Leftrightarrow y = 8000$

Now, substituting on the first equation the value of y:

$x = 10000 - y \Leftrightarrow x = 10000 - 8000 \Leftrightarrow x = 2000$

We conclude then:

$$x = 2000 \tag{31}$$

$$y = 8000 \tag{32}$$

■