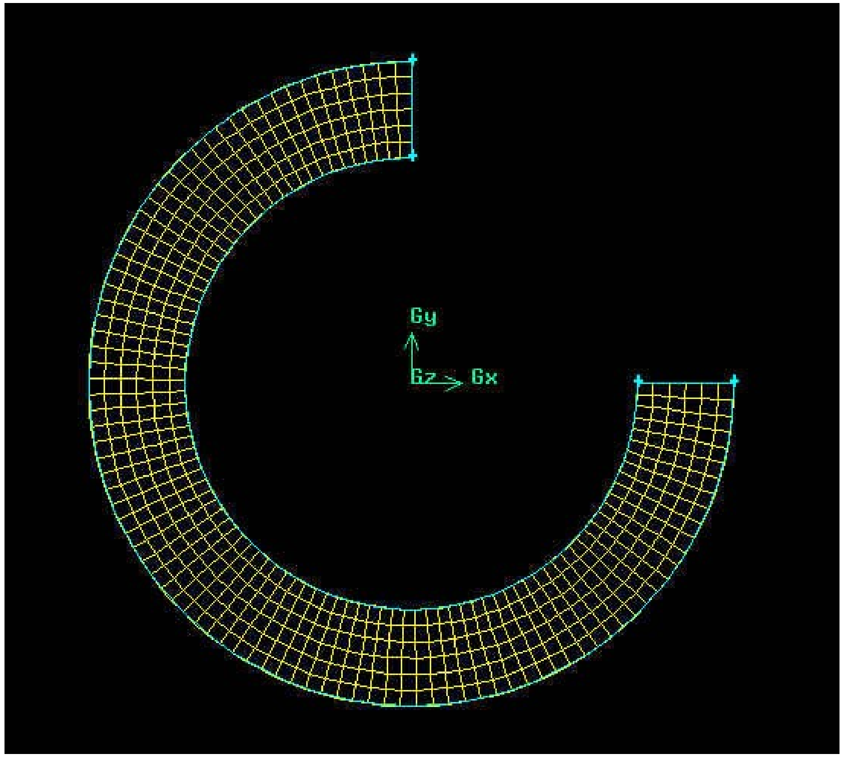
PME 3556 – Dinâmica dos Fluidos Computacional

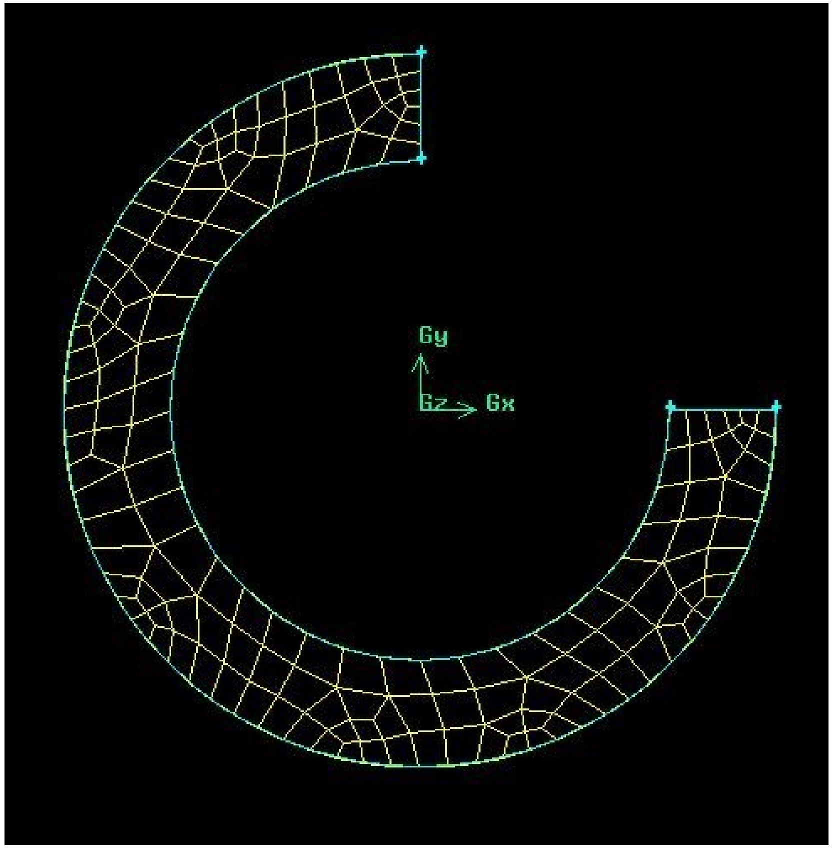
Aula 8 - Malhas não-estruturadas; aplicação ao Método dos Volumes Finitos

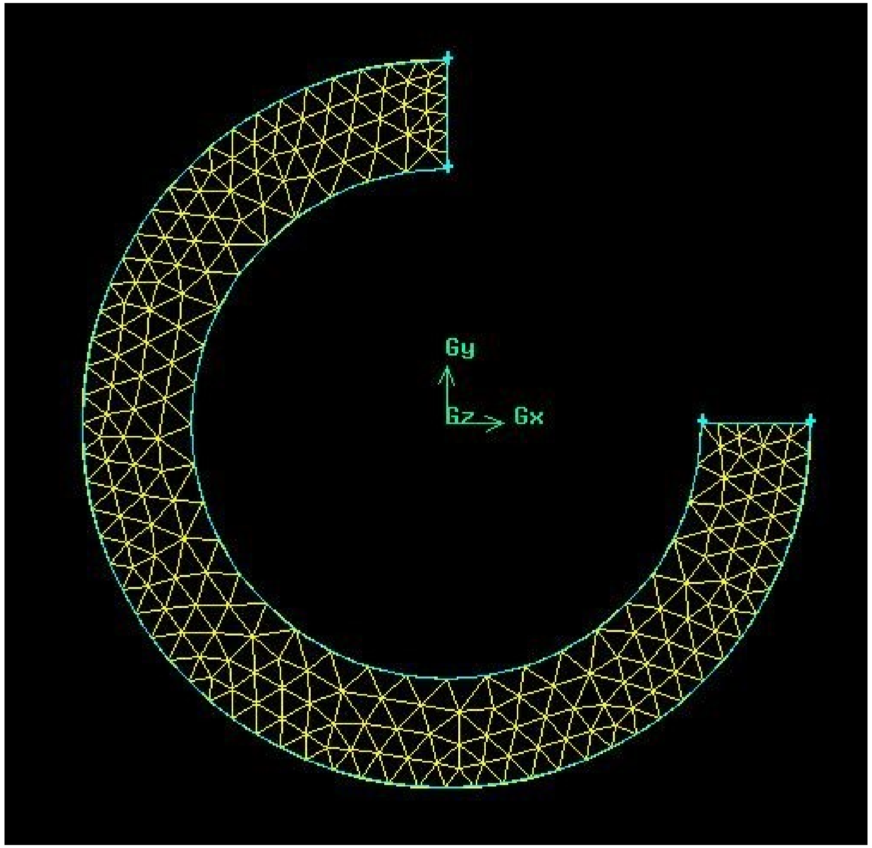
Malhas estruturadas



Elementos estão claramente distribuídos numa estrutura de linhas e colunas.

Malhas não-estruturadas





Elementos parecem ter sido gerados de forma quase aleatório
de modo a preencher o espaço.

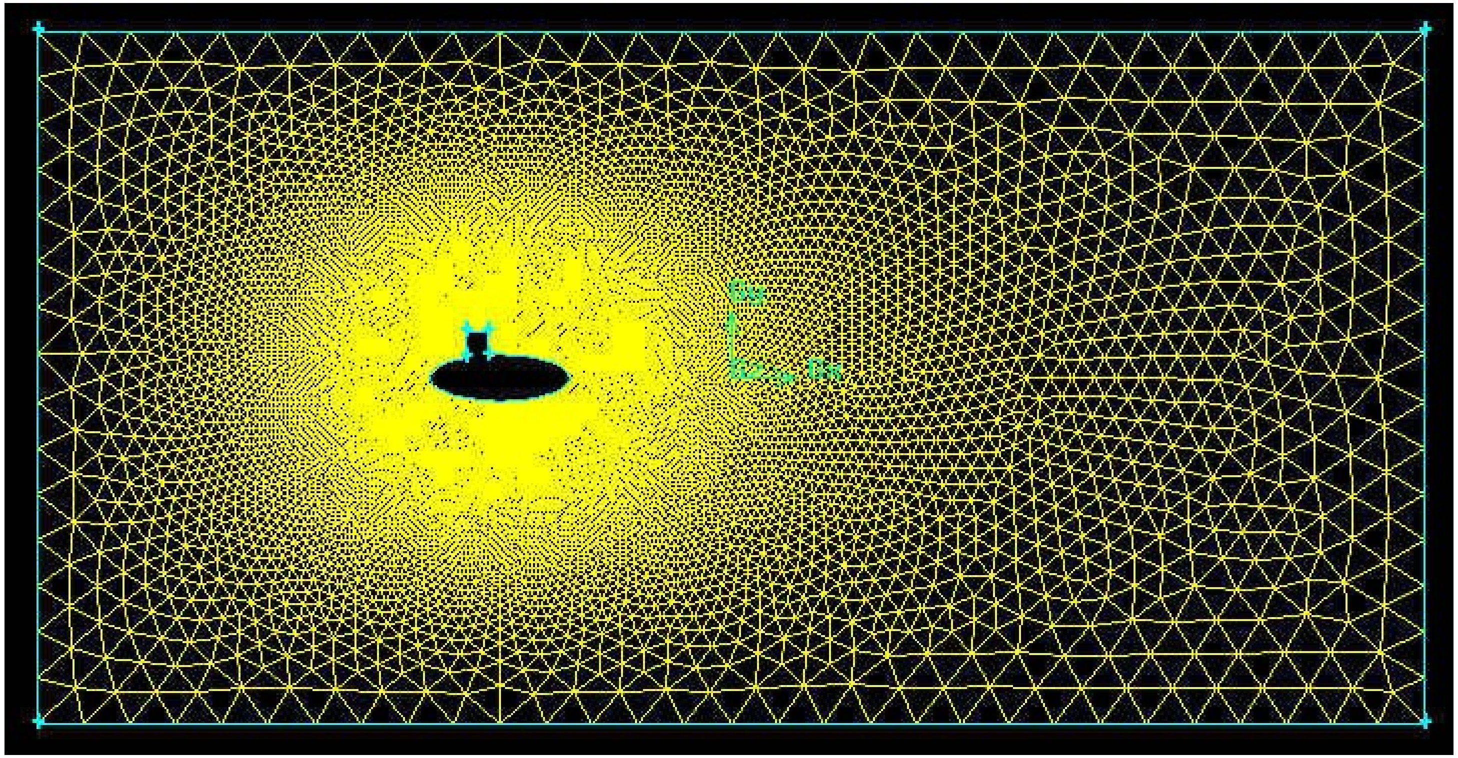
Vantagens e desvantagens – Malhas estruturadas

- Em geral, a programação do método é mais fácil: os vizinhos de cada elemento são conhecidos. Isso faz com que a exigência de memória seja menor.
- Pode ser difícil ou até impossível gerar uma malha para uma geometria muito complexa.

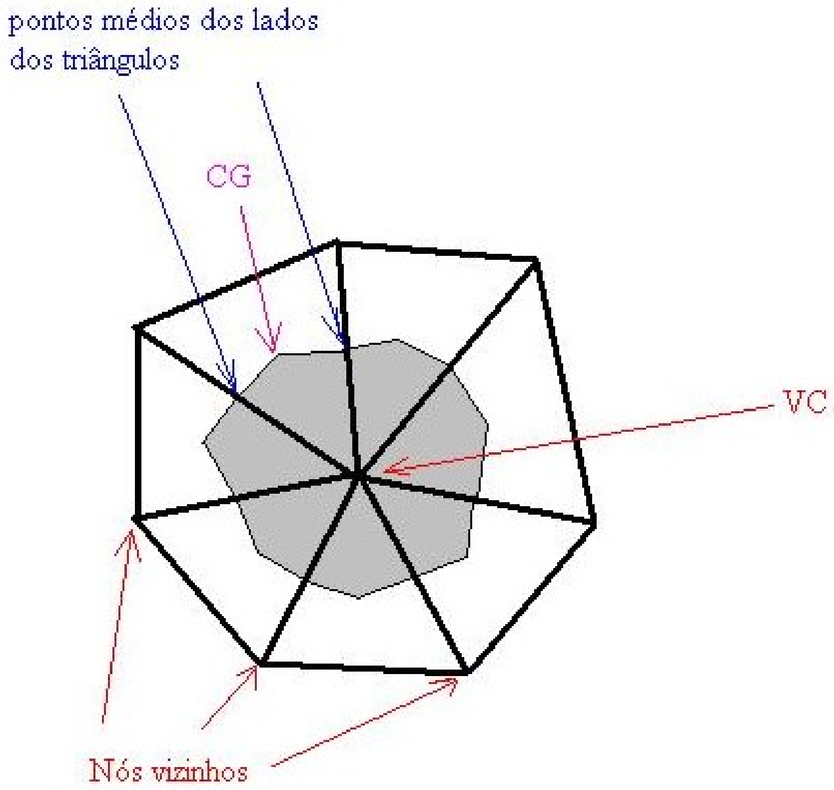
Vantagens e desvantagens – Malhas não-estruturadas

- Programação do método é mais difícil: os vizinhos de cada elemento não são facilmente conhecidos. É preciso conhecer a conectividade da malha. Em geral, é preciso usar geradores de malha especiais. Armazenar a conectividade torna a exigência de memória maior.
- É mais fácil gerar malhas para geometrias complexas.

Exemplos – malha não-estruturada e geometria complexa

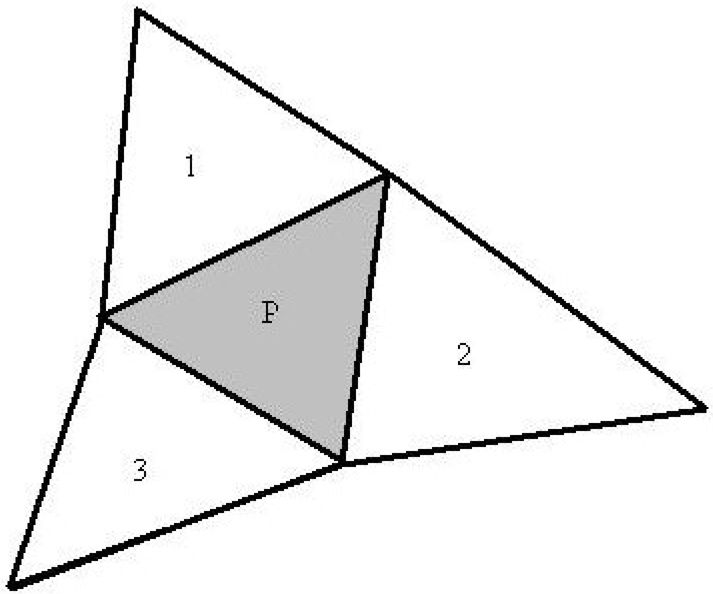


Formulação – Método híbrido de Elementos Finitos e Volumes Finitos (Vertex-Centered Finite Volume)



-Os volumes são formados ligando os pontos médios dos lados dos elementos aos baricentros.
-São usadas funções de forma típicas do método dos elementos finitos para fazer interpolações: por exemplo, para triângulos, Φ=ax+by+c.
-É a formulação usada no CFX.

Formulação – Método dos Volumes Finitos (Cell-Centered Finite Volume)



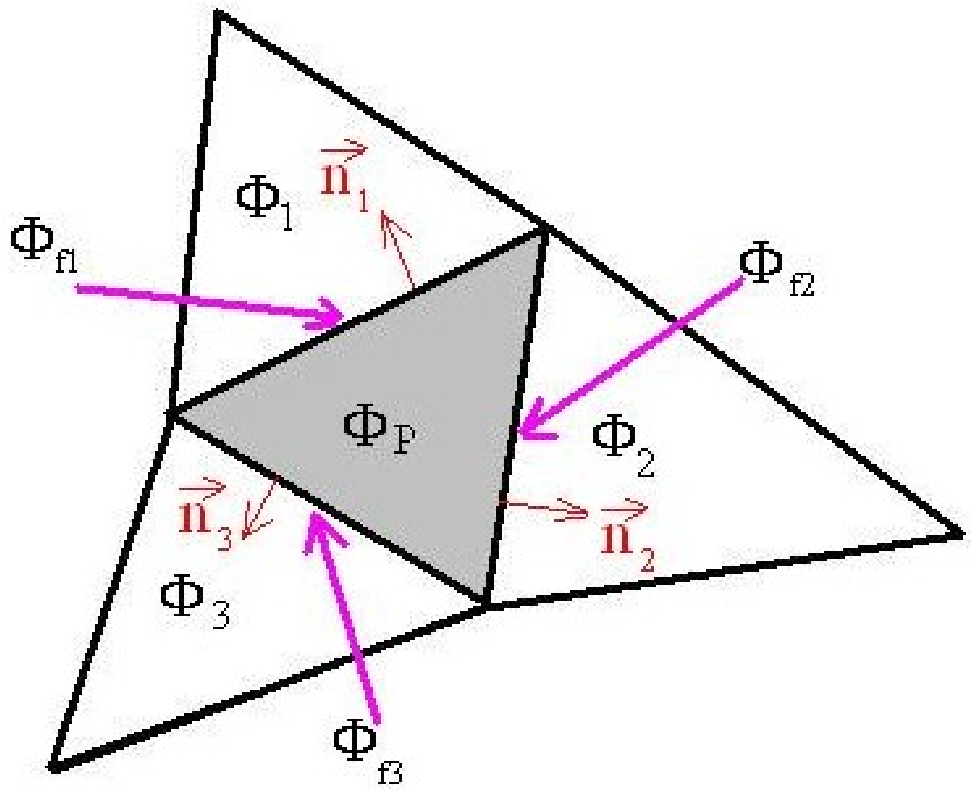
-Os próprios elementos são os volumes de integração das equações de transporte.
-A metodologia dos Volumes Finitos é aplicada de um modo mais direto e simples.
-É a formulação usada no FLUENT e no OpenFOAM.

Equação de Transporte

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\vec{u}\phi)=\nabla\cdot(\Gamma\nabla\phi)+S_\phi$$

$$\int_{\forall C}\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}d\forall+\int_{SC}\rho\,\phi\,\vec{u}\cdot\vec{n}\,dA=\int_{SC}\Gamma\,\nabla\phi\cdot\vec{n}\,dA+\int_{\forall C}S_\phi\,dA$$

Ponto crucial – avaliação dos gradientes



$$\int_{\forall C} \nabla \phi \, d\forall = \int_{SC} \phi \, \vec{n} \, dA$$

$$\nabla \phi = \frac{1}{\forall} \int_{SC} \phi \, \vec{n} \, dA = \frac{1}{\forall} \sum_{i=1}^{3} \phi_{fi} \, \vec{n}_i \, A_i$$

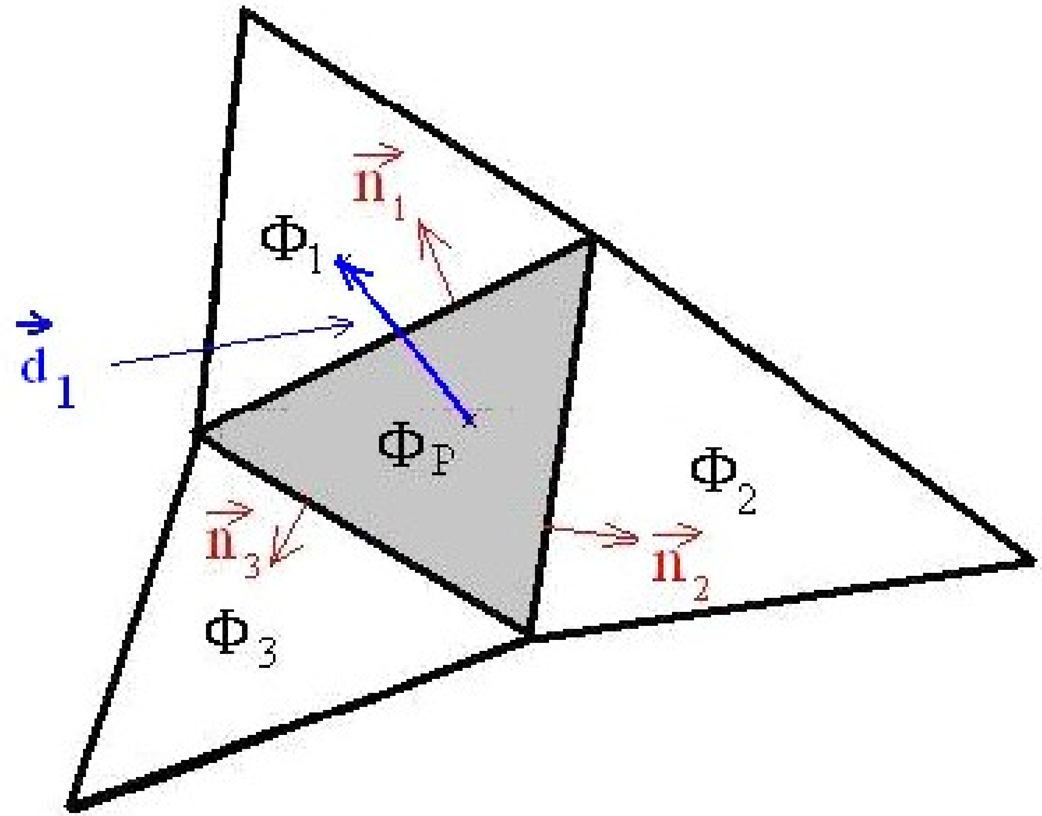
$$com \quad \phi_{fi} = \frac{\phi_P + \phi_i}{2}$$

Avaliação do termo difusivo

$$\int_{SC} \Gamma \, \nabla \phi \cdot \vec{n} \, dA = \sum_{i=1}^{3} \Gamma_{fi} \, \nabla \phi_{fi} \cdot \vec{n}_i \, A_i$$

$$onde \quad \nabla \phi_{fi} = \frac{\nabla \phi_P + \nabla \phi_i}{2}$$

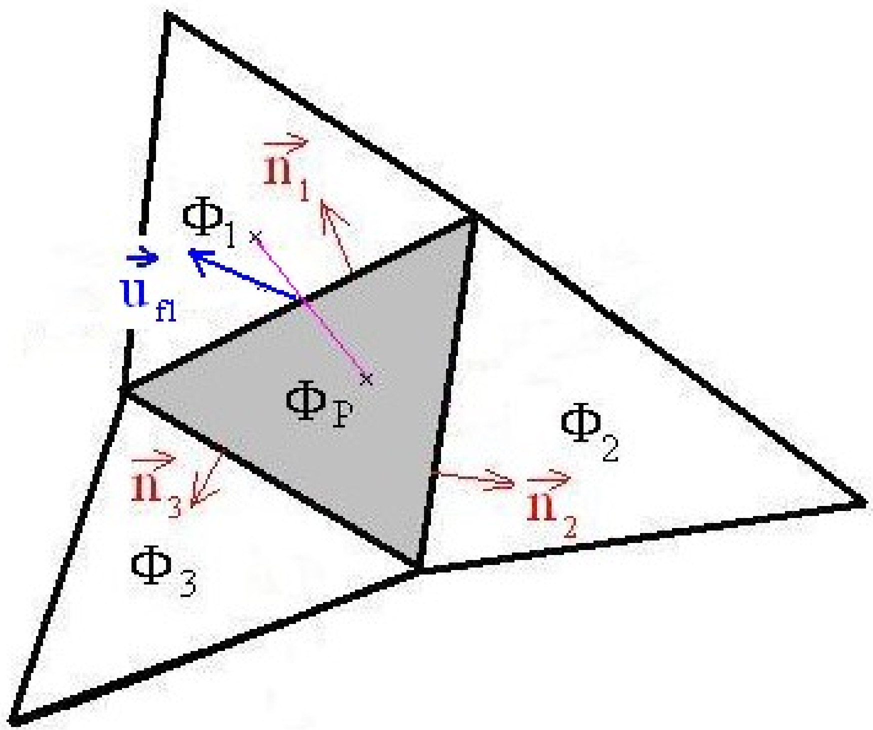
Avaliação do termo difusivo – forma alternativa



$$\Gamma_{fi}\nabla\phi_{fi}\cdot\vec{n}_i\,A_i = \underbrace{\frac{\Gamma_{fi}\,A_i}{\vec{d}_i\cdot\vec{n}_i}\left(\phi_i-\phi_P\right)}_{\text{esta parte forma o coeficiente de difusão}} + \underbrace{\Gamma_{fi}\nabla\phi_{fi}\cdot\vec{n}_i\,A_i - \frac{\Gamma_{fi}\,A_i}{\vec{d}_i\cdot\vec{n}_i}\left(\nabla\phi_{fi}\cdot\vec{d}_i\right)}_{\text{correção deferida somada ao termo fonte}}$$

Avaliação do termo convectivo – upwind de 1ª ordem

$$\int_{SC} \rho\,\phi\,\vec{u}\cdot\vec{n}\,dA = \sum_{i=1}^{3} \rho_{fi}\,\phi_{fi}\,\vec{u}_{fi}\cdot\vec{n}_i\,A_i$$



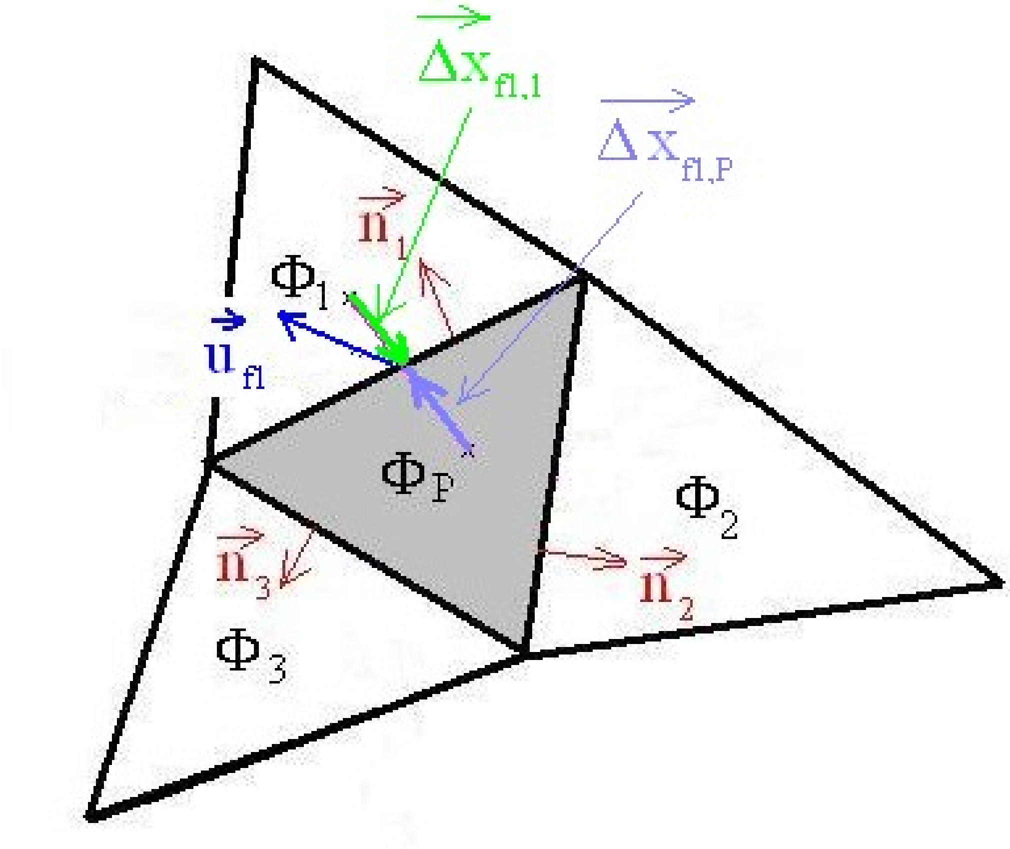
$$\vec{u}_{fi}\cdot\vec{n}_i > 0 \;\Rightarrow\; \phi_{fi} = \phi_P$$

$$\vec{u}_{fi}\cdot\vec{n}_i < 0 \;\Rightarrow\; \phi_{fi} = \phi_i$$

Avaliação do termo convectivo – upwind de 2ª ordem

$$\vec{u}_{fi} \cdot \vec{n}_i > 0 \;\Rightarrow\; \phi_{fi} = \phi_P + \nabla\phi_P \cdot \Delta\vec{x}_{fi,P}$$

$$\vec{u}_{fi} \cdot \vec{n}_i < 0 \;\Rightarrow\; \phi_{fi} = \phi_i + \nabla\phi_i \cdot \Delta\vec{x}_{fi,i}$$



Arranjo co-localizado

- Todas as variáveis (pressão, componentes da velocidade, temperaturas) são consideradas nos centróides dos elementos.
- Para evitar campos espúrios de pressão é usada a interpolação de Rhie&Chow.