Relatório de Resoluções

O código de cada membro pode ser consultado a seguir:

x_{04}: Beatriz Chessa	x_{11}: Luca Monaco
x_{05}: José Soares Jr.	x_{15}: Rodrigo Melendez
x_{06}: Maurício Damião	x_{18}: Matheus Cardoso
x_{08}: Pedro Lopes Silva	x_{20}: Gustavo Zequini
x_{09}: Rafael Maddalena	

Resolução ( ) ‖ Questão: 2.10.1 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{18}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{05}$ ‖

Use Newton's binomial formula to find $(a+b)^6$.

Utilizando o triângulo de Pascal (sétima linha) para expandir o polinômio chegasse em $(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$

■

Resolução (‖ Questão: 2.10.2 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{20}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{06}$ ‖)

a) Prove que $\binom{5}{3} = \frac{5!}{2!.3!}$:

Pela definição de binomial apresentada no capítulo $\binom{m}{k} = \frac{m.(m-1)...(m-k+1)}{k!}$

Da definição temos que $\binom{5}{3} = \frac{5.4.3}{3!}$, multiplicando e dividindo por 2! resulta em $\frac{5.4.3.2!}{3!.2!} = \frac{5!}{3!.2!}$

No caso geral, parte-se de $\binom{m}{k} = \frac{m.(m-1)...(m-k+1)}{k!}$, multiplicando e dividindo por $(m-k)!$ resulta $\binom{m}{k} = \frac{m.(m-1)...(m-k+1).(m-k)!}{k!.(m-k)!} = \frac{m!}{k!(m-k)!}$

b) Verificar, computando diretamente, que $\binom{8}{3} = \binom{8}{8-3}$ e que $\binom{8+1}{3+1} = \binom{8}{3} + \binom{8}{3+1}$:

Partindo da definição de binomial apresentada no capítulo, pode-se escrever $\binom{8}{3} = \frac{8.7.6}{3!}$, multiplicando e dividindo por 5! tem-se $\binom{8}{3} = \frac{8.7.6.5!}{3!5!} = \frac{8.7.6.5.4}{5!} = \binom{8}{5}$

Calculando o primeiro binômio: $\binom{8}{3} + \binom{8}{3+1} = \frac{8!}{3!(5!)} + \frac{8!}{4!(4!)} = \frac{8.7.6.5!}{3!5!} + \frac{8.7.6.5.4!}{4!4!} = \frac{8.7.6}{3.2} + \frac{8.7.6.5}{4.3.2} = \frac{4.7.2}{1} + \frac{7.2.5}{1} = 56 + 70 = 126$

E fazendo a conta para o segundo: $\binom{8+1}{3+1} = \binom{9}{4} = \frac{9!}{4!(5!)} = \frac{9.8.7.6.5!}{4!5!} = \frac{9.8.7.6}{4.3.2} = \frac{3.2.7.3}{1} = 126$

c) Use o resultado do item $a)$ para verificar $\binom{m}{k} = \binom{m}{m-k}$ e $\binom{m+1}{k+1} = \binom{m}{k} + \binom{m}{k+1}$:

Pelo resultado demonstrado no item $a)$: $\binom{m}{m-k} = \frac{m!}{(m-k)!(m-(m-k))!} = \frac{m!}{(m-k)!k!} = \binom{m}{k}$

Pode-se utilizar o resultado de $a)$ para demonstrar também que $\binom{m}{k} + \binom{m}{k+1} = \frac{m!}{(m-k)!k!} + \frac{m!}{(k+1!)(m-k-1)!} = \frac{m!}{k!(m-k-1)!}.(\frac{1}{m-k} + \frac{1}{k+1}) = \frac{m!}{k!(m-k-1)!}.\frac{(k+1)+(m-k)}{(k+1).(m-k)} = \frac{m!.(m+1)}{(k+1).k!.(m-k).(m-k-1)!} = \frac{(m+1)!}{(k+1)!.(m-k)!} = \binom{m+1}{k+1}$

■