

Rotação

Cinemática da rotação, sem vetores	1
1. O significado da medida de ângulo em radianos.	1
2. Cinemática das rotações: por que $\omega = 0$ não implica $\alpha=0$?	1
3. Velocidade angular média	2
4. Relógio de ponteiro	2
5. Determinar velocidade e aceleração angulares de $\phi(t)$ por derivação, função analítica	2
6. Dado $\alpha(t)$, determinar $\omega(t)$ e $\phi(t)$ por integração, função analítica	2
7. Velocidade angular e velocidade linear; eixo instantâneo de rotação	2
8. Transmissão por correia, relação entre as acelerações	2
9. (MK5/11) Transmissão por correia, relação entre os raios	2
10. Medida da velocidade da luz com roda dentada e espelhos	2
11. Composição da velocidade de translação com a de um ponto em rotação	3
12. (HRK E8.12) Toca-discos dos anos 60	3
13. Cinemática de um CD.....	3
14. (RHK E.14) Número de rotações a partir do gráfico de velocidade angular.....	3
15. (RHK P.8.8) Volante da máquina a vapor quando freia.....	3
16. Dia solar vs dia sideral.....	3
17. Velocidade e aceleração da Terra no sistema solar	4
18. Comparando modelos de um movimento de rotação	4
Cinemática da rotação, com vetores	4
19. (equivalente ao HRK E8.21) Velocidade angular do ônibus em uma rotatória	4
20. Carro numa curva: diferença de movimento das rodas e vetor momento angular total	4
21. Vetores velocidade angular de dois pontos diferentes de um sólido em rotação	5
22. Velocidade de translação a partir da velocidade de rotação; aceleração centrípeta	5
23. (HRK E8.25) Velocidade angular e linear de pontos da Terra em função da latitude	5
Dinâmica da rotação	5
24. Grandezas dinâmicas para uma partícula, formal I	5
25. (RKH E-9) Grandezas dinâmicas para uma partícula, formal II	5
26. (RHK E.2) Grandezas dinâmicas para um corpo rígido, formal I.....	5
27. Grandezas dinâmicas para um corpo rígido, formal II	6
Momento de inércia	6
28. Sistema de partículas	6
29. Corpos caracterizados por uma única grandeza	6
30. Cilindro.....	6
31. Corrida de sólidos com momentos de inércia diferentes.....	6
32. Dependência do momento de inércia com o eixo de rotação.	6
33. Teorema dos eixos paralelos – conceitual	6

Cinemática da rotação, sem vetores

1. O significado da medida de ângulo em radianos.

Em que sentido o radiano é uma medida “natural” de ângulo e o grau uma medida “arbitrária” desta mesma grandeza? Que vantagens existem em se usar radianos em vez de graus?

2. Cinemática das rotações: por que $\omega = 0$ não implica $\alpha=0$?

Um corpo rígido pode girar livremente em torno de um eixo fixo. O corpo pode ter aceleração angular diferente de zero mesmo que sua velocidade angular seja (talvez instantaneamente) nula? Qual seria o equivalente desta questão nos movimentos de translação? Dê exemplos físicos que ilustrem tais situações.

3. *Velocidade angular média*

Um mergulhador, cuja velocidade angular inicial é nula, faz 2,5 revoluções durante o seu salto de uma plataforma, a 10 metros do nível da água.

Calcule a velocidade angular média do mergulhador, durante esse salto.

4. *Relógio de ponteiro*

Considere um relógio com ponteiros para as horas, minutos e segundos.

Determine a velocidade angular de cada um desses três ponteiros.

5. *Determinar velocidade e aceleração angulares de $\phi(t)$ por derivação, função analítica*

O ângulo que o volante de um gerador descreve durante um intervalo de tempo t é dado por

$$\phi(t) = at + bt^3 - ct^4$$

onde a , b e c são constantes.

Determine a expressão para

- a velocidade angular.
- a aceleração angular.

6. *Dado $\alpha(t)$, determinar $\omega(t)$ e $\phi(t)$ por integração, função analítica*

Uma roda, com velocidade angular inicial ω_0 , gira com aceleração angular α dada por

$$\alpha(t) = 4at^3 - 3bt^2$$

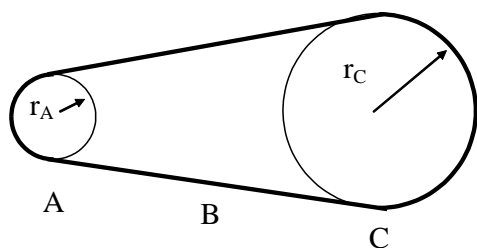
em que t é o tempo e a e b são constantes.

Escreva as equações para

- a velocidade angular da roda em função do tempo.
- o ângulo descrito em função do tempo.

7. *Velocidade angular e velocidade linear; eixo instantâneo de rotação*

Ruth e Rogério estão pedalando ao longo de um caminho com a mesma velocidade escalar. As rodas da bicicleta dela possuem um diâmetro um pouco maior do que as rodas da bicicleta de Rogério. Como se relacionam as velocidades angulares das suas rodas? E as velocidades do topo de cada uma das rodas?

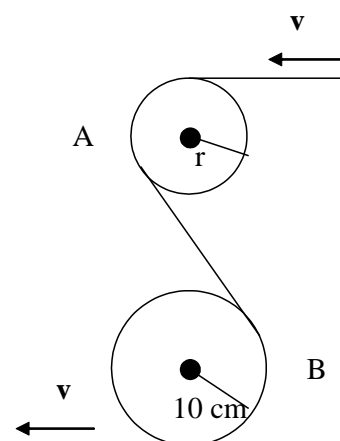
8. *Transmissão por correia, relação entre as acelerações*

Uma roda de raio $r_A = 10,0$ cm está acoplada por uma correia B à roda C de raio $r_C = 25,0$ cm, como mostra a figura abaixo. A roda A aumenta sua velocidade angular à razão uniforme de $1,60$ rad/s² e a correia não desliza sobre as rodas.

Determine o tempo necessário para que a roda C atinja uma velocidade rotacional de 100 rev/min a partir do repouso.

9. (MK5/11) *Transmissão por correia, relação entre os raios*

Uma fita passa por duas polias conforme a figura ao lado. Se a velocidade da fita é constante e se o módulo da aceleração do ponto A da fita é $4/3$ a do ponto B, calcule o raio da polia menor.

10. *Medida da velocidade da luz com roda dentada e espelhos*

Veja o enunciado no HRK, problema 9 do capítulo 8.

11. *Composição da velocidade de translação com a de um ponto em rotação*

12. Um avião voa em uma direção horizontal com velocidade de módulo 480 km/h. A hélice do motor tem um raio de 1,5 m e gira a 2000 rev/min, e seu eixo de rotação aponta na mesma direção da velocidade.

Determine o módulo da velocidade linear de um ponto na ponta da hélice, visto

- pelo piloto do avião.
- por um observador no solo.

12. (HRK E8.12) *Toca-discos dos anos 60*

Um toca-discos dos anos 60, que está girando a 78 rev/min, desacelera uniformemente e para 32 s após o motor ser desligado.

Determine:

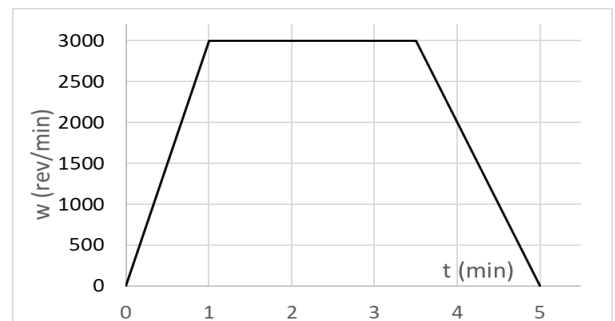
- a aceleração angular, em rev/min².
- o número de revoluções durante a freada.

13. *Cinemática de um CD*

O disco de CD de música (“compact disk/digital áudio”) possui raios interno e externo para o material gravado de 2,50 e 5,80 cm, respectivamente. As linhas da varredura em espiral estão separadas em 1,60 μm . Durante a execução, o disco é varrido a uma velocidade **linear** constante, iniciando na borda interna e progredindo para a externa. A velocidade angular na borda interna é de 50,0 rad/s.

Determine:

- a velocidade angular na borda externa.
- o comprimento total da varredura.
- o tempo de execução do disco inteiro.



14. (RHK E.14) *Número de rotações a partir do gráfico de velocidade angular*

Como parte de uma inspeção de manutenção, a turbina de um motor a jato é posta a girar de acordo com o gráfico mostrado na figura ao lado.

Determine o número de revoluções durante esse teste.

15. (RHK P.8.8) *Volante da máquina a vapor quando freia*

O volante de uma máquina a vapor gira com uma velocidade angular constante de 156 rev/min. Quando o vapor é cortado, o atrito dos mancais e do ar leva a roda a parar em 132 minutos, com aceleração angular constante. Uma partícula está posicionada a 52,4 cm do eixo de rotação.

Determine:

- a aceleração angular da roda
- o ângulo (em radianos) descrito pela roda até parar.
- o número de voltas da roda até parar.
- a aceleração linear **tangencial** da partícula quando o volante gira a 72,5 rev/min.
- a intensidade da aceleração linear **total** da partícula quando o volante gira a 72,5 rev/min.

16. *Dia solar vs dia sideral*

Um dia solar é o intervalo entre duas aparições sucessivas do Sol para uma dada longitude – isto é, o tempo de uma rotação completa da Terra em relação ao Sol. Um dia sideral é o tempo para uma rotação completa da Terra em torno a estrelas fixas – isto é, o intervalo de tempo entre duas observações sucessivas de uma direção fixa no céu chamada equinócio vernal.

- Mostre que em um ano existe exatamente um dia solar (médio) a menos que dias siderais (médios).
- Determine a duração do dia sideral (médio), sabendo que o dia solar (médio) tem exatamente 24 horas.

17. Velocidade e aceleração da Terra no sistema solar

A órbita da Terra em torno do Sol é quase um círculo.

Determine:

- a velocidade angular da Terra (vista como uma partícula) em torno do Sol.
- a velocidade linear nessa órbita.
- a aceleração da Terra com relação ao Sol.

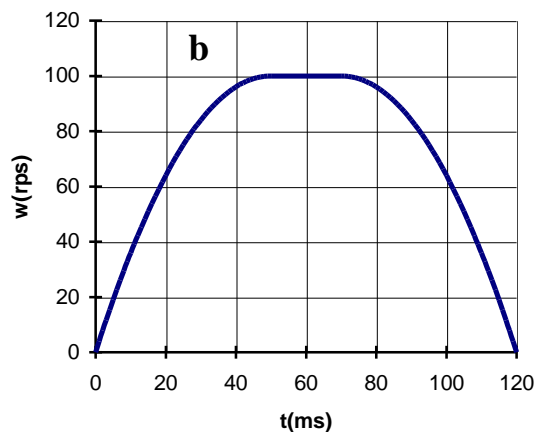
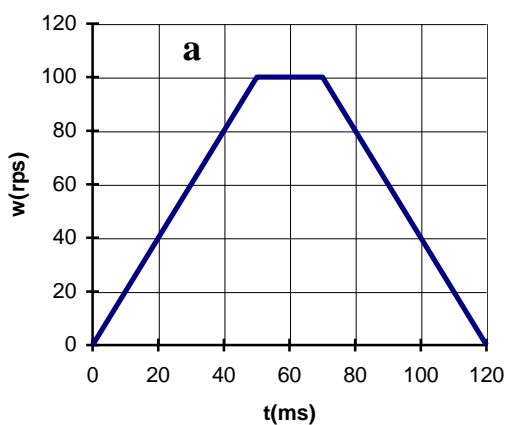
18. Comparando modelos de um movimento de rotação

Um computador efetua uma leitura de disco em uma unidade de CD-ROM. O disco inicialmente está parado e retorna ao estado de repouso após o fim da leitura. Considere dois modelos diferentes para o movimento do disco durante uma leitura de dados, cujos gráficos de velocidade angular $w(t)$ em função do tempo t estão representados nas figuras a) e b) abaixo. A equação do gráfico da figura b) é

$$w(t) = \begin{cases} 4t - 0,04t^2 & t < 50 \text{ ms} \\ 100 & , 50 \leq t \leq 70 \text{ ms} \\ 5,60t - 0,04t^2 - 96 & , 70 < t < 120 \text{ ms} \end{cases}$$

Atenção, como $w(t)$ está em rps, o número de rotações é $\int w dt'$ com t' em s e não em ms como o t da equação de $w(t)$, por isso faça a transformação $t = 1000t'$ no dt' da integral.

onde $w(t)$ está em rotações por segundo (rps) quando t está em ms.



Determine quantas revoluções o disco realizou durante a leitura de acordo com cada um dos modelos.

Cinemática da rotação, com vetores

19. (equivalente ao HRK E8.21) Velocidade angular do ônibus em uma rotatória

Um ônibus está percorrendo uma rotatória plana e horizontal com 50 m de raio a uma velocidade de 36 km/h.

Determine a velocidade angular do ônibus.

20. Carro numa curva: diferença de movimento das rodas e vetor momento angular total

Um automóvel tem pneus com 40 cm de **diâmetro** e movimenta-se numa estrada plana e horizontal. Ele faz uma curva que corresponde a um arco de circunferência de $\pi/2$ rd e **raio** 30 m, medido na roda interna, e 31,4 m, medido na roda externa. O carro demorou 3,7 s para descrever esse arco de circunferência.

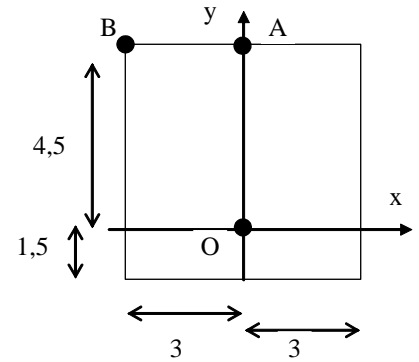
Calcule

- quantas rotações realiza essa roda por quilômetro rodado, sem derrapar.
- quantas voltas a mais deu a roda externa.
- as velocidades angulares das rodas internas e externas.
- o **vetor** velocidade angular **total** das rodas, **considerando também** a rotação do carro em torno do centro da curva.

21. Vetores velocidade angular de dois pontos diferentes de um sólido em rotação

A chapa quadrada da figura ao lado gira em torno do ponto O com aceleração angular constante 4 rad/s^2 ; no instante de tempo $t = 0 \text{ s}$, a velocidade angular tem módulo 6 rad/s . As dimensões na figura estão em cm e os pontos foram exagerados para facilitar sua visualização.

Determine os vetores velocidade e aceleração dos pontos A e B.



22. Velocidade de translação a partir da velocidade de rotação; aceleração centrípeta

Um objeto rígido roda em torno do eixo Oz e é desacelerado a $2,66 \text{ rad/s}^2$. Considere uma partícula localizada na posição $\mathbf{r} = 1,83 \mathbf{j} + 1,26 \mathbf{k}$, em metros.

No instante em que a velocidade angular é $\boldsymbol{\omega} = 14,3 \mathbf{k}$ (em rad/s), encontre:

- a velocidade da partícula.
- o raio da trajetória circular da partícula.

23. (HRK E8.25) Velocidade angular e linear de pontos da Terra em função da latitude

Considere o movimento de rotação da Terra em torno do seu eixo polar.

Determine, em relação a esse eixo, as velocidades angular e linear de um ponto sobre a superfície da Terra:

- na latitude de 40° S .
- no Equador.

Dinâmica da rotação

24. Grandezas dinâmicas para uma partícula, formal I

Uma partícula está na posição $\vec{r} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ (em m) com uma quantidade de movimento linear

$\vec{p} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$ (em unidades do SI) e sobre ela atua a força $\vec{F} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$ (em N).

Determine

- o torque da força.
- o vetor momento angular da partícula.

25. (RKH E-9) Grandezas dinâmicas para uma partícula, formal II

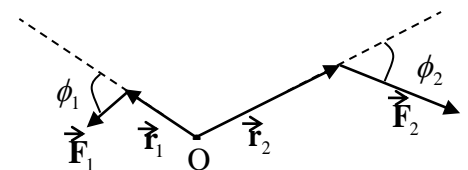
Qual é o torque em relação à origem sobre a partícula localizada em $x = 1,5 \text{ m}$, $y = 2,0 \text{ m}$, $z = 1,6 \text{ m}$ devido à força $\vec{F} = (3,5 \text{ N}) \vec{i} - (2,4 \text{ N}) \vec{j} + (4,3 \text{ N}) \vec{k}$? Expresse os seus resultados com vetores unitários.

26. (RHK E.2) Grandezas dinâmicas para um corpo rígido, formal I

A figura ao lado mostra as linhas de ação e os pontos de aplicação de duas forças atuam sobre um corpo rígido articulado no ponto O por meio de um pino. Todos os vetores estão no plano da figura.

a) Encontre a expressão para a intensidade do torque resultante sobre o corpo.

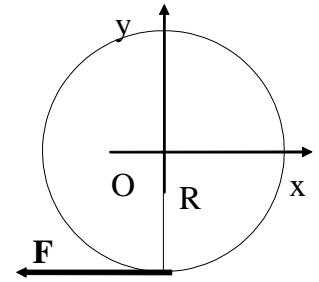
b) Se $r_1 = 1,30 \text{ m}$, $r_2 = 2,15 \text{ m}$, $F_1 = 4,20 \text{ N}$, $F_2 = 4,90 \text{ N}$, $\theta_1 = 75,0^\circ$ e $\theta_2 = 58,0^\circ$, quais são a intensidade, a direção e o sentido do torque resultante?



27. *Grandezas dinâmicas para um corpo rígido, formal II*

Aplica-se uma força de módulo F , horizontalmente, na direção dos x negativos, à borda de um disco de raio R , conforme a figura ao lado.

- Escreva a força e o vetor posição do ponto de aplicação em relação à origem do disco em termos dos versores \vec{i} , \vec{j} e \vec{k} .
- Calcule o torque exercido pela força em relação à origem do disco.

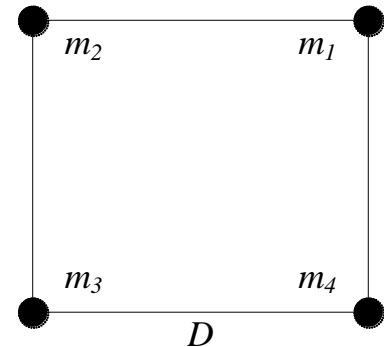


Momento de inércia

28. *Sistema de partículas*

Quatro partículas ligadas por pequenas vigas estão nos vértices de um quadrado, conforme figura ao lado. As massas das partículas são $m_1 = m_3 = 3$ kg e $m_2 = m_4 = 4$ kg, as massas das vigas devem ser ignoradas e o comprimento do lado do quadrado é $D = 2$ m.

Determine o momento de inércia em relação a um eixo perpendicular ao plano das partículas e que passe por m_4 .

29. *Corpos caracterizados por uma única grandeza*

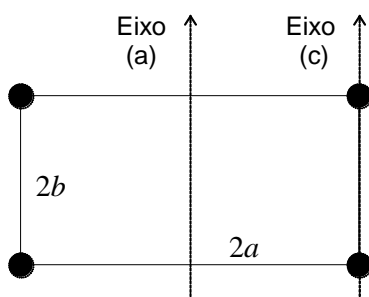
- Calcule o momento de inércia de:
 - Uma vareta homogênea de comprimento L e massa M .
 - Um aro circular que gira em torno a um eixo perpendicular ao seu plano passando pelo próprio centro.
 - Um disco homogêneo em relação a o eixo perpendicular ao seu plano e passando pelo próprio centro.
 - Uma casca esférica delgada em relação a um diâmetro.
 - Uma esfera maciça em relação a um diâmetro

30. *Cilindro*

Calcule o momento de inércia de um cilindro homogêneo em relação ao próprio eixo.

31. *Corrida de sólidos com momentos de inércia diferentes*

Uma esfera, um cilindro e um aro, com distribuição de massa homogênea, partem do repouso e rolam para baixo sobre o mesmo plano inclinado, sem escorregarem. Qual corpo atingirá a base primeiro?

32. *Dependência do momento de inércia com o eixo de rotação.*

Quatro partículas de massa m estão fixas mediante hastes rígidas cuja massa deve ser ignorada, formando um retângulo plano de lados $2a$ e $2b$, conforme mostra a figura ao lado.

Determine:

- o momento de inércia em torno do eixo (a), situado no plano da figura e que passa pelo centro do retângulo.
- o momento de inércia em torno do eixo (c), que passa por duas partículas.

33. *Teorema dos eixos paralelos – conceitual*

Uma bola de massa m está a uma distância x da origem do sistema de referência. Uma vez colocado o sistema em rotação, explique se o momento de inércia em relação ao eixo que contém o centro da bola é igual ou não ao momento de inércia do sistema em rotação em relação a um outro eixo perpendicular ao primeiro.