Relatório de Resoluções

O código de cada membro pode ser consultado a seguir:

x_{04}: Beatriz Chessa	x_{11}: Luca Monaco
x_{05}: José Soares Jr.	x_{15}: Rodrigo Melendez
x_{06}: Maurício Damião	x_{18}: Matheus Cardoso
x_{08}: Pedro Lopes Silva	x_{20}: Gustavo Zequini
x_{09}: Rafael Maddalena	

Resolução (‖ Questão: 1.2.1 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{04}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{05}$ ‖)

(a) The equation $2x - 4 = 2$ is fulfilled only when$x = 3$.
É equivalente a : $2x - 4 = 2 \to x = 3$

(b) If $x = 3$, then $2x - 4 = 2$.
É equivalente a : $x = 3 \to 2x - 4 = 2$

(c) The equation $x^2 - 2x + 1 = 0$ is satisfied if $x = 1$.
É equivalente a : $x = 1 \to x^2 - 2x + 1 = 0$

(d) If $x^2 > 4$, then $|x| > 2$, and conversely.
É equivalente a : $x^2 > 4 \leftrightarrow |x| > 2$

■

Resolução (‖ Questão: 1.2.2 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{05}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{08}$ ‖)

a) $A \subseteq B \iff A \cup B = B$: True

b) $A \subseteq B \iff A \cap B = A$: True

c) $A \cap B = A \cap C \implies B = C$: False
Suponha que $A = \{a\}, B = \{b\}$ e $C = \{c\}$. Assim: $A \cap B = A \cap C = \emptyset \implies B \neq C$

d) $A \cup B = A \cup C \implies B = C$: False
Suponha que $A = \{a, b, c\}, B = \{b\}$ e $C = \{c\}$. Assim: $A \cup B = A \cup C = \{a, b, c\} \implies B \neq C$

e) $A = B \iff (x \in A \iff x \in B)$: True ■

Resolução (‖ Questão: 1.2.3 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{06}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{09}$ ‖)

3. In each of the following implications, where x, y and z are numbers, decide: (i) if the implication is true; and (ii) if the converse implication is true
(a) $x = \sqrt{4} \Rightarrow x = 2 \to$ i, ii
(b) $(x = 2 \text{ and } y = 5) \Rightarrow x + y = 7 \to$ i
(c) $(x-1)(x-2)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 1 \to$ ii

(d) $x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ or $y = 0 \rightarrow$ i
(e) ($x = 0$ and $y = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 0 \rightarrow$ i, ii
(f) $xy = xz \Rightarrow y = z \rightarrow$ ii
■

Resolução (‖ Questão: 1.2.4 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{08}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{11}$ ‖))

Consider the proposition $2x + 5 \geq 13$.

(a) Is the condition $x \geq 0$ necessary, or sufficient, or both necessary and sufficient for the inequality to be satisfied?

A condição é necessária mas não suficiente para a inequação ser válida. Observe, por exemplo que caso $x = 1$ temos $2(1) + 5 \leq 13$ pois $7 \leq 13$. Para ser uma condição necessária e suficiente devemos ter que $2x + 5 \geq 13 \Leftrightarrow 2x + 5 - 5 \geq 13 - 5 \Leftrightarrow 2x \geq 8 \Leftrightarrow x \geq \frac{8}{2} \Leftrightarrow x \geq 4$

(b) Answer the same question when $x \geq 0$ is replaced by $x \geq 50$.

Temos que $x \geq 50$ é uma condição suficiente mas não necessária para atender a inequação. Como vimos no item (a) há outros valores que atendem a inequação.

(c) Answer the same question when $x \geq 0$ is replaced by $x \geq 4$

Temos que $x \geq 4$ é uma condição suficiente e necessária, de acordo com o item (a).

■

Resolução (‖ Questão: 1.2.5 ‖ Relator: $\mathbf{x}_{09}$ ‖ Revisor: $\mathbf{x}_{15}$ ‖)

Se P é uma afirmação, então a negação de P é denotada por $\neg P$. Se P é verdadeiro, então $\neg P$ é falso, e vice-versa. Por exemplo, a negação da afirmação $2x + 3y \leq 8$ é $2x + 3y > 8$. Para cada uma das seis proposições seguintes, escreva as negações o mais simples possível.

a) $x \geq 0$ e $y \geq 0$: $x < 0$ ou $y < 0$ ou ambos.

b) Todo x satisfaz $x \geq a$: Há um $x < a$

c) Nem x nem y é menor que 5: $x < 5$ ou $y < 5$ ou ambos

d) Para cada $\varepsilon > 0$, existe um $\delta > 0$ que satisfaz B: Há um $\varepsilon > 0$ para o qual B não é satisfeito por qualquer $\delta > 0$

e) Ninguém pode evitar gostar de gatos: há alguém que pode evitar gostar de gatos

f) Todo mundo ama alguém por um tempo: há alguém incapaz de amar
■