INTRODUÇÃO AS MEDIDAS EM FÍSICA

Aula VI – Set/2019

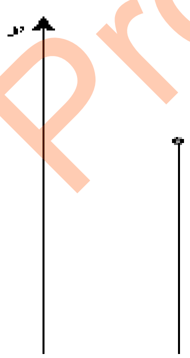
Exp. 4a – Corpos em Queda Livre

Prof. Cristiano L. P. Oliveira
Ed. Basilio Jafet, sala 202
crislpo@if.usp.br

Lecture notes Prof. Cristiano

Queda livre

- *Como resultado da ação da atração gravitacional entre corpos, um corpo a ser solto na superfície da terra sofre uma ação de uma força, denominada força peso.*



Experiência IV: Movimento de Queda

- Objetivos:
  - Estudar o movimento de queda de um objeto
  - Medidas indiretas
    - Medida da velocidade de um objeto
  - Análise de dados
    - Análise Gráfica
    - Comparação com um modelo

Lecture notes
Prof. Cristiano

Estudo do Movimento de Queda de um Objeto

- Realizar a medida do movimento de um corpo em queda:
  - tomando todos os cuidados experimentais necessários para possibilitar uma correta utilização dos dados posteriormente;
  - utilizar técnicas de análise de dados;
  - e interpretar os resultados a partir de um modelo físico do experimento.

Estudo do Movimento de Queda de um Objeto

- Quais são as características desse movimento?
  - Questão polêmica no século XVII - Aristóteles X Galileu;
  - experimento realizado por Galileu representou o nascimento do método científico;
- Ele corresponde a uma queda livre? Como verificar isso?

Lecture notes Prof. Cristiano

Hipótese sobre o movimento

- Um corpo em queda está sob a influência de uma força constante, a força da gravidade, portanto se movimenta com uma aceleração constante:

$$\vec{F} = m\vec{g} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Hipótese sobre o movimento

- Se essa hipótese estiver correta, o movimento de um corpo caindo livremente (sem outras forças agindo sobre ele além da gravidade) será dado por:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t$$

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{g}}{2} \cdot t^2$$

Como realizar essa medida?

- Se deixarmos o objeto cair de uma altura de 2 *metros*, que velocidade esperamos que o objeto tenha ao chegar ao solo?
  - Use a hipótese da queda livre.
- É possível medir o seu tempo de queda usando um cronômetro?
  - Tire suas conclusões das aulas anteriores.

Lecture notes Prof. Cristiano

Proposta para análise

- Como podemos verificar se o modelo da queda livre descreve o nosso experimento?
- Verificando se a velocidade (*v(t)*) apresenta uma dependência linear com o tempo (*t*), isto é, $v(t)=v_0+g\cdot t$
- É possível fazer isso somente com os dados da tabela? Existe uma maneira melhor de verificar isso?

Lecture notes Prof. Cristiano

Queda livre sem resistência do ar

Uniform gravitational field without air resistance

$$v(t) = -gt + v_0$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0$$

where

v_0 is the initial velocity (m/s).
$v(t)$ is the vertical velocity with respect to time (m/s).
y_0 is the initial altitude (m).
$y(t)$ is the altitude with respect to time (m).
t is time elapsed (s).
g is the acceleration due to gravity (9.81 m/s^2 near the surface of the earth).

Queda livre incluindo a resistência do ar

Uniform gravitational field with air resistance

This case, which applies to skydivers, parachutists or any bodies with Reynolds number well above the critical Reynolds number, has an equation of motion

$$m\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}\rho C_D A v^2 - mg\,,$$

where

- m is the mass of the object,
- g is the gravitational acceleration (assumed constant),
- C_D is the drag coefficient,
- A is the cross-sectional area of the object, perpendicular to air flow,
- v is the fall (vertical) velocity, and
- ρ is the air density.

Assuming an object falling from rest and no change in air density with altitude, the solution is:

$$v(t) = -v_\infty \tanh\left(\frac{gt}{v_\infty}\right),$$

$$\tanh(x) \underset{x\to 0}{=} x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \frac{17x^7}{315} + O(x)^8$$

where the terminal speed is given by

$$v_\infty = \sqrt{\frac{2mg}{\rho C_D A}}\,.$$

The object's velocity versus time can be integrated over time to find the vertical position as a function of time:

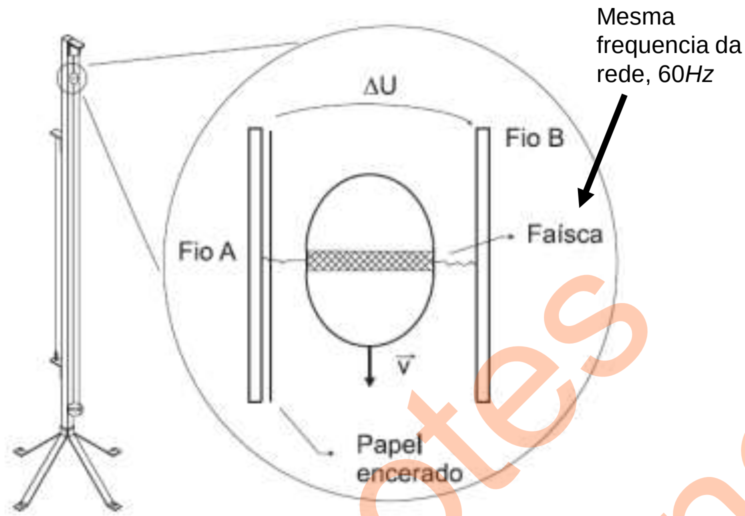
$$y = y_0 - \frac{v_\infty^2}{g}\ln\cosh\left(\frac{gt}{v_\infty}\right).$$

$$\cosh(x) \underset{x\to 0}{=} 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} + O(x)^8$$

$$\log(\cosh(x)) \underset{x\to 0}{=} \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + O(x)^8$$

Lecture notes Prof. Cristiano

Como estudar o movimento de corpos em queda livre?



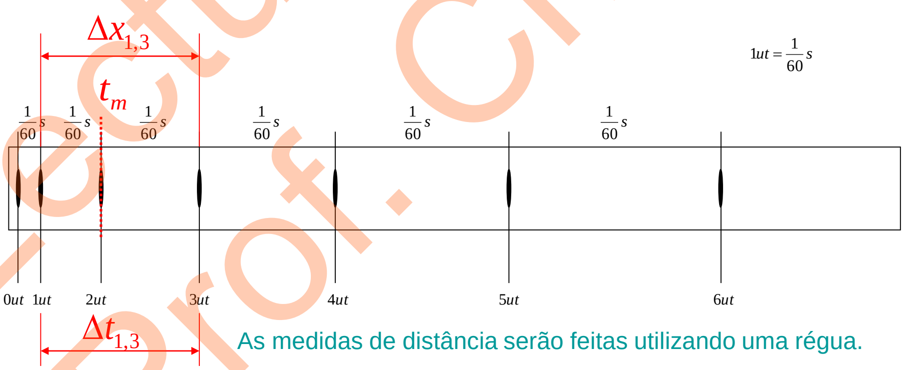
Equipamento utilizado para o estudo da queda do corpo. As faíscas provocadas pelos pulsos de alta tensão entre os dois fios marcam um papel encerado.

Procedimento experimental

- Faça alguns testes sem o papel encerado de modo a se famializar com o mecanismo.
- Note que quando o objeto cai ele não deve resvalar em nada.
- Fixe o papel encerado utilizando fita adesiva, com a parte encerada para cima.
- Faça a medida. Retire o papel e olhe se as marcas foram bem feitas. Caso necessário meça novamente.
- Cuidado para não tomar choques elétricos!!!

Lecture notes
Prof. Cristiano

Análise dos dados



As medidas de distância serão feitas utilizando uma régua.

Para analisarmos o movimento do corpo, podemos determinar a relação entre a sua velocidade e o tempo. Para isso, medimos o deslocamento do elipsóide $\Delta x_{ij} = x(t_j) - x(t_i)$, correspondente ao intervalo de tempo $\Delta t_{ij} = t_j - t_i$, obtendo a velocidade instantânea em $t_m = \frac{t_i + t_j}{2}$, a partir de:

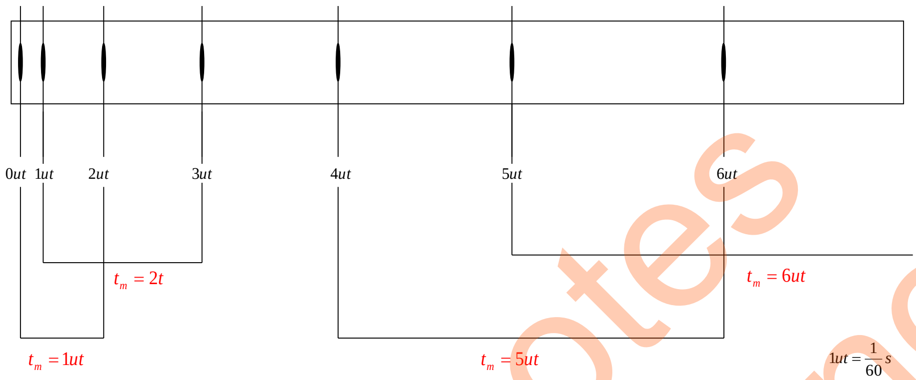
$$v(t_m) = \overline{v_{t_i,t_j}} = \frac{\Delta x_{ij}}{\Delta t_{ij}} = \frac{x(t_j) - x(t_i)}{t_j - t_i}$$

Lecture notes Prof. Cristiano

Para evitar erros sistemáticos causados por um ponto errado, utilizamos cada ponto somente uma vez. Iremos realizar as medidas na fita de duas formas.

Em um primeiro caso tomamos duplas de pontos pares e duplas de pontos ímpares, tomando cada ponto somente uma vez,

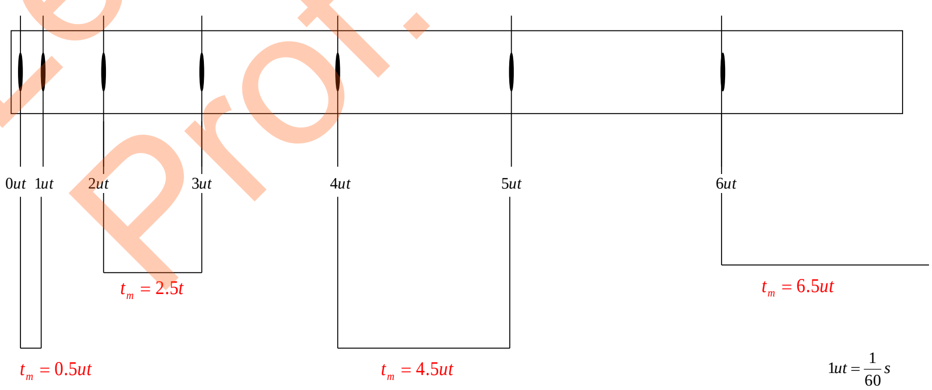
0-2, 1-3, 4-6, 5-7, 8-10, 9-11, 12-14, 13-15 …..



Note que neste caso Δt será **sempre** 2*ut*

No segundo caso tomamos pontos sequenciais, tomando cada ponto somente uma vez,

0-1, 2-3, 4-5, 6-7, 8-9, 10-11, 12-13, 14-15 …..

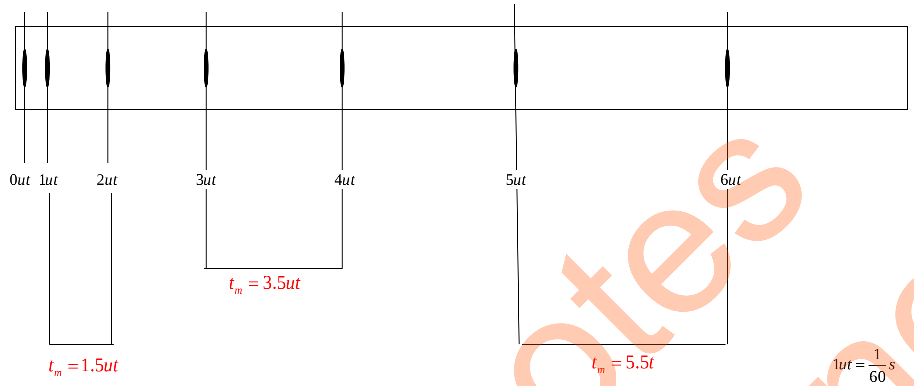


Note que neste caso Δt será **sempre** 1*ut*

Lecture notes Prof. Cristiano

Em um terceiro caso tomamos pontos sequenciais, tomando cada ponto somente uma vez, mas iniciando em 1

1-2, 3-4, 5-6, 7-8, 9-10, 11-12, 13-14 , 15-16 …..



Note que neste caso Δt será **sempre** 1*ut*

Colocar os dados na tabela entregue pelo professor

Esta será a folha de dados do dia!!!

Note que cada valor de $\Delta x_{i,j}$ deve ter uma incerteza. Como poderemos estimar esta incerteza?

A medida de tempo é bastante precisa já que a freqüência da rede elétrica é *f* = 60.00*Hz. Desta forma utilize como erro na freqüência 0.05Hz, e utilize esse valor para calcular o erro nos tempos.*

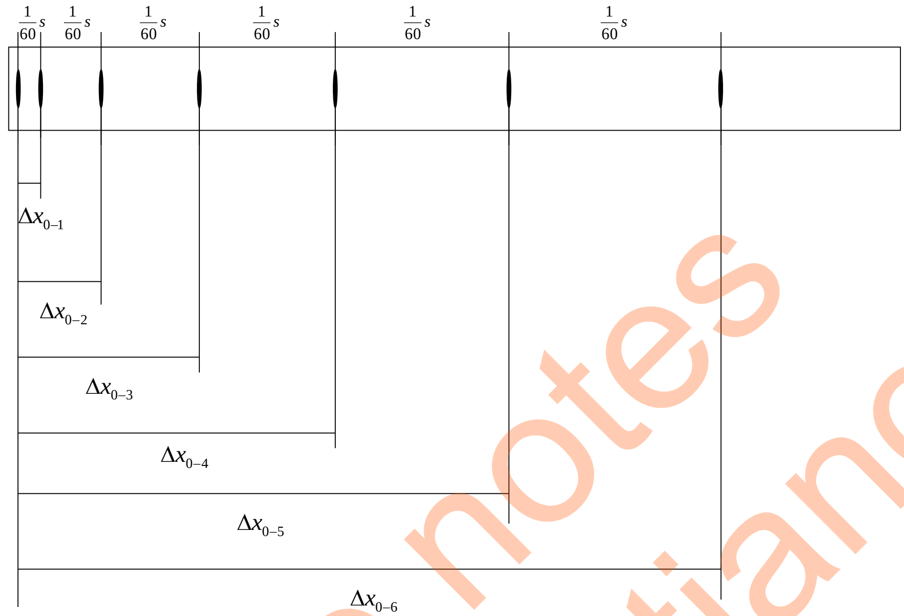
Tabela 1: Medidas das posições do corpo em função do tempo e medidas das distâncias percorridas em intervalos ΔT

Medidas		Aluno 1		Aluno 2		Aluno 3	
Tempo (1/60 s)	Posição (cm)	pontos usados	ΔT=(1/60 s) Distância (cm)	pontos usados	ΔT=(2/60 s) Distância (cm)	pontos usados	ΔT=(1/60 s) Distância (cm)
0		0 - 1					
1				0 – 2		1 – 2	
2		2 – 3		1 – 3			
3						3 – 4	
4		4 – 5					
5				4 – 6		5 – 6	
6		6 – 7		5 – 7			

Derive as fórmulas de propagação de erro para a velocidade e calcule o erro na velocidade utilizando as incertezas em Δx e Δ t

Lecture notes Prof Cristiano

Para poder construir *y(t) x t*, meça as distâncias entre os pontos partindo do primeiro



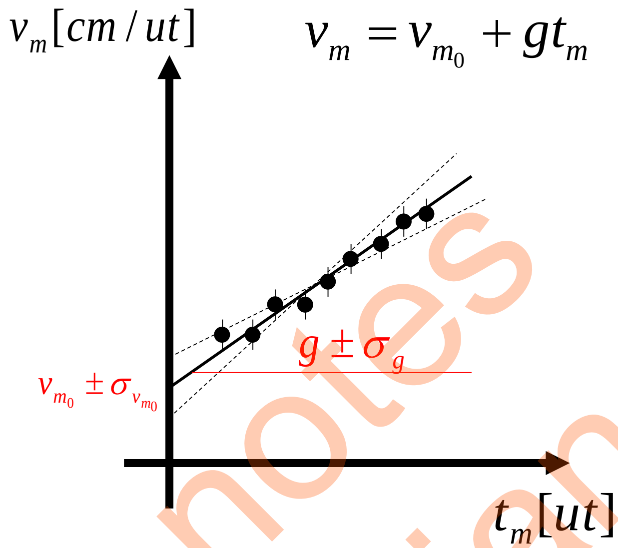
Colocar os dados na outra tabela do guia de aula e no site!

DADOS PARA *y(t) x t*					
Medidas					
Intervalo de pontos	ti (1/60)	Δxi (cm)	Intervalo de pontos	ti (1/60)	Δxi (cm)
0-1	1		0-21		
0-2	2		0-22		
0-3	3		0-23		
0-4	4		0-24		
0-5	5		0-25		
0-6			0-26		
0-7			0-27		
0-8			0-28		
0-9			0-29		
0-10			0-30		
0-11			0-31		
0-12			0-32		
0-13			0-33		
0-14			0-34		
0-15			0-35		
0-16			0-36		
0-17			0-37		
0-18			0-38		
0-19			0-39		
0-20			0-40		

Lecture notes Prof. Cristiano

Fazer uma tabela e gráfico de v_m vs t_m

t_m (1/60)	v_m ( )
0,5	
1	
2	
2,5	
4,5	
5	
6	
6,5	
8,5	
9	
10	
10,5	
...	



Ao final, converta das unidades *cm* e *ut* para *m* e *s*.
Reescreva a equação de movimento

$$v_{m_0}\left[\frac{cm}{ut}\right] = v_{m_0}\left[\frac{10^{-2}m}{\frac{1}{60}s}\right] = 0.6v_{m_0}\left[\frac{m}{s}\right]$$

Multiplica o valor obtido do gráfico por 0.6 para converter

$$g\left[\frac{cm}{(ut)^2}\right] = g\left[\frac{10^{-2}m}{\left(\frac{1}{60}s\right)^2}\right] = 36g\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Multiplica o valor obtido do gráfico por 36 para converter

$$v = v_{m_0} + gt$$

Sendo *v* em *m/s*, *g* em *m/s²* e *t* em *s*

Lecture notes Prof. Cristiano

Seguir o guia do experimento entregue pelo professor

- Gráfico de v_m vs t_m
- *Valor de* $(vm_0 \pm \sigma_{vm0})$ *em cm/ut e* $(g \pm \sigma_g)$ *em cm/ut*^{2}
- *Valor de* $(vm_0 \pm \sigma_{vm0})$ *em m/s e* $(g \pm \sigma_g)$ *em m/s*^{2}
- *A equação do movimento para a velocidade*

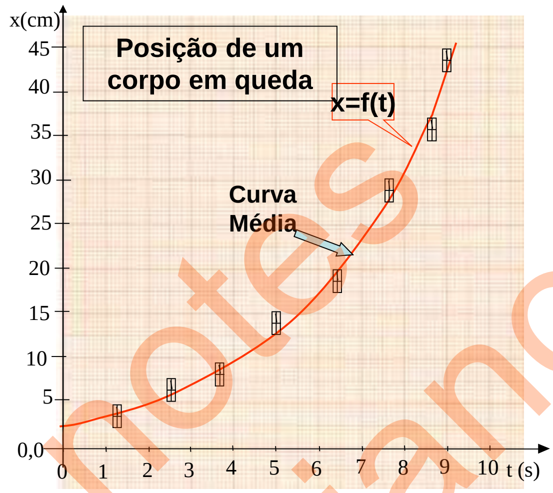
Lecture notes
Prof. Cristiano

Gráficos e Método Gráfico

Leiam a apostila do curso!!!

Fazendo gráficos

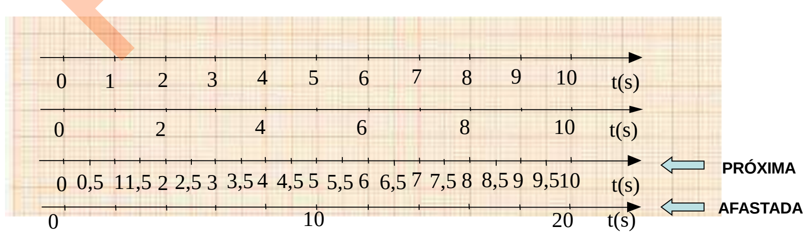
- O que é um gráfico?
  - Representação do comportamento de um parâmetro em função de outro
- Itens importantes
  - Título
  - Eixos
    - Grandeza, unidade, escala
  - Dados
    - Legenda quando houver mais de 1 gráfico superposto
  - Em alguns casos, ajustes de funções



27

Eixos em um gráfico

- Deve-se escolher a escala que melhor se adapte ao tamanho do papel utilizado
  - **IMPORTANTE: Não use escalas difíceis de se compreender. Sempre utilize escalas "múltiplas" de 1, 2 ou 5**
- Gradue os eixos de 1 em 1 cm (ou 2 em 2). **Evite** escalas muito espaçadas ou muito comprimidas

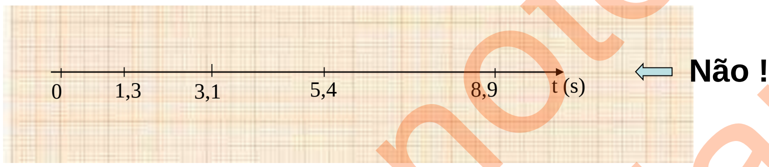


28

Lecture notes Prof. Cristiano

Eixos em um gráfico

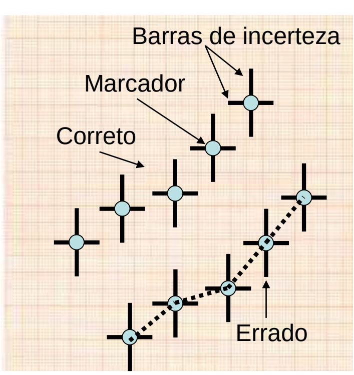
- Desenhe os eixos. Não utilize os eixos e escalas pré-desenhadas no papel
- Coloque legendas em cada um dos eixos
- **NUNCA escreva os valores dos pontos nos eixos nem desenhe traços indicando os pontos**



29

Representação dos pontos no gráfico

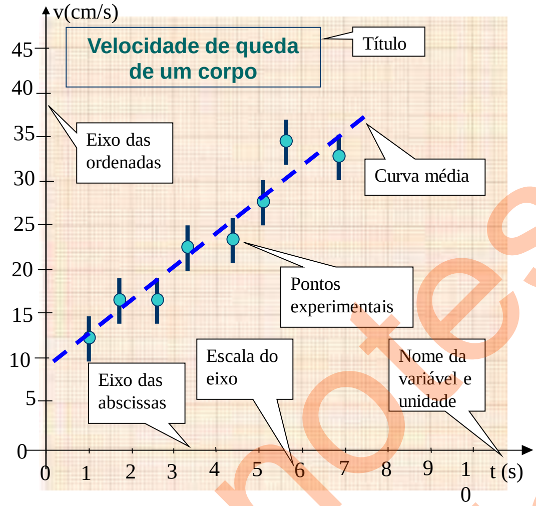
- Utilize marcadores visíveis
- Represente as barras de incerteza em y e x (quando houver) de forma clara
- **NUNCA LIGUE OS PONTOS**
- Conjunto de dados diferentes devem ser representados com símbolos (ou cores) diferentes.



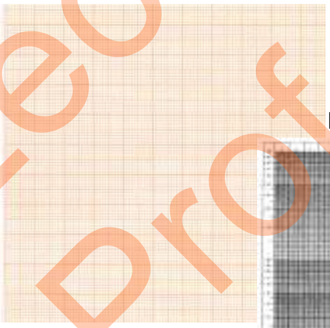
30

Lecture notes Prof. Cristiano

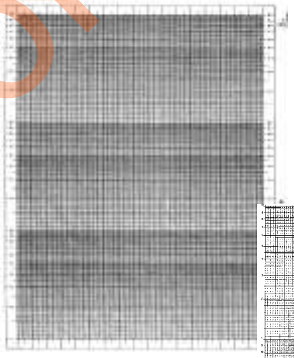
Ex: Gráfico X-Y



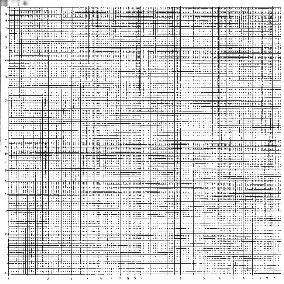
Lin-Lin



Log-Lin

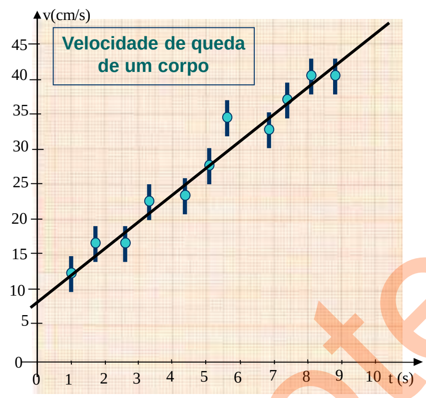


Log-Log



Lecture notes Prof. Cristiano

Ajuste de Curvas: Método Gráfico



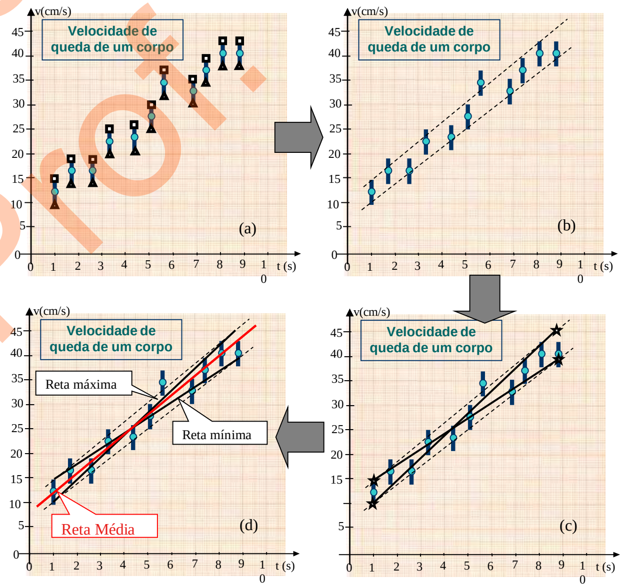
Reta Média : os pontos experimentais devem ficar distribuídos em torno da reta da forma mais aleatória possível.

Ajuste de Curvas: Método Gráfico

$$y = a + bx$$

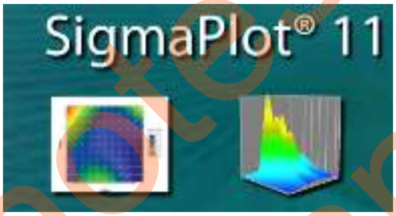
$$\sigma_a = \frac{|a_{\max} - a_{\min}|}{2}$$

$$\sigma_b = \frac{|b_{\max} - b_{\min}|}{2}$$



Lecture notes Prof. Cristiano

Ajuste de Curvas : Planilhas eletrônicas



Linearizacao

Lecture notes
Prof. Cristiano

Equacao da Posicao

$$y = y_0 - v_0 t_m + \frac{1}{2} g t_m^2$$

$$\text{Se} \begin{cases} y_0 = 0 \\ v_0 \approx 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{2} g t_m^2$$

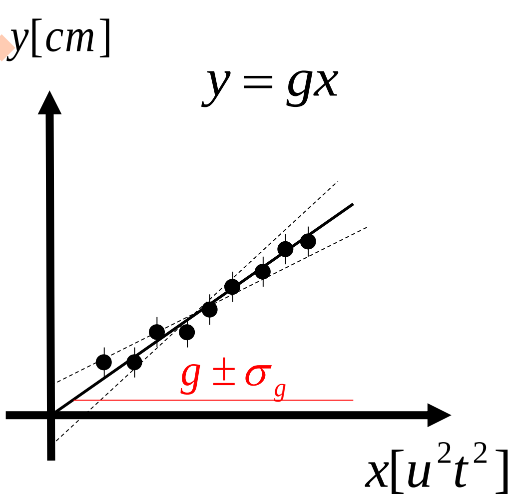
$$\frac{t_m^2}{2} \rightarrow x$$

$$y = gx$$

Reta que deveria passar pela origem com inclinacao igual a g

Fazer uma tabela e gráfico de ***y*** vs ***x***

Intervalo de pontos	ti (1/60)	x = ti²/2	Δxi ( )
0-1	1	0.5	
0-2	2	1	
0-3	3	1.5	
0-4	4	2	
0-5	5	2.5	
0-6			
0-7			
0-8			
0-9			
0-10			
0-11			
0-12			
0-13			
0-14			
0-15			



Lecture notes Prof. Cristiano

Para a próxima aula!

- Gráfico de v_m vs t_m
- *Valor de* $(vm_0 \pm \sigma_{vm0})$ *em cm/ut e* $(g \pm \sigma_g)$ *em* cm/ut^2
- *Valor de* $(vm_0 \pm \sigma_{vm0})$ *em m/s e* $(g \pm \sigma_g)$ *em* m/s^2
- *A equação do movimento para a velocidade*

****

- *Gráfico de y vs x* $(t^2/2)$
- *Valor de* $(g \pm \sigma_g)$ *em* cm/ut^2
- *Valor de* $(g \pm \sigma_g)$ *em* m/s^2
- *A equacao da posicao obtida*

Lecture notes Prof. Cristiano

Mãos a obra!!!

Dados online

https://bit.ly/2kD2kBA

Lecture notes
Prof. Cristiano