

INTRODUÇÃO AS MEDIDAS EM FÍSICA

Aula III

Prof. Cristiano L. P. Oliveira
Basilio Jafet 202
crislpo@if.usp.br

Experiência II Densidade de Sólidos

Objetivos

Medidas indiretas

Medida da densidade de sólidos

Noções de Estatística

Propagação de Incertezas

Compatibilidade entre medidas

Características de uma medida

Medidas repetidas – diferentes

Diferentes experimentadores

Diferentes instrumentos

Nunca iremos obter o valor verdadeiro em nossas medições

características da própria grandeza sendo medida
limitações intrínsecas e inevitáveis dos nossos instrumentos e técnicas de medida

Como realizar medidas

Análise do instrumento de medida

identificação do tipo e funcionamento

Fundo de escala e unidade

seleção conveniente

Precisão e incerteza da medida

Instrumental

Escala simples

Duas escalas: principal e auxiliar (nônio ou vernier)

Método

Aleatórios

Como avaliar incerteza

Tipos de incerteza

Instrumental: Aquela associada à precisão do instrumento utilizado para realizar a medida direta de uma grandeza.

Estatística: Incerteza associada à flutuação no resultado de uma mesma medida.

Sistemática: Aquela onde a medida é desviada em uma única direção, tornando os resultados viciados.

Incertezas instrumentais

Em geral é a metade da menor divisão

Cuidado com instrumentos que possuem escalas auxiliares tipo nônio (ex:paquímetro)

incerteza é a menor divisão do mesmo

Dificuldade de leitura

Posicionamento objeto/instrumento ou estabilidade de leitura (digital)

Incertezas estatísticas

Flutuação no resultado das medidas

medida = média de todas as medidas efetuadas

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

incerteza estatística = desvio padrão da média

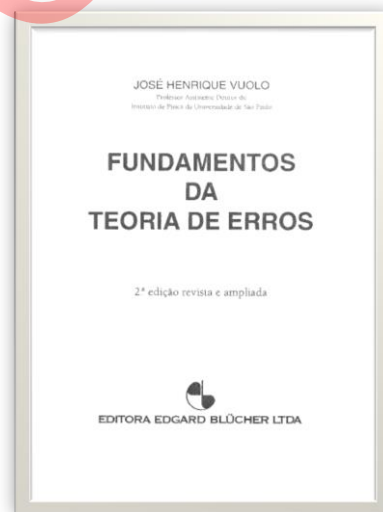
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} \quad s_m = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Obs: o desvio padrão pode ser chamado de σ ou s ou ainda Δ .

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$$

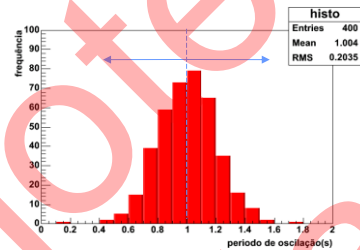
$$s_m = \frac{s}{\sqrt{N}}$$



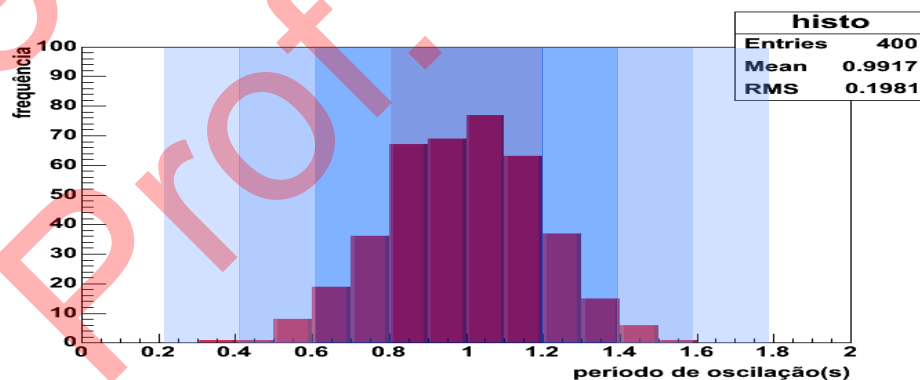
Erros Estatísticos ou Aleatórios

Inicialmente, que características devemos esperar para a distribuição dos dados obtidos?

Simétrica em torno de um certo valor, e decresce ao se afastar desse valor.



Interpretação Estatística da Média e Desvio Padrão



Quase Impossível Muito Pouco Provável Pouco Provável Provável Muito Provável Provável Pouco Provável Muito Pouco Provável Quase Impossível

Incertezas sistemáticas

Aquelas que falseiam a medida

Ex: uma régua onde o primeiro mm está faltando e o experimentador não percebe

Ex: uma balança descalibrada e/ou com o zero deslocado

Esse tipo de incerteza, em geral, só é percebida quando um resultado difere do esperado

Devem ser corrigidas ou refeitas

Qual é a incerteza de uma medida?

Várias medidas do tamanho de uma mesa com uma régua

$$\sigma_{L_{instr}} = 0,5 \text{ mm}$$

$$\sigma_{L_{estat}}$$

$$\sigma^2_{L_{final}} = \sigma^2_{L_{instr}} + \sigma^2_{L_{estat}}$$

(Combinação linear dos erros)
Soma como o "teorema de Pitágoras"

Caso um tipo de incerteza seja dominante, pode-se desprezar a outra.

Período do pêndulo medido com o relógio de pulso (1s)

Incerteza instrumental > estatística

Período do pêndulo medido com cronômetro de 0,01s

Incerteza estatística > instrumental

Medida da Densidade de Sólidos

Objetivo

Identificar os diferentes tipos de plásticos que compõem um conjunto de objetos

Identificação

Comparação das medidas (+ incertezas) com valores tabelados de diferentes tipos de plásticos

Densidade (materiais sólidos homogêneos)

$$d = m/V$$

Necessário medir a massa e o volume do objeto

Corpos

A densidade é a relação entre massa e o volume do corpo

$$d = \frac{m}{V}$$

→ massa
→ volume

Densidade volumétrica

Densities of various materials

Material	ρ in kg m^{-3}
Interstellar medium	$10^{-25} - 10^{-15}$
Earth's atmosphere	1.2
Aerogel	1 - 2
Styrofoam	30 - 120
Cork	220 - 260
Water	1000
Plastics	850 - 1400
Glycerol ^{[6][7]}	1261
The Earth	5515.3
Iron	7874
Copper	8920 - 8960
Lead	11340
The Inner Core of the Earth	~13000
Uranium	19100
Tungsten	19250
Gold	19300
Platinum	21450
Iridium	22500
Osmium	22610
The core of the Sun	~150000
White dwarf star	1×10^9 ^[8]
Atomic nuclei	2.3×10^{17} ^[9]
Neutron star	$8.4 \times 10^{16} - 1 \times 10^{18}$
Black hole	4×10^{17}

Density of water

Temp (°C)	Density (kg/m^3)
100	958.4
80	971.8
60	983.2
40	992.2
30	995.6502
25	997.0479
22	997.7735
20	998.2071
15	999.1026
10	999.7026
4	999.9720
0	999.8395
-10	998.117
-20	993.547
-30	983.854

The density of water in kilograms per cubic meter (SI unit) at various temperatures in degrees Celsius.
The values below 0 °C refer to supercooled water.

Density of air

T in °C	ρ in kg/m^3 (at 1 atm)
-25	1.423
-20	1.395
-15	1.368
-10	1.342
-5	1.316
0	1.293
5	1.269
10	1.247
15	1.225
20	1.204
25	1.184
30	1.164
35	1.146

<http://en.wikipedia.org/wiki/Density>

Cálculo da densidade

A densidade é dada por:

$$d = \frac{m}{V}$$

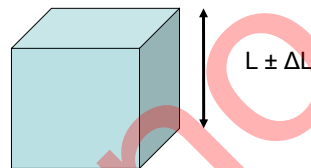
onde, o volume V de um cilindro é:

$$V = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot h$$

e m , h e D são, respectivamente, a massa, a altura e o diâmetro do cilindro.

Uma medida obtida de outra medida tem incerteza?

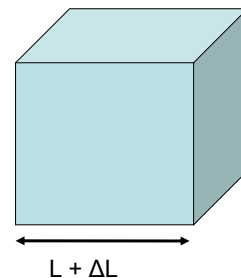
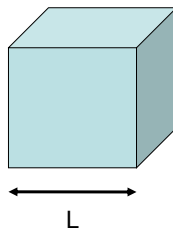
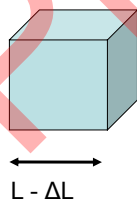
Por exemplo, vamos medir o volume de um cubo. Inicialmente medimos o tamanho de sua aresta com uma régua (que tem uma incerteza associada).



Uma medida obtida de outra medida tem incerteza?

O volume do cubo tem uma incerteza?

A incerteza de uma medida (neste caso, a incerteza na aresta do cubo) se propaga para as medidas obtidas da mesma (o volume do cubo).



Como calcular essa incerteza?

Neste exemplo, temos:

$$V = L^3$$

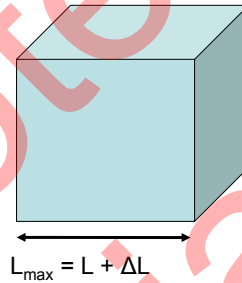
onde: $(L \pm \Delta L)$ é a aresta do cubo (medido com a régua) e sua incerteza.

A incerteza no volume do cubo será dado pelo comprimento máximo que acreditamos que a aresta pode ter:

$$L_{\max} = L + \Delta L,$$

que leva a:

$$V_{\max} = (L_{\max})^3$$



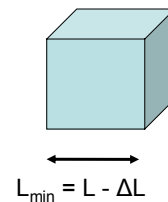
Como calcular essa incerteza?

e o comprimento mínimo acreditamos que ela possa ter:

$$L_{\min} = L - \Delta L,$$

que leva a um volume mínimo dado por:

$$V_{\min} = (L_{\min})^3$$



Com isso, a incerteza no volume pode ser aproximada inicialmente por:

$$\Delta V = [V_{\max} - V_{\min}] / 2$$

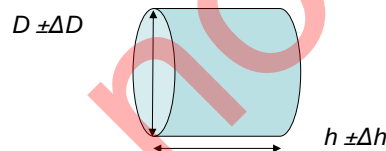
Propagação de incerteza

E se uma grandeza depende de outras duas medidas, como por exemplo, na medida do volume de um cilindro? O que fazer?

O volume de um cilindro é dado por:

$$V = \pi (D/2)^2 h$$

onde, D é o diâmetro do cilindro e h a sua altura ambos com incerteza



1ª estimativa da incerteza do volume do cilindro

Mesmo cientes que a contribuição das incertezas do diâmetro e altura são independentes, nesta primeira avaliação calcularemos a incerteza do volume do cilindro (s_V) como a propagação simultânea dos valores das incertezas do diâmetro e da altura :

$$s_V = \frac{(V_+ - V_-)}{2} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{(D + s_D)^2 (h + s_h) - (D - s_D)^2 (h - s_h)}{2} \right)$$

↑
↑
 Volume máximo Volume mínimo

1ª estimativa da incerteza da densidade

Analogamente ao cálculo do volume, usaremos como primeira avaliação para incerteza da densidade o cálculo da variação máxima levando em consideração a propagação simultânea dos valores das incertezas do volume e da massa:

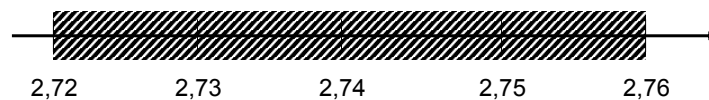
$$s_d = \frac{d_+ - d_-}{2} = \frac{1}{2} \left[\frac{(m + s_m)}{(V - s_v)} - \frac{(m - s_m)}{(V + s_v)} \right]$$

Compatibilidade

Como interpretar o significado da incerteza?

O que significa dizer que minha medida, é $2,74 \pm 0,02$ mm?

Eu tenho confiança que o valor verdadeiro da grandeza medida está entre $(2,74 - 0,02)$ e $(2,74 + 0,02)$

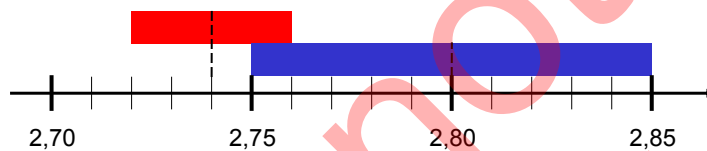


Como comparar os resultados de duas medidas?

É preciso se levar em consideração sempre a incerteza de medida.

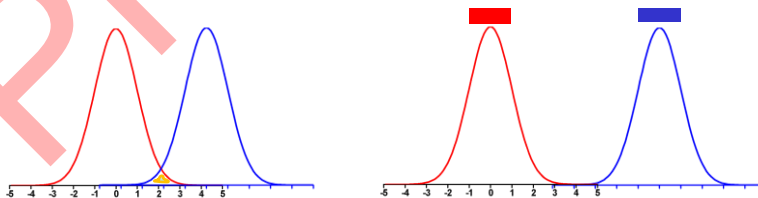
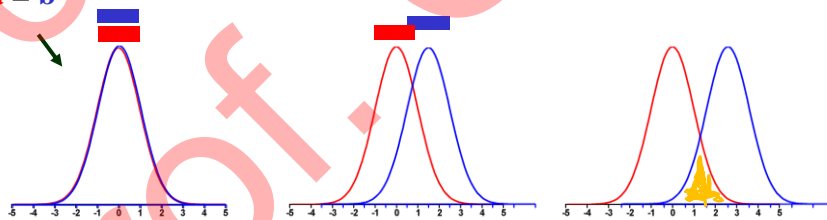
Como devemos considerar a incerteza, nos perguntamos se as medidas são compatíveis ao invés de “iguais”;

Por exemplo, $2,74 \pm 0,02 \text{ mm}$ é compatível com $2,80 \pm 0,05 \text{ mm}$?



Compatibilidade

$a = b$



$a \neq b$

Critério para compatibilidade

Superposição em 1σ = compatíveis

Superposição em 2σ ou 3σ – Compatíveis com menor probabilidade

Teste Z (estimador) indica essa probabilidade

Comparação entre $(a \pm \sigma_a)$ e $(b \pm \sigma_b)$

$$Z = \frac{|a - b|}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}}$$

$0 < Z \leq 1$, compatíveis ao nível de 1σ

$1 < Z \leq 2$, compatíveis ao nível de 2σ

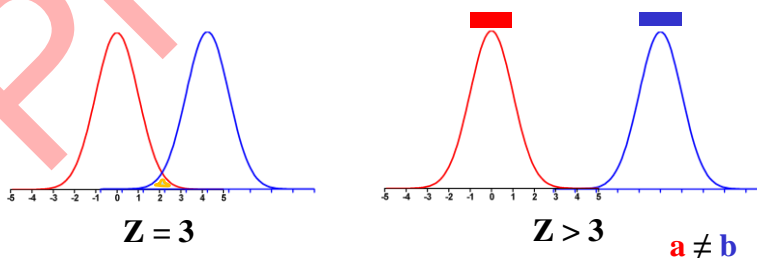
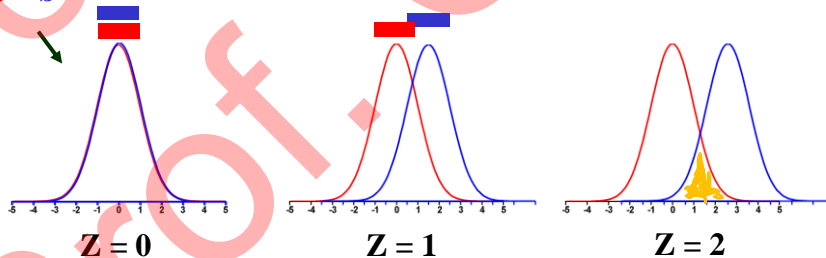
$2 < Z \leq 3$, compatíveis ao nível de 3σ

$Z > 3$, discrepantes

σ é o desvio padrão

Compatibilidade

$a = b$



Procedimento Experimental:

Cada aluno da dupla escolhe dois dos cilindros da caixa (anote o número para usar a mesma na próxima aula)

Em seguida, determina seu volume fazendo todas as medidas necessárias com uma régua. Cada aluno deve determinar quantas vezes é necessário repetir cada medida (geralmente neste caso as medidas podem não variar pois os corpos são muito regulares e a régua não tem precisão para detectar as diferenças)

Mede sua massa usando a balança digital da sala de aula

Análise dos dados

Calcular a densidade do objeto estudado e sua incerteza

Como calcular a incerteza da densidade já que ela não é medida diretamente, mas é obtida através de outras medidas (diâmetro, altura e massa do cilindro)?

Calcular a densidade do objeto estudado e sua incerteza e colocar os valores no gráfico;

Plásticos

Para identificação de um plástico, a incerteza na densidade é tão importante quanto o próprio valor obtido

Plásticos tem valores de densidade muito próximos

Variam entre **0.9 a 1.4 g/cm³**

• Poliamida (nylon)	d = 1.09 a 1.14 g/cm ³
• Polietileno	d = 0.941 a 0.965 g/cm ³
• Polipropileno	d = 0.900a 0.915 g/cm ³
• Acrílico	d = 1.17 a 1.20 g/cm ³
• PVC	d = 1.35 a 1.45 g/cm ³

Conclusões Parciais

Será que é possível que exista mais de um tipo de plástico nas peças do grupo?

Como seria possível saber isso?

Melhorando a precisão do experimento, ou seja, diminuindo as incertezas nas densidades.

Mas, como?

Procedimento Experimental:

Melhorar a medida de massa e a medida do volume dos cilindros

Cada aluno da dupla fará novamente a medida da massa, mas desta vez usando uma balança analítica

Análise dos dados

Calcular novamente a densidade do objeto estudado e sua incerteza com as novas medidas;

Comparar os valores novos com os antigos.

Que podemos concluir dessa comparação?

Exercício 1: Suponha que os valores abaixo sejam resultado do cálculo do volume de cilindros. Reescreva esses valores com o número correto de significantes, cientes que as incertezas correspondem a 5% do valor obtido.

Compare os dois valores de volume do exercício 1 com os valores de incerteza.

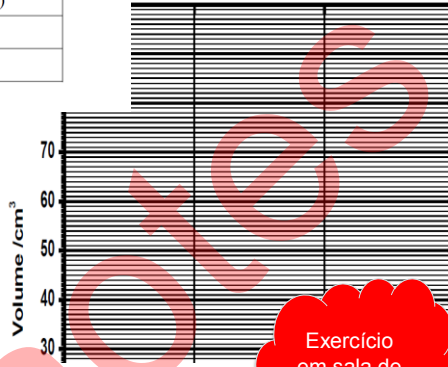
Tabela 1: Valores de volume para cilindros plásticos

Valor obtido (cm ³)	Valor ± incerteza (cm ³)
4,5678	
78,345	

Exercício 2: Indique se os resultados avaliados por dois diferentes experimentadores medindo o mesmo parâmetro são compatíveis. Use para comparação o conjunto de valores obtido com o intervalo de uma incerteza para mais e para menos ($\pm 1 \sigma$) e indique com S ou N a compatibilidade.

Tabela 2: Coerência entre dois experimentadores

Amostra	Aluno 1	Aluno 2	Compatibilidade
1	0,9873 ± 0,0001	0,9875 ± 0,0001	
2	1,0 ± 0,2	0,90234 ± 0,00002	



Exercício em sala de aula

DADOS NA PLANILHA

GRUPOS

$(d_1 \pm \sigma_1), (d_2 \pm \sigma_2), (d_3 \pm \sigma_3)$ e $(d_4 \pm \sigma_4)$ (grupo 1, caixa ###)

$(d_1 \pm \sigma_1), (d_2 \pm \sigma_2), (d_3 \pm \sigma_3)$ e $(d_4 \pm \sigma_4)$ (grupo 2, caixa ###)

$(d_1 \pm \sigma_1), (d_2 \pm \sigma_2), (d_3 \pm \sigma_3)$ e $(d_4 \pm \sigma_4)$ (grupo 3, caixa ###)

.....

Analisar todas as densidades obtidas pela classe (gráfico de d X peças)

Quantos grupos de plásticos encontramos na sala?

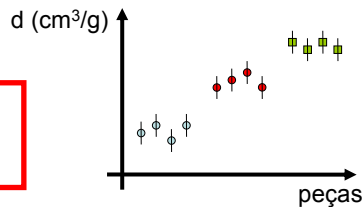
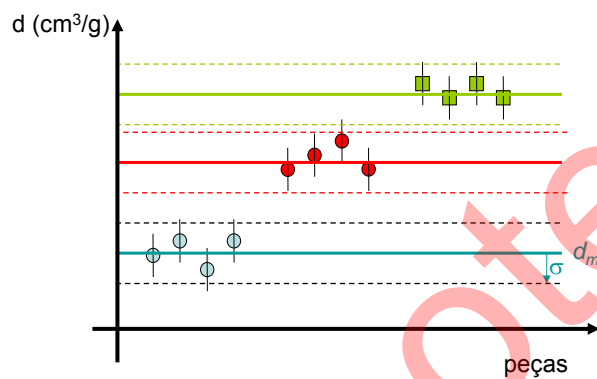


Gráfico d X objeto



Quantos grupos de plásticos temos na sala ?

Mãos a obra!!!



<https://bit.ly/30siPQF>

Lecture notes
Prof. Cristiano