Bens públicos e poluição

Rafael Maddalena

December 3, 2019

1 Introdução

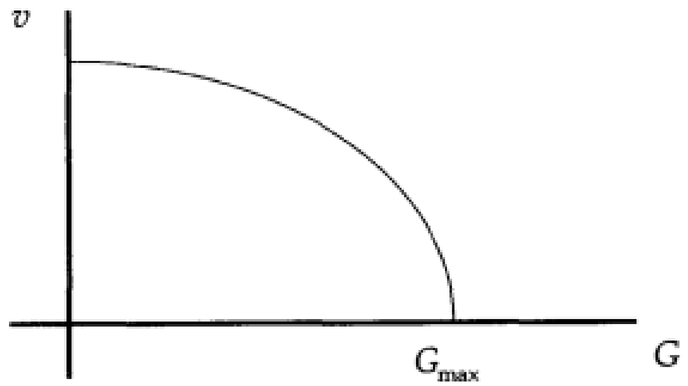
A provisão de bens públicos sempre foi uma questão econômica complicada de se resolver. Muito se diz na literatura sobre a falta de eficiência na provisão de um bem e sobre o uso excessivo de recursos, principalmente em casos onde não há algum um planejador central que maximiza a provisão do bem buscando a eficiência. Começaremos discutindo o problema dos comuns, que discute o uso público de um recurso e resulta no uso insustentável desse mesmo recurso. Depois, criamos um jogo simples do tipo "dilema dos prisioneiros" para modelar a interação entre dois jogadores ao decidir entre tratar seu esgoto ou jogá-lo em uma área comum. A partir desse modelo, usaremos variações com repetições do jogo e assimetria de informação para estudar como a preocupação com o futuro e a falta de informação sobre o outro jogador podem influenciar nos payoffs dos jogadores e incentivá-los a cooperar.

2 O Problema Dos Comuns

2.1 Definição formal

Considera-se os jogadores $I = \{1, 2, ..., n\}$, a quantidade de uso de cada jogar como $g_i \in G_i$ e os payoffs como $\Pi_i(g_i, g_{-i}) = g_i V(g_i + \sum_{j \neq i} g_j) - c.g_i$ onde $V(G)$ é o valor do uso do recurso público para cada jogador quando há um total G de recurso sendo usado. Como os recursos são escassos e o aumento do uso diminui cada vez mais seus retornos, define-se $V'(G) < 0$ e $V"(G) < 0$ da seguinte forma:

Figure 1: Exemplo



dos comuns.png

Se $(g_i^*)_{i\in I}$ é equilíbrio de Nash, então $g_i^* \in argmax\{g_i V(g_i + \sum_{j\neq i} g_j^*) - c.g_i\}$.
A condição de primeira ordem será dada por:

$$V[g_i^* + \textstyle\sum_{j\neq i} g_j^*] + g_i^* V'(g_i^* + \sum_{j\neq i} g_j^*) - c$$

Somando para todos os n jogadores e depois dividindo por n temos:

$$V(G^*) + \frac{G^*}{n} V'(G^*) - c = 0$$

Visto isso, podemos comparar com o caso onde o recurso é privado e apenas um agente o explora, de acordo com a função de maximização $max_{G\geq 0}\{G^{**}V(G^{**}) - cG^{**}\}$, cuja condição de primeira ordem é:

$$V(G^{**}) + G^{**}V'(G^{**}) - c = 0$$

Assim, chega-se à conclusão de que $G^* > G^{**}$, o que significa que no caso do bem público, o recurso será mais usado do que no caso em que um agente escolhe o ótimo do uso do recurso.

3 Poluição e bens públicos

3.1 O caso simplificado

Imagine que duas pessoas têm que decidir entre jogar seus dejetos em uma área comum (um rio, por exemplo) ou tratar seu esgoto antes de jogá-lo. Como a poluição é nociva para a saúde dessas pessoas, consideramos que o esgoto jogado por cada uma das pessoas causa um impacto negativo de a no bem-estar de cada um. Já a opção de tratar o esgoto por ser relativamente cara, causa um impacto negativo de b no bem-estar de cada um, sendo que $a > b$, $a < 0$, $b < 0$, $b > 2a$.
Assim, quando ambos os jogadores decidem poluir (P) o nível de bem-estar de cada um dependerá da própria poluição e da poluição do outro, sendo assim $2a$. Quando ambos decidem não poluir (NP), a situação final de cada um dependerá apenas do próprio gasto com a limpeza, o que implica em um gasto de b para cada. Quando o jogador 1 decide (P) e o outro decide (NP), o primeiro apenas arca com sua própria sujeira, tendo um bem-estar final de a, enquanto que o jogador 2 arca com os custos de sua limpeza mais a sujeira do outro jogador, tendo um bem-estar final de $a+b$, e vice-versa. Podemos observar a representação desse jogo na seguinte tabela:

		J2	
		P	NP
J1	P	$2a$,$2a$	a,$a+b$
	NP	$a+b$,a	b,b

Para encontrar a solução deste jogo, usa-se o conceito de Equilíbrio de Nash, que, de acordo com sua definição, ocorrerá quando a estratégia de cada jogador for a melhor resposta para a estratégia prevista para o outro jogador. Observando a tabela de payoffs, vemos que quando o jogador 1 espera que o jogador 2 escolha P, sua melhor resposta é P, e quando ele espera que o jogador 2 jogue NP, sua melhor estratégia também será P. Como a matriz de payoffs é simétrica, as melhores respostas do jogador 2 para as possíveis estratégias do jogador 1 serão as mesmas do jogador 1. Assim, (P,P) é o único Equilíbrio de Nash desse jogo.

3.2 Jogo repetido

Agora, examinaremos o caso repetido infinitamente usando a mesma tabela de payoffs da subseção 3.1. Nesse caso, as pessoas têm de escolher se jogam seus dejetos no rio ou não a cada instante t, onde cada jogador vê todos os resultados feitos até $t-1$. Definimos um valor de descontos δ para encontrar o valor presente de cada payoff futuro.
Suponhamos que ambos os jogadores comecem o jogo da seguinte forma: em $t = 0$, ambos decidem cooperar escolhendo NP. Em toda nova repetição do jogo, se ambos cooperaram em todos os casos anteriores, os jogadores continuarão cooperando. Caso contrário, eles escolherão P.
Se nenhum jogador desviar da cooperação, ambos terão um payoff dado por:

$$\Pi_c = b + b\delta + b\delta^2 - ...$$

Se em algum momento um dos jogadores decidir desviar da cooperação, seu payoff nesse instante será de a, mas em todas as repetições seguintes, seu payoff será de $2a$. o payoff total desse jogador será:

$$\Pi_{nc} = b + b\delta + b\delta^2 - ... + b\delta^{t-1} + a\delta^t + 2a\delta^{t+1} - ...$$

Para encontrar o valor de δ que incentiva ambos os jogadores a cooperarem, consideramos $\Pi_c - \Pi_{nc}$ um valor não negativo, o que nos dá:

$$\Pi_c - \Pi_{nc} \geq (b-a)\delta^t + (b-2a)\delta^{t+1} + (b-2a)\delta^{t+2} + ... \geq \delta^t \left(\frac{(b-2a)\delta}{1-\delta} + b - a \right) = \delta^t \left(\frac{-a\delta + b - a}{1-\delta} \right)$$

Agora, calcula-se o valor de δ para que $\delta^t \left(\frac{-a\delta + b - a}{1-\delta} \right)$ seja maior ou igual a zero.

$$\delta^t \left(\frac{-a\delta + b - a}{1-\delta} \right) \geq 0 \Rightarrow -a\delta + b - a \geq 0 \Rightarrow \delta \geq \frac{b-a}{a}$$

Esse resultado significa que se o fator de desconto dos payoffs futuros dos jogadores for maior ou igual a $\frac{b-a}{a}$, a estratégia de ambos os jogadores cooperarem é a melhor estratégia que cada um pode ter, caracterizando, assim, um Equilíbrio de Nash em (NP,NP)

3.3 Jogo de reputação

Considere agora um caso onde 1 tem dúvidas sobre como o jogador 2 se comportará. O jogador 1 acredita que o jogador 2 pode simplesmente copiar as ações de 1 quando o jogo se repetir, ou seja, decidir poluir o rio quando observa que o jogador 1 poluiu o rio no período anterior e não poluir quando 1 não poluir.
Formalmente, será um jogo repetido em que o jogador 1 acredita que o jogador 2 pode ter dois tipos de estratégia: ele pode se comportar de forma racional ou ter uma resposta do tipo "olho por olho", o que significa que o jogador 2 reagiria com a mesma estratégia usada pelo jogador 1 no jogo anterior.
O jogador 1, portanto, assume que o tipo de 2 seja "olho por olho" com probabilidade p e racional com probabildade $(1-p)$. Caso o jogador 2 desvie da estratégia "olho por olho", o jogador 2 saberá que seu tipo é "racional".
O timing do jogo com duas repetições será:

- A natureza escolhe um tipo para 2 com probabilidade p para "olho por olho". Caso seja racional, 2 joga qualquer estratégia, inclusive "olho por olho".
- 1 e 2 jogam o dilema dos prisioneiros descrito a seção 2.2 por duas rodadas

- 1 e 2 recebem seus payoffs. Nesse modelo, não há descontos de valor presente para os payoffs de cada estágio.

Assume-se, também que quando 2 for do tipo "olho por olho", ele começará cooperando. Considere 2_o como o jogador 2 do tipo "olho por olho" e 2_r o jogador 2 do tipo "racional".
Resolvendo por indução retroativa, na última repetição do dilema dos prisioneiros, tanto o jogador 1 quanto o jogador 2_r escolherão P pois maximiza seu payoff esperado, o jogador 2_r também escolhe P no primeiro estágio e o jogador 2_o imita no segundo estágio a escolha de 1 no primeiro estágio e joga NP no primeiro estágio.
Assim, para fazer sua escolha na primeira rodada, o jogador 1 calcula o payoff esperado das suas duas opções e escolhe a que lhe dá maior payoff levando em consideração que:

- O jogador 2 é do tipo 2_o com probabilidade p e escolherá NP em $t = 1$ e imitará a jogada de 1 em $t = 2$
- O jogador 2 é do tipo 2_r com probabilidade $1 - p$ e escolherá P nos dois estágios.

A utilidade esperada de 1 será:

$$\mathrm{E}[U_P(p)] = ap + (1-p)2a + 2a$$
$$\mathrm{E}[U_{NP}(p)] = bp + (1-p)(a+b) + ap + 2a(1-p)$$

Em que $\mathrm{E}[U_{NP}]$ é o payoff esperado de jogar NP no primeiro instante e $\mathrm{E}[U_P]$ é o payoff esperado de jogar P no primeiro instante.
Para ver o valor de p que faz com que 1 decida cooperar, calculamos, em valores absolutos:

$$bp + (1-p)(a+b) + ap + 2a(1-p) \leq ap + (1-p)2a + 2a$$
$$p \geq \frac{b-a}{a}$$

O que significa que se a incerteza de 1 for grande o suficiente, ele aceitará não poluir no primeiro estágio.
A tabela a seguir resume as estratégias nesse equilíbrio:

	$t = 1$	$t = 2$
1	NP	P
2_r	P	P
2_o	NP	NP

Examinemos, agora, o caso em que o jogo tem três repetições do dilema do prisioneiro tomando o valor de p do jogo anterior como dado. Primeiro, examinando o payoff de 2_r, sabemos que o payoff de 2_r no jogo anterior foi de $a + 2a$. Caso 2_r decida P no primeiro instante do jogo de três períodos, ele sinalizará seu tipo para o jogador 1, pois se fosse do tipo 2_o, começaria escolhendo NP. Assim, ambos escolheriam P nos dois estágios seguintes, o que levaria a um payoff de $6a$ caso 1 escolha P e $5a$ caso 1 escolha NP, que são menores que se 2_r fingisse ser do tipo 2_o ($4a + b$ se 1 escolhe P e $3a + b$ se 1 escolhe NP). O jogador 1 escolhe, agora, entre P no primeiro instante, o que faria com que 2_o respondesse com P no segundo instante, e assim 1 continuaria jogando P até o fim do jogo; ou jogar NP no primeiro instante, o que faria com que 2_o respondesse com NP no segundo instante, levando a uma situação igual à situação inicial do jogo com dois estágios. Sua utilidade esperada será:

$$\mathrm{E}[U_P(p)] = a + 2a + 2a$$
$$\mathrm{E}[U_{NP}(p)] = b + bp + (1-p)(a+b) + ap + 2a(1-p)$$

Usando $p = \dfrac{b-a}{a}$ encontrado no jogo de dois estágios, resolvemos:

$$\begin{aligned} b + bp + (1-p)(a+b) + ap + 2a(1-p) &\leq a + 2a + 2a \\ 2b + 3a - 2ap &\leq 5a \\ 2b + 3a - 2b - 2a &\leq 5a \\ 5a &\leq 5a \end{aligned}$$

Assim, o valor de p que fez com que os dois jogadores cooperassem na primeira rodada do jogo de dois estágios também fez com que eles cooperassem nas duas primeiras rodadas do jogo de três estágios. Estendendo esse raciocínio para jogos com mais períodos, podemos afirmar que se a incerteza sobre o comportamento do vizinho for grande o suficiente, os jogadores têm incentivo a cooperar desde que essa incerteza se mantenha até o último estágio do jogo, no qual eles esqueceriam a cooperação e escolhem suas estratégias olhando apenas para o payoff imediato.

4 Conclusão

A partir dos modelos apresentados podemos inferir que mesmo em casos onde os jogadores não tem incentivo a cooperar baseados simplesmente em seu ganho imediato, é possível que outros fatores façam com que a cooperação se torne uma alternativa melhor.
O primeiro fator estudado foi o tempo. O modelo estudado que estende o jogo infinitamente pelo tempo mostra que se um fator de desconto para o valor presente (representado no modelo por δ) for grande o suficiente, os jogadores podem ser motivados a cooperarem. Isso pode ser interpretado como uma preocupação com o bem-estar futuro tanto do indivíduo quanto das gerações futuras que um dia irão viver perto desse rio e que poderiam se beneficiar do mesmo se for pouco poluído.
O segundo fator foi o desconhecimento sobre o comportamento do vizinho. a crença de um jogador de que o outro tem grande probabilidade de usar a estratégia chamada de "olho por olho" pode ser interpretada como uma crença de que o próximo estará propenso a cooperar caso o indivíuo também se mostre disposto a cooperar. O resultado dessa crença faz com que ambos cooperem até os momentos finais da interação estratégica. Outro resultado importante é de que mesmo o jogador que não tem a estratégia "olho por olho" tem incentivo a agir de acordo com essa estratégia e cooperar com o outro jogador se o outro jogador acreditar que ele seja do tipo que coopera, o que mostra que mesmo um indivíduo que não se sente naturalmente propenso a cooperar tem incentivo a cooperar por um certo tempo.