

Mecânica Quântica I - 4302403

Respostas da 2ª lista

2) a)

$$x^\dagger = x, \quad i^\dagger = -i, \quad \left(\frac{d}{dx}\right)^\dagger = -\frac{d}{dx}.$$

3) a) \hat{Q} é hermitiano? **R:** Sim.

b)

$$f_\pm(\phi) = Ae^{\pm\phi\sqrt{\lambda_Q}} = Ae^{\pm in\phi}, \quad \lambda_Q = -n^2.$$

c) O espectro é degenerado? **R:** Sim.

6) a)

$$\langle\alpha| = \frac{1}{\sqrt{6}}(-i\langle 1| - 2\langle 2| + i\langle 3|), \quad \langle\beta| = \frac{1}{\sqrt{5}}(-i\langle 1| + 2\langle 3|).$$

c)

$$\langle\alpha|\beta\rangle = \frac{1+2i}{\sqrt{30}} = \langle\beta|\alpha\rangle^*.$$

d) O operador $\hat{A} = |\alpha\rangle\langle\beta|$ é hermitiano? **R:** Não é hermitiano:

$$[\hat{A}] = \frac{1}{\sqrt{30}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2i \\ 2i & 0 & -4 \\ -1 & 0 & -2i \end{pmatrix}$$

7)

$$[\hat{H}] = \epsilon \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad E_\pm = \pm\epsilon\sqrt{2}, \quad |\pm\rangle = |1\rangle + (\pm\sqrt{2} - 1)|2\rangle$$

15)

$$\sigma_x = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{5}{4\pi^2} - \left(\frac{32}{9\pi^2}\right)^2 \cos^2\left(\frac{E_2 - E_1}{\hbar}t\right)},$$
$$\sigma_H = \frac{E_2 - E_1}{2}, \quad \frac{d\langle x \rangle}{dt} = \frac{8\hbar}{3mL} \sin\left(\frac{E_2 - E_1}{\hbar}t\right).$$

Usando

$$E_2 - E_1 = 3\hbar^2\pi^2/2mL^2 \quad \text{e} \quad \frac{1}{3} - \frac{5}{4\pi^2} > \left(\frac{32}{9\pi^2}\right)^2,$$

temos que o princípio de incerteza é obedecido.

16) a) A e H não são compatíveis.

b) A é observável.

c) Na base da energia, o autosistema de H

$$E_1 = \hbar\omega, \quad E_2 = 2\hbar\omega, \quad E_3 = -\hbar\omega, \quad |E_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |E_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |E_3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

e para A ,

$$a_{\pm} = \pm\lambda, \quad a_2 = 2\lambda, \quad |a_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

d) Em $|E_1\rangle$

e) $\text{Prob}(A \rightarrow \pm\lambda) = 1/2$.

f) Apenas $\text{Prob}(H \rightarrow -\hbar\omega) = 1$.

18) a)

$$\phi(p) = \frac{1}{(m\omega\pi\hbar)^{1/4}} \exp\left(-\frac{p^2}{2m\omega\hbar}\right).$$

20)

$$\langle p \rangle = 0, \quad \langle p^2 \rangle = \frac{m\omega\hbar}{2}$$