

Universidade de São Paulo – USP  
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto  
Departamento de Economia

Trabalho de Teoria dos Jogos

Título: Fiscalização de Regras

Igor Soares Costa

Ribeirão Preto

2019

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b> . . . . .	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Equilíbrio</b> . . . . .	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Informação Incompleta: Fiscal Sériio e Fiscal <i>Soft</i>.</b> . . . . .	<b>6</b>

# 1 Introdução

Em muitas situações os agentes auferem certo benefício ao descumprir alguma regra. Contudo, o ótimo social não é atingido quando os agentes levam em conta apenas a sua satisfação pessoal e acabam por diminuir o bem estar coletivo ao descumprir tal regra. Quer-se entender com este trabalho como um agente que é propenso a descumprir certa regra, em benefício próprio, comporta-se sob vigilância.

Para isto, suponha que haja um segundo agente, digamos um vigilante, no qual sua função é verificar que o indivíduo não descumpra tal regra.

Assumimos por hipótese que o indivíduo goste de burlar uma certa regra, porém não gosta quando é pego pelo vigilante. Então temos o seguinte jogo:

- (i) o conjunto de jogadores é  $I = \{1, 2\}$ ;
- (ii) o espaço de estratégia do indivíduo 1 é  $S_1 = \{B, C\}$  em que  $B$  significa burlar alguma regra e  $C$ , cumprir tal regra;
- (iii) o espaço de estratégia do indivíduo 2, o vigilante, é  $S_2 = \{F, N\}$ , em que  $F$  significa fiscalizar o indivíduo 1 e  $N$ , não fiscalizar;
- (iv) a função payoff do jogador 1 é dada por

$$u_1(s_1, s_{-1}) = \begin{cases} 0 & \text{se } s_1 = C \text{ e } s_{-1} = F \\ -1 & \text{se } s_1 = C \text{ e } s_{-1} = N \\ -10 & \text{se } s_1 = B \text{ e } s_{-1} = F \\ 10 & \text{se } s_1 = B \text{ e } s_{-1} = N \end{cases}$$

- (v) a função payoff do jogador 2 é dada por

$$u_2(s_2, s_{-2}) = \begin{cases} 0 & \text{se } s_2 = N \text{ e } s_{-2} = C \\ -1 & \text{se } s_2 = N \text{ e } s_{-2} = B \\ 1 & \text{se } s_2 = F \text{ e } s_{-2} = B \\ -1 & \text{se } s_2 = F \text{ e } s_{-2} = C \end{cases}$$

Podemos resumir tal jogo na seguinte matriz:

		Jogador 2	
		F	N
Jogador 1	C	0,-1	-1,0
	B	-10,1	10,-1

## 2 Equilíbrio

O Jogador 1 tem uma incerteza sobre o que o Jogador 2 irá fazer e, de modo análogo, o Jogador 2 está incerto do que o 1 irá fazer. Desta forma, defina  $q$  como a probabilidade do Jogador 2 escolher F tal que  $0 \leq q \leq 1$ . Assim,  $1 - q$  é a probabilidade do Jogador 2 escolher N. De maneira similar, seja  $r$  a probabilidade do Jogador 1 jogar C tal que  $0 \leq r \leq 1$ . Então,  $1 - r$  é a probabilidade do Jogador 1 escolher B.

Temos que

$$\begin{aligned}u_1[C, (q, 1 - q)] &= 0 \cdot q + (-1)(1 - q) \\ &= q - 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_1[B, (q, 1 - q)] &= (-10)q + 10(1 - q) \\ &= 10 - 20q\end{aligned}$$

Logo,

$$S_1^*(P_{-1}^1) = \begin{cases} \{C\} & \text{se } q > \frac{11}{21} \\ \{C, B\} & \text{se } q = \frac{11}{21} \\ \{B\} & \text{se } q < \frac{11}{21} \end{cases}$$

Temos ainda que

$$\begin{aligned}u_2[F, (r, 1 - r)] &= (-1)r + 1(1 - r) \\ &= 1 - 2r\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_2[N, (r, 1 - r)] &= 0 \cdot r + (-1)(1 - r) \\ &= r - 1\end{aligned}$$

Logo,

$$S_2^*(P_{-2}^2) = \begin{cases} \{F\} & \text{se } r < \frac{2}{3} \\ \{F, N\} & \text{se } r = \frac{2}{3} \\ \{N\} & \text{se } r > \frac{2}{3} \end{cases}$$

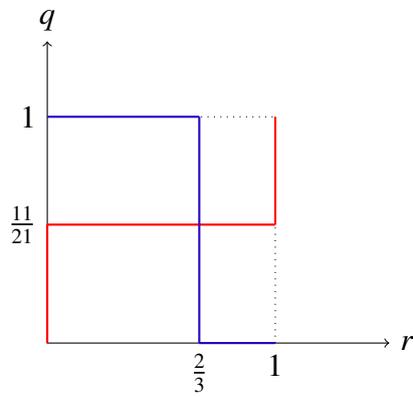
Veja ainda que

$$\begin{aligned}u_1[(r, 1 - r), (q, 1 - q)] &= r \cdot u_1[C, (q, 1 - q)] + (1 - r) \cdot u_1[B, (q, 1 - q)] \\ &= r(q - 1) + (1 - r)(10 - 20q) \\ &= r(21q - 11) + 10 - 20q\end{aligned}$$

$$r^*(q) = \begin{cases} \{1\} & \text{se } q > \frac{11}{21} \\ [0, 1] & \text{se } q = \frac{11}{21} \\ \{0\} & \text{se } q < \frac{11}{21} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_2[(r, 1-r), (q, 1-q)] &= q \cdot u_2[F, (r, 1-r)] + (1-q) \cdot u_2[N, (r, 1-r)] \\ &= q(1-2r) + (1-q)(r-1) \\ &= q(2-3r) + r - 1 \end{aligned}$$

$$q^*(r) = \begin{cases} \{1\} & \text{se } r < \frac{2}{3} \\ [0, 1] & \text{se } r = \frac{2}{3} \\ \{0\} & \text{se } r > \frac{2}{3} \end{cases}$$



### 3 Informação Incompleta: Fiscal S3rio e Fiscal *Soft*.

Assumimos anteriormente que o Fiscal era comprometido com sua fun33o. Contudo, em alguns casos, essa n3o necessariamente 3 a realidade. Em algumas situa33es, o fiscal 3 mais leniente. Vamos ent3o, estender a nossa an3lise adicionando uma incerteza sobre o tipo do fiscal.

Seja  $\{C, B\}$  o conjunto de a33es do indiv3duo, em que  $C$  representa cumprir a regra e  $B$ , burlar. Seja ainda  $\{M, L, N\}$  o conjunto de a33es do Fiscal, em que  $M$  representa fiscalizar e multar o indiv3duo,  $L$ , representar ser leniente e deixar o indiv3duo burlar a regra e  $N$ , n3o fiscalizar.

Suponha que o fiscal seja do tipo s3rio, Fiscal S3rio, com probabilidade  $\theta \in [0, 1]$  e do tipo mais leniente, Fiscal *Soft*, com probabilidade  $1 - \theta$ . Os payoffs s3o dados pelas respectivas matrizes.

		Fiscal S3rio		
		M	L	N
Indiv3duo	C	0,-1	-1,-1	-1,0
	B	-1, 1	1, -1	1, -1

		Fiscal <i>Soft</i>		
		M	L	N
Indiv3duo	C	0,-1	-1,0	-1,0
	B	-1, 1	1, 0	1, 0

Naturalmente interpretamos  $\theta$  como a incerteza do Indiv3duo quanto ao tipo do Fiscal.

Resumimos os payoffs esperado na seguinte matriz

	MM	ML	MN	LL	LM	LN	NN	NM	NL
C	0,-1	$\theta-1, -\theta$	$\theta-1, -\theta$	-1, - $\theta$	- $\theta, -1$	-1, - $\theta$	-1, 0	- $\theta, \theta-1$	-1, 0
B	-1, -1+2 $\theta$	1-2 $\theta, \theta$	1-2 $\theta, \theta$	1, - $\theta$	-1+2 $\theta, 1-2\theta$	1, - $\theta$	1, - $\theta$	-1+2 $\theta, 1-2\theta$	1, - $\theta$

Uma pergunta interessante 3 questionar qual o  $\theta > 0$  que faz o Indiv3duo querer burlar.

Observe que uma condi33o necess3ria 3 as seguintes restri33es satisfeitas

$$-1 + 2\theta \leq \theta \tag{1}$$

$$\theta - 1 \leq 1 - 2\theta \leq \theta \tag{2}$$

O que implica em  $\frac{1}{3} \leq \theta \leq \frac{2}{3}$ .

Portanto, se  $\frac{1}{3} \leq \theta \leq \frac{2}{3}$ , temos dois BNE: o indivíduo burlando, o fiscal multando se ele for sério e sendo leniente se for *soft*; e o indivíduo burlando com o fiscal multando se for sério e não fiscalizando se for *soft*.

Concluimos que a falta de credibilidade acerca da seriedade do fiscal, pode incentivar o descumprimento de uma certa regra.