

Equação de movimento de um corpo rígido.

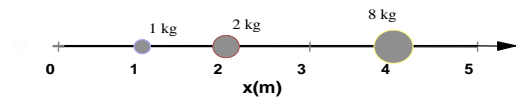
Sumário

Centro de massa de sistemas de partículas	2
1. Centro de massa em uma dimensão, formal.....	2
2. Centro de massa em duas dimensões, formal I	2
3. Centro de massa em duas dimensões, formal II	2
4. Centro de massa em duas dimensões, sem figura, formal.....	2
Centro de massa de um objeto plano	2
5. Placa homogênea.....	2
Centro de massa de sistemas de duas partículas em movimento	3
6. Dois veículos numa estrada; problema termina antes de se tornar interessante.....	3
7. (HRK E 7.5) Duas partículas com força de interação constante	3
8. Remador que se move dentro da canoa	3
9. (HRK E 7.7, modificado) Cachorro que se move dentro de um barco	3
10. Duas pessoas que se movem dentro de um barco – limites do movimento.....	4
11. Balonista que desce e sobe na escada presa a um balão	4
12. (HRK E 7.8) Duas pessoas que se movem em um barco – deduzir a massa a partir do deslocamento.....	4
13. Salto do trenó em movimento.....	5
14. Duas pessoas numa plataforma móvel.....	5
15. Explosão do barco	5
16. Manobra no skate.....	6
17. (HRK E 7.6) Explosão em movimento.....	6
18. (HRK E 7.18) Sequência de tiros de canhão sobre plataforma móvel	6
19. Tiro de canhão sobre plataforma que se arrasta sobre o solo	6
20. Explosão no espaço	7
21. (HRK P 7.7) Tiro de canhão sobre plataforma móvel.....	7
22. Conceito de sistema de partículas.....	7
23. Plataforma de massa variável com aceleração descontínua	7
24. Conceito de impulso	7
25. Conceitos de força, impulso e quantidade de movimento	7

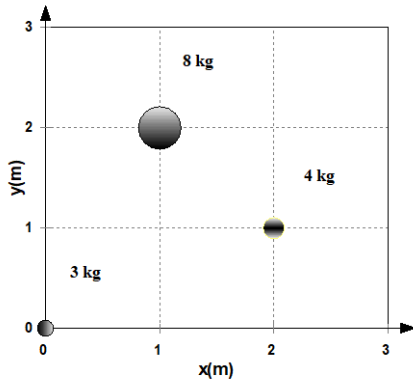
Centro de massa de sistemas de partículas

1. Centro de massa em uma dimensão, formal

Calcule o centro de massa das três partículas que aparecem na figura à direita.



2. Centro de massa em duas dimensões, formal I

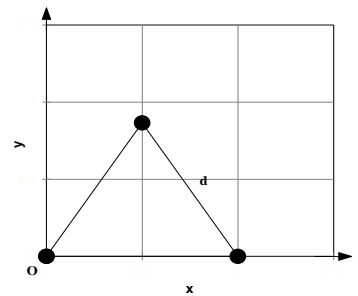


Determine o Centro de Massa das 3 partículas mostradas na figura à esquerda.

3. Centro de massa em duas dimensões, formal II

Considere 3 corpos iguais de massa m localizados nos vértices de um triângulo equilátero de lado d , conforme a figura à direita.

Determine as coordenadas do centro de massa desse sistema.



4. Centro de massa em duas dimensões, sem figura, formal

Quatro partículas têm as seguintes massas e coordenadas:

$$M_a = 6,0 \text{ kg}; x_a = y_a = 0,0 \text{ cm}; \quad M_b = 3,0 \text{ kg}; x_b = y_b = 10,0 \text{ cm};$$

$$M_c = 2,5 \text{ kg}; x_c = 1,0; y_c = 2,0 \text{ cm}; \quad M_d = 6,0 \text{ kg}; x_d = -2,0; y_d = -6,0 \text{ cm}.$$

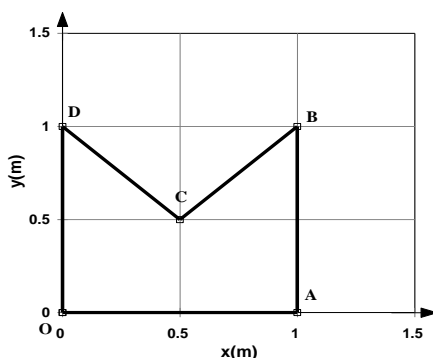
- Represente esses 4 corpos num plano x-y;
- Determine as coordenadas X_{cm} e Y_{cm} do centro de massa desse sistema.

Centro de massa de um objeto plano

5. Placa homogênea

Considere a placa homogênea OABCD ilustrada na figura ao lado.

- Determine as coordenadas do centro de massa, considerando que a placa é formada por 3 triângulos iguais.
- Mostre que se obtém o mesmo resultado do item anterior quando se calcula o centro de massa do quadrado OABD e remove-se o triângulo BCD.



Centro de massa de sistemas de duas partículas em movimento

6. *Dois veículos numa estrada; problema termina antes de se tornar interessante*

Um veículo utilitário com 2000 kg de massa se move ao longo de uma estrada reta inicialmente a 90 km/h e é seguido por um veículo de passageiros com 900 kg de massa a 60 km/h.

- Determine a velocidade do Centro de Massa (CM) desses dois veículos.
- Determine a velocidade do CM quando o veículo de 900 kg se move a 90 km/h e é seguido pelo utilitário, a 60 km/h.
- Interprete a diferença entre as respostas a) e b).

7. *(HRK E 7.5) Duas partículas com força de interação constante*

Duas partículas P e Q , com massas de 1,43 kg e 4,29 kg, respectivamente, estão em repouso e separadas de 1,64 m, quando uma força de atração mútua constante e de módulo $1,79 \cdot 10^{-2}$ N começa a agir. Nenhuma força externa atua no sistema formado por P e Q .

- Descreva o movimento do centro de massa.
- Determine a que distância da posição original de P as partículas irão colidir.

8. *Remador que se move dentro da canoa*

Um remador de 75 kg está sentado na popa de uma canoa de 150 kg e 3,0 m de comprimento, que está parada perpendicularmente à margem de um lago. A proa está encostada em uma estaca, onde o remador quer amarrar a canoa. Ele se levanta e caminha até a proa, o que leva a canoa a afastar-se da margem. Da proa, ele consegue, esticando o braço, alcançar até 80 cm para fora do barco.

Determine se o remador conseguirá agarrar a estaca e, caso não consiga, calcule o quanto faltará para isso.

Ignore a resistência da água.

A fim de formar uma imagem mais concreta do sistema, considere o centro de massa da canoa localizado no seu ponto médio.

9. *(HRK E 7.7, modificado) Cachorro que se move dentro de um barco*

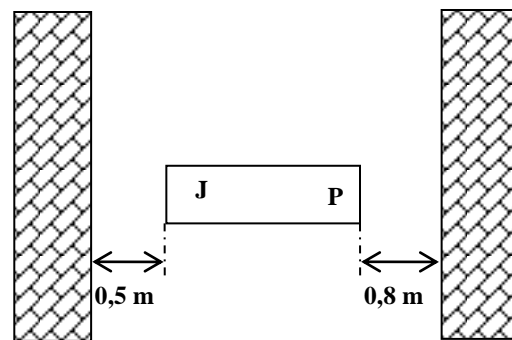
Um cachorro, cuja massa é 10,0 kg, está na popa de um barco de 2,5 m de comprimento, inicialmente parado com a proa a 0,5 m da margem e orientado perpendicularmente à margem do lago. Ele caminha os 2,5 m do comprimento do barco, chegando à proa, e pára. A massa do barco é 20 kg.

Ignore o atrito entre o barco e a água.

- Explique por que o centro de massa do sistema formado pelo cachorro e o barco não se move durante a caminhada.
- Determine a que distância o cachorro estará da margem no fim da sua caminhada.

10. Duas pessoas que se movem dentro de um barco – limites do movimento

Um barco, com 3,0 m de comprimento e 20 kg de massa, está parado entre duas margens de um braço estreito de um lago, orientado perpendicularmente às margens como mostra a figura ao lado. Inicialmente, José, com 80 kg de massa, está sentado do lado próximo à margem esquerda e Pedro, com 40 kg, está sentado próximo à margem direita, cada um ocupando uma extremidade do barco, como mostra a figura. Com um rearranjo das posições de Pedro e José, é possível fazer o barco encostar-se a qualquer uma das margens, mas os ocupantes somente conseguem amarrar o barco a uma delas.



Determine:

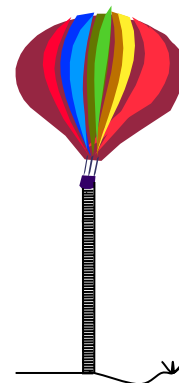
- um conjunto de posições de Pedro e José que façam o barco encostar a margem **esquerda**.
- o mesmo que a), mas encostando na margem **direita**.
- se possível**, as posições de Pedro e José de modo que o barco encoste à margem esquerda e um dos ocupantes esteja na posição da margem.
- o mesmo que c), com o barco encostado na margem direita.
- Explique porque não é possível aos ocupantes amarrarem o barco à margem se nenhum deles estiver na posição de margem quando o barco está encostado.

Ignore:

- o atrito entre o barco e a água.
- as dimensões dos passageiros.

11. Balonista que desce e sobe na escada presa a um balão

Uma balonista com massa $m = 70$ kg está a bordo de um balão de massa $M = 180$ kg, aí incluídas as massas do balão propriamente dito, da cesta e dos demais equipamentos de bordo. Do balão pende uma longa escada de corda, cuja massa deve ser ignorada, cujos degraus distam 40 cm um do outro. A balonista então desce 50 degraus pela escada, para, *tanto em relação ao balão quanto em relação ao solo*, olha para baixo e percebe que a extremidade inferior da escada está apenas tocando o chão e que entre ela e o solo existem mais 100 degraus.



Descrevendo de modo conciso o raciocínio usado na resolução, determine:

- a que altura do solo a balonista se encontra quando desce e chega no degrau mais baixo.
- o tamanho do pedaço da corda que ficará deitada no chão no fim de seu movimento ao voltar ao balão.

Sistemas de múltiplas partículas

12. (HRK E 7.8) Duas pessoas que se movem em um barco – deduzir a massa a partir do deslocamento

Ricardo, de 78 kg, e Judite, que é mais leve, estão sentados em uma canoa de 32 kg, passeando numa lagoa. Seus assentos estão separados por 2,9 m e localizados simetricamente em relação ao centro da canoa. Quando a canoa está em repouso em águas paradas, eles trocam de lugar e a canoa se desloca 40 cm em relação a um toco submerso.

Determine a massa de Judite.

13. Salto do trenó em movimento

João e Maria estão sentados em um trenó que está inicialmente em repouso sobre uma superfície de gelo horizontal e plana, cujo coeficiente de atrito cinético com o trenó é 0,2. A massa de João é 80 kg, a de Maria, 50 kg e a do trenó, 30 kg. Em um certo instante, Maria pula para fora do trenó e João não se move *em relação ao trenó*. Ao saltar, a velocidade de Maria em relação ao trenó tem módulo 7 m/s e forma um ângulo de 30° com o plano horizontal, *no sistema de referência do trenó*.



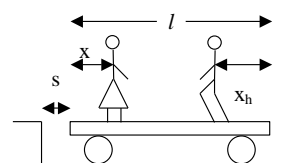
- Esquematize as situações antes e depois do salto. Demonstre, a partir da conservação da quantidade de movimento, que a velocidade horizontal do centro de massa continuará sendo 0 apesar do movimento de Maria.
- Calcule o vetor velocidade inicial de recuo do trenó em *relação ao solo*.
- Calcule o vetor velocidade de Maria em *relação ao solo* quando salta do trenó.
- Determine a distância que o trenó percorre sobre o gelo desde o salto de Maria até parar.
- Em um diagrama de corpo livre, identifique a força que impede a conservação da componente *vertical* da quantidade de movimento do sistema João + Maria + trenó e determine a causa dessa força.

Considere que a superfície do gelo evita qualquer movimento vertical do trenó.

Use $g = 10 \text{ m/s}^2$ para a intensidade do campo de gravidade no local.

14. Duas pessoas numa plataforma móvel

O homem de massa m_h e a mulher de massa m estão em pé sobre uma plataforma móvel de massa m_p , cujas rodas rolam sem escorregar e sem atrito com os eixos. A figura ao lado ilustra a definição das grandezas e coordenadas relevantes: s é a distância da plataforma móvel até a plataforma fixa, l é o tamanho da plataforma móvel, x é a **distância** da mulher até a extremidade da plataforma móvel mais próxima da plataforma fixa e x_h é a **distância** do homem até a extremidade oposta. A plataforma móvel está parada e encostada na plataforma fixa (ou seja, $s = 0$), quando o homem e a mulher, partindo das extremidades, começam a se aproximar.



- Explique por que a plataforma móvel não se desloca quando a mulher vai em direção ao homem, quando ele permanece parado.
- Determine a posição da plataforma em função da posição do homem, quando a mulher fica parada, e mostre que nessa situação a plataforma móvel sempre se descola da plataforma fixa.
- Deduza uma expressão para o deslocamento s da plataforma quando os dois se encontram, em termos do deslocamento x_h do homem em relação à plataforma.

Conservação da quantidade de movimento em um sistema de partículas

15. Explosão do barco

Um barco em repouso explode, partindo-se em três pedaços, que são projetados em direções paralelas à superfície da água. Dois deles, um com o dobro da massa do outro, têm velocidades de módulo igual a 31 m/s e são perpendiculares entre si. A massa do terceiro pedaço é o triplo da massa do mais leve de todos.

Determine o módulo e a direção da velocidade do pedaço mais pesado imediatamente após a explosão; especifique a direção dando o ângulo em relação à velocidade do pedaço mais leve.

16. Manobra no skate

Em uma pista plana e horizontal, um garoto de massa 30 kg, correndo a 2,5 m/s salta sobre um carrinho de massa 10 kg, que estava parado, permanecendo sem se deslocar em relação ao carrinho durante uns instantes. Em seguida, o garoto começa a andar sobre o carrinho com velocidade de 0,5 m/s, relativa ao carrinho, dirigindo-se para a frente do mesmo e, quando o garoto chega na extremidade, ele salta para a frente (portanto, para fora do carrinho), com velocidade de 1,0 m/s em relação ao carrinho, na direção horizontal.

Determine a velocidade:

- a) do conjunto carrinho+garoto enquanto o garoto não se desloca em relação ao carrinho.
- b) do carrinho enquanto o garoto move-se sobre o carrinho.
- c) do carrinho depois do salto final.

Desafios:

- i. Se a velocidade do carrinho for u para a direita e o garoto de massa m saltar para a esquerda com velocidade, em relação ao carrinho, v , qual será a variação de velocidade do carrinho?
- ii. Suponha que o carrinho esteja inicialmente em repouso e sobre ele existam n garotos. Se cada garoto saltar sucessivamente com velocidade v , eles transmitiriam ao carrinho maior velocidade do que seria transmitida se todos saltassem ao mesmo tempo? Justifique.

17. (HRK E 7.6) Explosão em movimento

Uma bomba é lançada de uma arma com velocidade inicial de 466 m/s, em um ângulo de $57,4^\circ$ acima da horizontal. No topo da trajetória, a bomba explode em dois fragmentos de massas iguais. Um dos fragmentos, cuja velocidade imediatamente depois da explosão é nula, cai verticalmente.

Determine a que distância da arma cairá o outro fragmento, supondo que o terreno seja plano.

18. (HRK E 7.18) Sequência de tiros de canhão sobre plataforma móvel

Um vagão de trem se move ao longo de um trilho a uma velocidade com intensidade de 45,0 m/s; as rodas rolam sem escorregar e sem atrito com os eixos. Montado sobre o vagão e apontando para a frente, está um canhão que dispara balas com 65,0 kg com uma velocidade de disparo de módulo 625 m/s *em relação ao canhão*. A massa total do vagão, do canhão e do grande suprimento de munição é de 3500 kg.

Determine quantas balas devem ser disparadas para que o vagão seja trazido o mais próximo possível do seu repouso.

19. Tiro de canhão sobre plataforma que se arrasta sobre o solo

Um canhão, montado sobre uma carreta, aponta numa direção que forma um ângulo de 30° com a horizontal, quando atira uma bala de 50 kg, cuja velocidade na boca do canhão é 300 m/s. A massa total do canhão e da carreta é 5 toneladas e as rodas estão travadas, de modo que o coeficiente de atrito cinético da carreta com o chão é 0,7.

Determine:

- a) a componente horizontal da velocidade inicial de recuo da carreta.
- b) a distância que a carreta recua.

20. Explosão no espaço

Um foguete espacial está viajando a 3860 km/h em relação à Terra quando o último estágio é desengatado e lançado para trás com a velocidade de 125 km/h em relação ao módulo de comando, cuja massa é $\frac{1}{4}$ da massa do último estágio.

Determine a velocidade do módulo de comando após a separação.

21. (HRK P 7.7) Tiro de canhão sobre plataforma móvel

Um canhão de 1400 kg está posicionado num ângulo de elevação de $39,0^\circ$ acima da horizontal. Ele atira uma bala de 70,0 kg com velocidade de saída de 556 m/s, em relação ao canhão, que está montado em trilhos horizontais de forma que pode recuar livremente, sem perdas por atrito.

Determine:

- a) a velocidade da bala em relação ao solo.
- b) o ângulo a bala é projetada.

Sugestão: a componente horizontal da quantidade de movimento do sistema permanece inalterada enquanto a arma está atirando.

22. Conceito de sistema de partículas

Um cubo de gelo é atirado com velocidade \vec{v} em direção ao espaço vazio, sem gravidade. O cubo derrete em água gradualmente e depois ferve transformando-se em vapor de água.

- a) Este é um sistema de partículas durante todo o tempo?
- b) A configuração do sistema de partículas permanece a mesma?
- c) O movimento do centro de massa sofre alguma alteração brusca?
- d) A quantidade de movimento total se altera?

23. Plataforma de massa variável com aceleração descontínua

Um vagão de trem encontra-se inicialmente em repouso. Ele carrega N pessoas, cada uma com peso \vec{p} . Se cada pessoa, sucessivamente, corresse paralelamente ao trilho com a velocidade \vec{v}_{rel} e saltasse para o solo no final do vagão, ela emprestaria ao vagão uma maior velocidade do que se todas as N pessoas corressem e saltassem ao mesmo tempo? Justifique sua resposta.

24. Conceito de impulso

Durante um intervalo de tempo Δt , a força resultante sobre o corpo é \vec{F} . O corpo estava inicialmente em repouso e atingir uma velocidade final igual a \vec{v} .

Determine em que condições uma força resultante igual a $\vec{F}/2$ poderia produzir a mesma velocidade final.

25. Conceitos de força, impulso e quantidade de movimento

Um caminhão acelera ao descer uma colina. Um sistema de referência inercial está fixo no solo com origem em um poste. Um segundo sistema de referência inercial está fixo no interior de um carro de polícia que está descendo a colina com velocidade constante.

Determine e explique:

- a) se a quantidade de movimento linear do caminhão é a mesma nos dois sistemas de referência.
- b) se a taxa de variação do momento linear do caminhão é a mesma nos dois sistemas.