

João Pedro da Ponte  
Maria de Lurdes Serrazina

*Vinício de M. Santos  
2001*

**DIDÁCTICA DA MATEMÁTICA  
DO 1.º CICLO**

Universidade Aberta  
2000

Copyright © **UNIVERSIDADE ABERTA** – 2000

Palácio Ceia • Rua da Escola Politécnica, 147

1250 Lisboa

DL: 154504/00

ISBN: 972-674-313-3

## 9. Medida

## Objectivos de aprendizagem

No fim deste capítulo espera-se que:

- fique a conhecer os principais objectivos curriculares no domínio das grandezas e medida a desenvolver neste nível de ensino;
- seja capaz de conceber e seleccionar tarefas para uma aprendizagem significativa dos conceitos de grandeza e de medida;
- identifique as diferentes etapas para a aquisição do conceito de medida pelos alunos;
- identifique os aspectos fundamentais a desenvolver com os alunos para a aquisição das diversas grandezas estudadas no 1º ciclo do ensino básico;
- seja capaz de referir actividades a desenvolver com os alunos para desenvolverem a sua capacidade de estimação.

## Resumo

As grandezas e medidas têm uma grande importância no desenvolvimento da ciência e da tecnologia, na vida quotidiana e no mundo do trabalho. Realizar medições e manipular instrumentos de medida é importante tanto na vida do dia-a-dia como em muitas profissões.

O trabalho com grandezas e medida envolve os conceitos de grandeza e de medida. É fundamental realizar actividades de comparação directa e indirecta, de selecção de uma unidade de medida a fim de compreender o que é medir. A propriedade transitiva e a conservação de quantidades são aspectos essenciais neste processo.

Neste Capítulo são ainda passadas em revista as diferentes grandezas estudadas no 1º ciclo – comprimento, área, volume e capacidade, massa, tempo e dinheiro e o trabalho a realizar com os alunos neste domínio.

## 9.1 Introdução

O programa do 1º ciclo dá um lugar destacado às questões relacionadas com a medida<sup>1</sup>. A sua inclusão justifica-se pois tanto na vida do dia-a-dia como em muitas profissões é importante realizar medições e ser capaz de manipular instrumentos de medida. Também a evolução tecnológica e científica está associada ao grau de precisão nas medidas.

Aspectos como saber quando um atributo de um objecto pode ser quantificado e portanto mensurável, seleccionar unidades de medida adequadas ou compreender um sistema de medidas, são fundamentais em Matemática e devem ser trabalhados ao longo do 1º ciclo da educação básica. É nesta perspectiva que são definidos os objectivos curriculares para as Grandezas e Medidas (Quadro XLII).

<sup>1</sup> Aspectos ligados à medida são abordados no programa do 1º ciclo no bloco Grandezas e Medidas.

### Quadro XLII – Objectivos curriculares para as Grandezas e Medida

- 
- A compreensão do processo de medição e dos sistemas de medidas e a aptidão para fazer medições em situações diversas do quotidiano utilizando instrumentos apropriados;
  - A compreensão de conceitos como os de comprimento, área, volume e a aptidão para utilizar conhecimentos sobre esses conceitos na resolução de problemas;
  - A aptidão para efectuar medições em situações diversas e fazer estimativas, bem como a compreensão do sistema métrico.

(In Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p. 90, 91)

---

## 9.2 Grandezas e Medidas

Muitos conceitos importantes em Matemática constroem-se tendo por base processos de classificação e ordenação. É o que acontece com o conceito de grandeza.

Parte-se de um conjunto de objectos e de entre os seus atributos – cor, tamanho, massa, comprimento, etc. – escolhe-se um que seja mensurável. Se o atributo escolhido for o comprimento, os objectos do conjunto comparam-se segundo o critério ‘é tão grande como’. A comparação dá origem a uma partição no conjunto de objectos de maneira que cada subconjunto da partição (classe de



equivalência) é formado por objectos que têm o mesmo comprimento. Obtém-se assim uma classificação dos objectos de partida segundo o atributo 'comprimento'. Cada classe de equivalência assim obtida chama-se quantidade da grandeza, neste caso quantidade de comprimento, ou simplesmente comprimento.

É assim possível comparar objectos que pertencem a classes diferentes e concluir que um é maior que o outro, estabelecendo-se no conjunto das classes de equivalência uma ordenação segundo o critério 'é mais comprido que' que ordena as diferentes quantidades da grandeza, isto é os diferentes comprimentos.

O conjunto de todas as quantidades constitui a grandeza. Neste conjunto é possível definir uma lei de composição interna, isto é, é possível 'somar' duas quantidades da mesma grandeza. Por exemplo, para 'somar' dois comprimentos basta tomar um representante de cada uma das classes a que eles pertencem e justapô-los. Sejam  $a$  e  $b$  dois comprimentos,  $l$  um representante da classe  $a$  e  $m$  um representante da classe  $b$  (Figura 16).

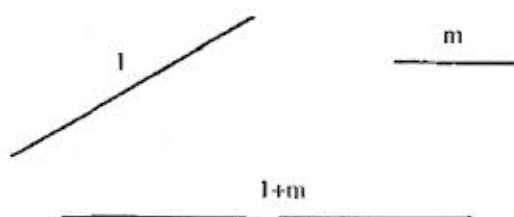


Figura 19 – Soma de dois comprimentos.

$l + m$  é um representante da classe soma de  $a$  com  $b$ .

Facilmente verificamos que a operação assim definida tem as propriedades associativa, comutativa e existência de elemento neutro.

Assim, podemos dizer que uma grandeza é um conjunto de classes de equivalência, onde se definiu uma relação de ordem e onde é possível definir uma lei de composição interna que tem as propriedades associativa, comutativa e elemento neutro.

No Quadro XLIII estão esquematizadas as diferentes etapas a prosseguir na construção do conceito de grandeza. De salientar que nas colunas dois e quatro estão indicadas actividades de dois níveis diferentes. No primeiro nível trabalha-se com objectos e no segundo nível com classes de objectos.

Nos Quadros XLIV e XLV estão representadas as diferentes etapas para os casos particulares das grandezas comprimento e capacidade, respectivamente.

**Quadro XLIII – Diferentes etapas para o conceito de grandeza**

Situação	Actividade I	Partição	Actividade II	Quantidades ordenadas
Objectos para comparar	Comparação de objectos dois a dois. Constituição de classes de equivalência	Classe de objectos da mesma grandeza - cada classe é uma quantidade	Ordenação das classes (a partir da comparação de objectos)	Classes ordenadas - cada classe é uma quantidade

**Quadro XLIV – Diferentes etapas para a grandeza comprimento**

Situação	Actividade I	Partição	Actividade II	Quantidades ordenadas
Segmentos. Barras de madeira, cordas, fios, ...	Comparação de objectos dois a dois, segundo o critério 'é tão comprido como'	Classe de objectos do mesmo comprimento. Cada classe define um comprimento	Comparação dois a dois de representantes das diferentes classes. Ordenam-se os comprimentos	Comprimentos ordenados



**Quadro XLV – Diferentes etapas para a grandeza capacidade**

Situação	Actividade I	Partição	Actividade II	Quantidades ordenadas
Recipientes, Copos, jarras, frascos, ...	Vasar de uns para outros. Comparação segundo o critério 'tem a mesma capacidade que'	Classe de objectos de igual capacidade. Cada classe define uma capacidade.	Comparação dois a dois de representantes das diferentes classes. Ordenam-se as capacidades.	Capacidades ordenadas.

Os alunos devem começar por tomar contacto com situações que os levem a descobrir as grandezas físicas, consideradas e percebidas como atributos ou propriedades de grupos de objectos que são comparados directamente através dos sentidos ou indirectamente com a ajuda de materiais ou instrumentos adequados (por exemplo, a balança). Para uma dada grandeza devem ser realizados os seguintes passos:

- considerar a grandeza como uma propriedade de um grupo de objectos, independentemente de outras propriedades que também possam ter;
- compreender a ideia que existem invariantes num dado objecto, isto é há algo que permanece constante, por exemplo o comprimento de um objecto não muda quando se altera a sua posição – Conservação de uma grandeza;
- ordenar em relação a uma dada grandeza, isto é, ser capaz de ordenar objectos tendo em conta unicamente a grandeza considerada;
- estabelecer uma relação entre a grandeza e o número, isto é, ser capaz de medir.

Por exemplo, para a grandeza massa, temos:

- considerar a massa como uma propriedade distinta de outras que um dado objecto possa ter;
- constatar que quando o objecto muda de posição, de forma, etc, a característica que se está a avaliar – a massa – permanece invariante;

- ordenar diferentes objectos de acordo com a sua massa, fazendo um raciocínio do tipo: 'este é menos pesado que aquele', 'este é mais pesado que aquele', 'este tem o mesmo peso que aquele'<sup>2</sup>;
- ser capaz de associar a um dado objecto um número, que é a sua massa<sup>3</sup>.

<sup>2</sup> Conseguir ordenar vários objectos pressupõe o domínio da propriedade transitiva: Se A pesa mais que B e B pesa mais que C, então A pesa mais que C.

<sup>3</sup> Quando o aluno sente como importante o saber dizer, com alguma exactidão, quanto pesa um dado objecto, é preciso associar-lhe um número, o que implica a adopção de uma unidade de medida para chegar a que um dado objecto pesa, por exemplo, 5 kg.

A aquisição do conceito de grandeza pode ser facilitada se os alunos realizarem muitas actividades de ordenação e classificação. Estas podem ser feitas desde o pré-escolar utilizando diferentes materiais (barras Cuisenaire, fios de diferentes tamanhos, balanças de pratos, vasilhas de diferentes dimensões, etc.). Estas actividades favorecem a aquisição da conservação das respectivas grandezas. Não faz sentido abordar a medida de uma grandeza se a criança ainda não é capaz de compreender a equivalência de dois objectos, do ponto de vista da grandeza considerada.

A medida é usada hoje em múltiplas actividades no nosso dia a dia e é indispensável em muitos sectores, nomeadamente no comércio ou na construção civil. A medida é fundamental no desenvolvimento científico e na comunicação de muitas das suas descobertas. A maioria das profissões exige a medida de uma forma ou de outra. Estes usos variam em termos de escalas, códigos, numerais, etc. Por exemplo, a dureza da água é medida em termos de conteúdo mineral, a intensidade dos tremores de terra é medida em termos de escala de Richter, e a dureza da rocha é medida pela escala de Mosh, as temperaturas do forno ou da casa são medidas por um termómetro e podem ser controladas por um termostato. Na vida do dia a dia as pessoas pesam-se, medem comprimentos de fios para diversos fins, marcam espaços nos quintais para fazerem plantações, etc. Pode dizer-se que medir constitui diferentes coisas para diferentes pessoas e profissões.

### 9.3 Aquisição do conceito de medida

Aspectos básicos de medida incluem a comparação directa (dois ou três objectos), ordenação (ou seriação), comparação indirecta, transitividade e conservação.

### 9.3.1 *Comparação directa e indirecta*

O fundamento de toda a medição é a comparação directa, pondo dois e depois mais do que dois objectos (ou acontecimentos) ordenados de acordo com o atributo em questão. Dois objectos são colocados lado a lado e os alunos determinam qual é o mais curto e qual o mais comprido. Dois objectos são colocados nos pratos de uma balança e determina-se qual o mais pesado e qual o mais leve. A água é vazada de um contentor para outro para determinar qual leva mais e qual leva menos. Dois alunos começam ao mesmo tempo a realizar determinada tarefa e observa-se quem leva mais e quem leva menos tempo. Esta fase não envolve unidades. A comparação directa leva à ordenação de dois ou mais objectos.

A primeira actividade de classificação envolve a comparação de objectos com objectivo de determinar se têm o mesmo tamanho em relação à grandeza considerada. Esta comparação pode ser feita usando os sentidos ou deslocando um dos objectos:

- Para o comprimento, a deslocação permite fazer coincidir um dos extremos de duas tiras de cartão e observar qual delas é mais comprida;
- Para comparar dois objectos em relação à massa, utilizam-se as mãos como se fossem os pratos de uma balança;
- Para comparar a capacidade de duas vasilhas, enche-se uma delas de água e vaza-se para a outra, vendo se é suficiente para a encher, se sobra ou se falta;
- Para comparar a área de duas superfícies, sobrepõem-se as duas ou pavimenta-se uma delas com a outra.

Mas nem sempre é possível fazer comparação directa entre dois objectos. Por exemplo, a comparação do comprimento de duas salas de aula tem de fazer-se de modo indirecto.

Na comparação indirecta podemos identificar três métodos. Temos, por exemplo, no caso do comprimento:

- Utiliza-se uma fita de papel, corda ou fio que possa ser marcado. Ajusta-se a corda aos comprimentos a medir e fazem-se marcas distintas, de forma que basta observar a disposição das marcas na corda para ver qual é o comprimento maior.
- Dispõe-se de uma quantidade suficiente de objectos de igual comprimento: fósforos, lápis, palitos, etc. O comprimento de cada um dos objectos que se quer comparar cobre-se com estes objectos.



Basta comparar o número de objectos utilizados para cada um deles, isto é, a comparação passa a ser do tipo numérico. Os objectos utilizados devem ser tais que permitam distinguir os dois comprimentos, ou seja, não pode acontecer que os dois comprimentos fiquem entre o mesmo número de objectos. Por exemplo, se o comprimento do objecto utilizado for  $c$  e os comprimentos a comparar  $l$  e  $l'$ , se  $5c < l < 6c$  e o mesmo para  $l'$ , o objecto utilizado não tem um comprimento adequado para permitir fazer a comparação entre os dois comprimentos.

- Usam-se medidas antropométricas, como os pés, os palmos, os dedos, etc. Existem alguns problemas com esta utilização, que se prendem com o facto do palmo não ser sempre do mesmo tamanho (a mão não está sempre igualmente esticada), há dificuldade nas sobreposições, etc.

A comparação indirecta pressupõe o domínio da propriedade transitiva, isto é, perceber que se  $a$  tem o mesmo comprimento que  $b$  e  $b$  tem o mesmo comprimento que  $c$ , então  $a$  e  $c$  têm o mesmo comprimento. Na perspectiva piagetiana<sup>4</sup> são definidas três etapas no desenvolvimento do conceito de medida (Quadro XLVI).

<sup>4</sup> Indicada, por exemplo, em Piaget, Inhelder e Szeminska (1960).

#### Quadro XLVI – Etapas do desenvolvimento do conceito de medida para Piaget

1. Comparação perceptiva directa entre dois objectos sem recorrer a nenhuma medida comum nem a nenhum deslocamento dos objectos, apenas através do olhar ou pela utilização de algumas partes do corpo;
2. Deslocamento dos objectos aproximando-os um do outro de forma a poder compará-los mais facilmente ou utilização de um meio auxiliar como partes do seu corpo: dedos, palmos, pés, etc. Não se trata ainda de uma unidade de medida, mas é um passo nessa direcção.
3. Utilização operacional da propriedade transitiva: A mede o mesmo que B e B mede o mesmo que C, então A mede o mesmo que C. Esta etapa implica a conservação das grandezas ou das quantidades das grandezas. Nesta altura começa a perceber-se a ideia de unidade.

