

Introdução às Medidas em Física

4300152

5^a Aula

Erros nos guias (Relatórios)

Prestar atenção:

Multiplicação de números;

Arredondamento;

Incerteza do valor médio:

Quantidade de algarismos significativos;

Discussão de resultados.

Multiplicação e arredondamento

Exemplo:

Diâmetro de um cilindro (com a régua)

D1= 8.55 ; D2= 8.52 ; D3= 8.45;

D4= 8.49 ; D5= 8.50 ; D6= 8.51

$$D_m = (8.55 + 8.52 + 8.45 + 8.49 + 8.50 + 8.51) / 6$$

$$D_m = 51.02 / 6 = 8.50333333$$

$$\sigma^2 = [(8.55 - D_m)^2 + (8.52 - D_m)^2 + \dots + (8.51 - D_m)^2] / 5$$

$$\sigma = 0.033266599 \rightarrow \sigma_m = 0.013581032 \rightarrow \sigma_m = 0.01$$

Multiplicação e arredondamento

Exemplo:

$$D_m = 8.50333333$$

$$\sigma_m = 0.01$$

$$\sigma_{\text{total}}^2 = \sigma_{\text{inst}}^2 + \sigma_m^2 = (0.05)^2 + (0.01)^2 = 0.0026$$

$$\sigma_{\text{total}} = 0.050990195$$

$$D_m = 8.50 \pm 0.05 \text{ cm}$$

Multiplicação e arredondamento

$$D_m = 8.50 \pm 0.05 \text{ cm}$$

$$h_m = 2.15 \pm 0.05 \text{ cm}$$

$$V_m = (\pi/4) D_m^2 h_m = (\pi/4) (8.50)^2 (2.15) = 122.00 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{máx}} = (\pi/4) D_{\text{máx}}^2 h_{\text{máx}} = (\pi/4) (8.50 + 0.05)^2 (2.15 + 0.05) = 126.31 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{mín}} = (\pi/4) D_{\text{mín}}^2 h_{\text{mín}} = (\pi/4) (8.50 - 0.05)^2 (2.15 - 0.05) = 117.77 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = (1/2)(V_{\text{máx}} - V_{\text{mín}}) = (1/2) (126.31 - 117.77) = 4.27 \text{ cm}^3$$

Incerteza deve ter no **MÁXIMO 2** algarismos significativos:

$$V_m = 122.0 \pm 4.3 \text{ cm}^3$$

Multiplicação e arredondamento

$$V_m = 122.0 \pm 4.3 \text{ cm}^3$$

$$m = 150.1 \pm 0.1 \text{ g}$$

$$\rho_m = m / V_m = 150.1 / 122.0 = 1.230 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_{\text{máx}} = m_{\text{máx}} / V_{\text{mín}} = (150.1 + 0.1) / (122.0 - 4.3) = 1.276 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_{\text{mín}} = m_{\text{mín}} / V_{\text{máx}} = (150.1 - 0.1) / (122.0 + 4.3) = 1.188 \text{ g/cm}^3$$

$$\Delta\rho = (1/2) (\rho_{\text{máx}} - \rho_{\text{mín}}) = (1/2) (1.276 - 1.188) = 0.044 \text{ g/cm}^3$$

Incerteza deve ter no **MÁXIMO 2** algarismos significativos:

$$\rho_m = 1.23 \pm 0.04 \text{ g/cm}^3$$

Discussão

É possível identificar os 5 tipos de plásticos comparando os valores apresentados na figura 1? Quantos grupos é possível identificar?

R₁: Sim (Não).

R₂: Sim (Não), (não) é possível identificar os 5 tipos de plásticos na figura 1. (Só tirou o sinal de interrogação?)

R: Sim (Não), motivo 1, motivo 2, motivo 3, ... motivo n.

Experiência III: Distância Focal de uma Lente

Objetivos:

Medidas indiretas

Medida da distância focal de uma lente

Noções de Estatística:

Propagação de Incertezas

Média Ponderada

Compatibilidade

Incertezas estatísticas

Flutuação no resultado das medidas

medida = média de todas as medidas efetuadas

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

incerteza estatística = desvio padrão da média

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} \quad s_m = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Qual é a incerteza de uma medida?

Várias medidas do tamanho de uma mesa com uma régua

$$\sigma_{L_{instr}} = 0,5 \text{ mm}$$

$$\sigma_{L_{estat}}$$

$$\sigma_{L_{final}} = \sqrt{\sigma_{L_{instr}}^2 + \sigma_{L_{estat}}^2}$$

Caso um tipo de incerteza seja dominante (3 ou 4 x maior já é o bastante), pode-se desprezar a outra.

Regra geral

Para uma função $f(x,y,z,t\dots)$

$$x \pm s_x$$

$$y \pm s_y$$

$$z \pm s_z$$

$$t \pm s_t$$

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \sigma_z\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \sigma_t\right)^2}$$

Calcolando

$$V = \frac{\pi D^2 h}{4} \quad s_V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial D} s_D\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h} s_h\right)^2} \quad \frac{s_V}{V} = \sqrt{\left(2 \frac{s_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{s_h}{h}\right)^2}$$

$$d = \frac{m}{V} \quad s_d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial m} s_m\right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial V} s_V\right)^2} \quad \frac{s_d}{d} = \sqrt{\left(\frac{s_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{s_V}{V}\right)^2}$$

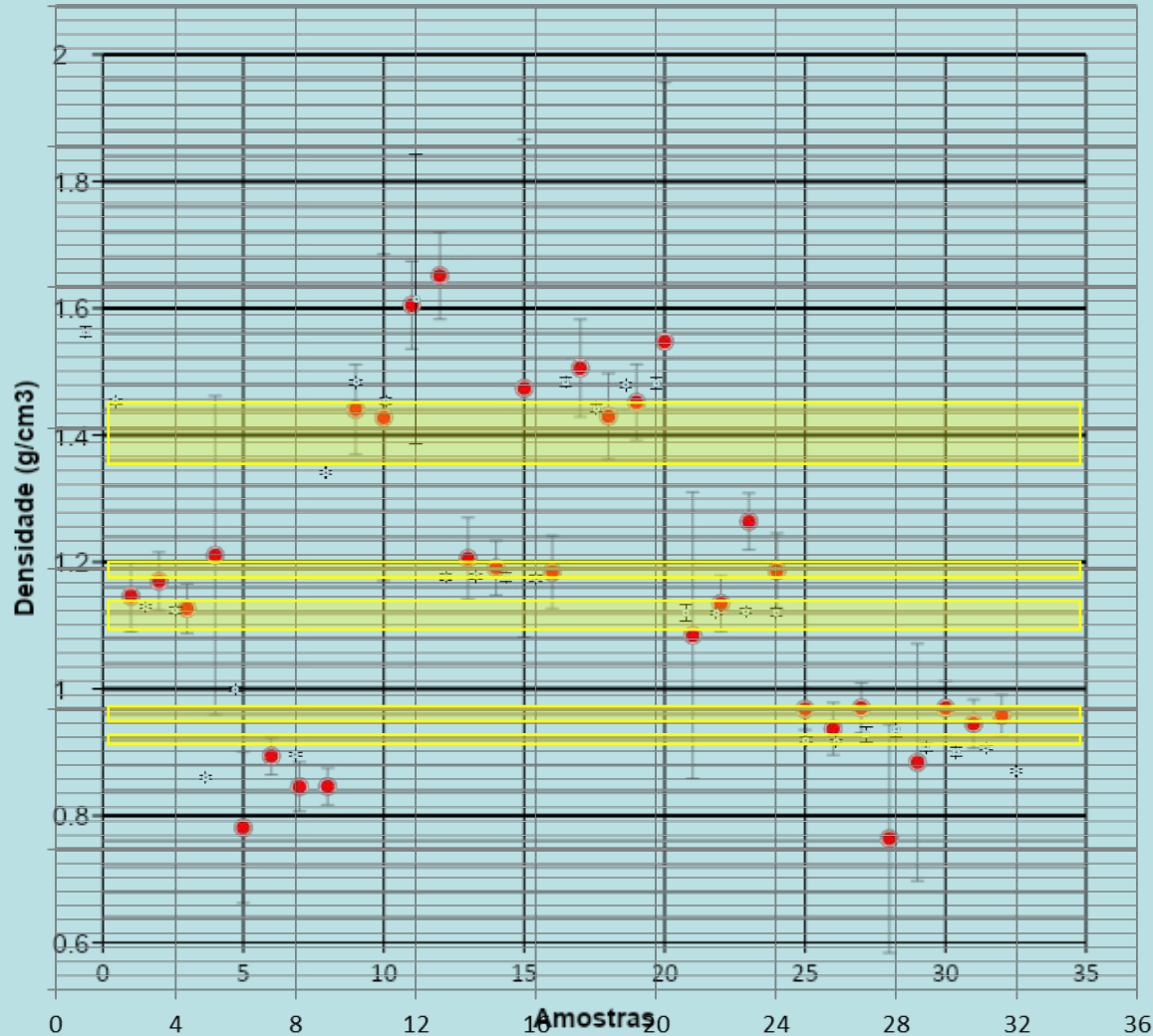
$$d = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi D^2 h} \quad s_d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial m} s_m\right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial D} s_D\right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial h} s_h\right)^2}$$
$$\frac{s_d}{d} = \sqrt{\left(\frac{s_m}{m}\right)^2 + \left(2 \frac{s_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{s_h}{h}\right)^2}$$

Formulário

Tabela 1. Exemplos de fórmulas de propagação de erros.

$w = w(x, y, \dots)$	Expressões para σ_w
$w = x \pm y \pm \dots$	$\sigma_w^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \dots$
$w = x^m$	$\sigma_w = m x^{m-1} \sigma_x$ ou $ \frac{\sigma_w}{w} = m \frac{\sigma_x}{x} $
$w = a x$	$\sigma_w = a \sigma_x$ ou $ \frac{\sigma_w}{w} = \frac{\sigma_x}{x} $
$w = a x + b$	$\sigma_w = a \sigma_x$
$w = a x y$	$\sigma_w^2 = (a y)^2 \sigma_x^2 + (a x)^2 \sigma_y^2$ ou $(\frac{\sigma_w}{w})^2 = (\frac{\sigma_x}{x})^2 + (\frac{\sigma_y}{y})^2$
$w = a \frac{x}{y}$	$\sigma_w^2 = (\frac{a}{y})^2 \sigma_x^2 + (\frac{a x}{y^2})^2 \sigma_y^2$ ou $(\frac{\sigma_w}{w})^2 = (\frac{\sigma_x}{x})^2 + (\frac{\sigma_y}{y})^2$
$w = a x^p y^q$	$\sigma_w^2 = (a p x^{p-1} y^q)^2 \sigma_x^2 + (a x^p q y^{q-1})^2 \sigma_y^2$ ou $(\frac{\sigma_w}{w})^2 = p^2 (\frac{\sigma_x}{x})^2 + q^2 (\frac{\sigma_y}{y})^2$

Dados experimento anterior (210)



material	d(g/cm ³)
PVC	1,35 a 1,45
Acrílico	1,17 a 1,20
Nylon	1,09 a 1,14
Polietileno	0,941 a 0,965
Polipropileno	0,900 a 0,915

Média ponderada

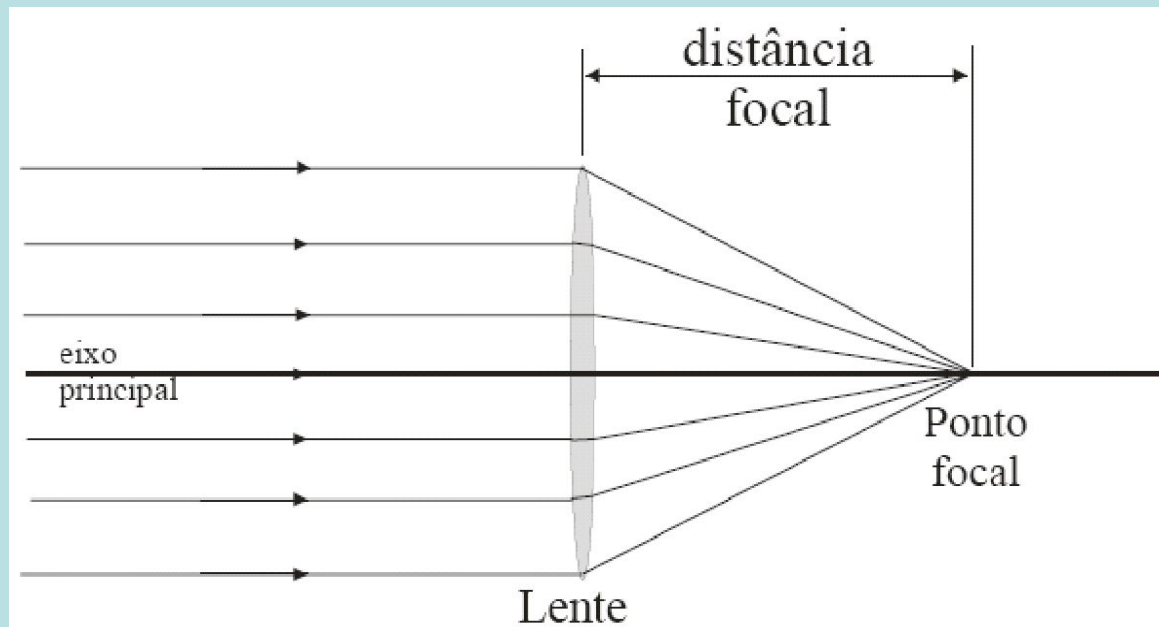
Como cada medida tem incerteza diferente (varia com os parâmetros experimentais durante a aquisição dos dados), podemos fazer uma média ponderada (ponderada pela incerteza de cada medida):

$$d = \frac{\sum_{i=1}^N p_i \cdot d_i}{\sum_{i=1}^N p_i} \quad \text{onde:} \quad p_i = \frac{1}{\sigma_{d_i}^2}$$

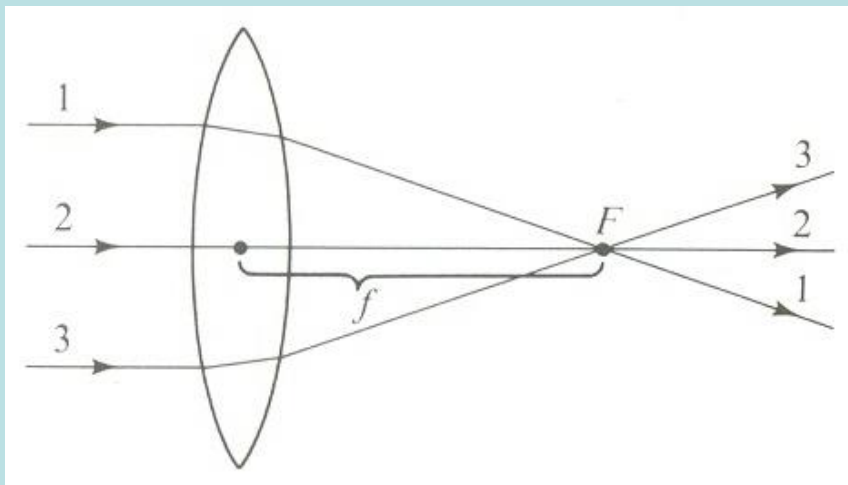
e a incerteza de d é:
$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^N p_i}}$$

Distância Focal de uma Lente

É a distância entre o ponto de foco de uma imagem e a lente caso o objeto que gera a imagem esteja a uma distância infinita da lente

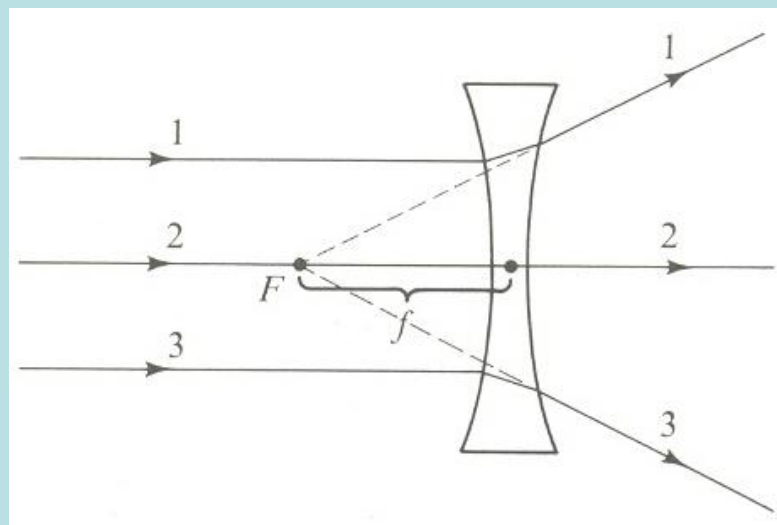


Lentes convergentes e divergentes

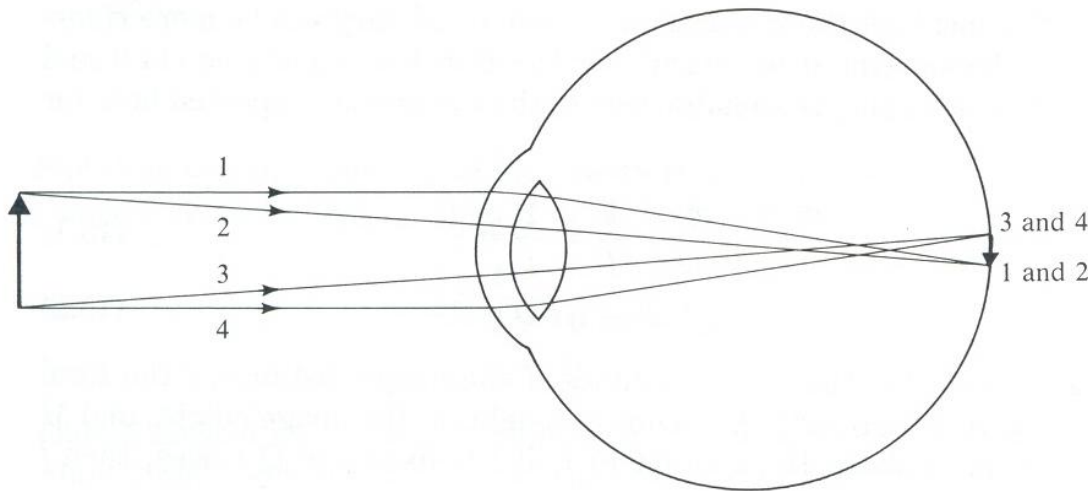
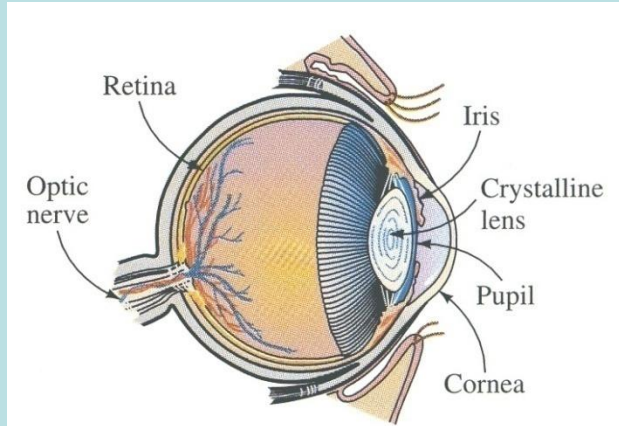


Convergente

Divergente

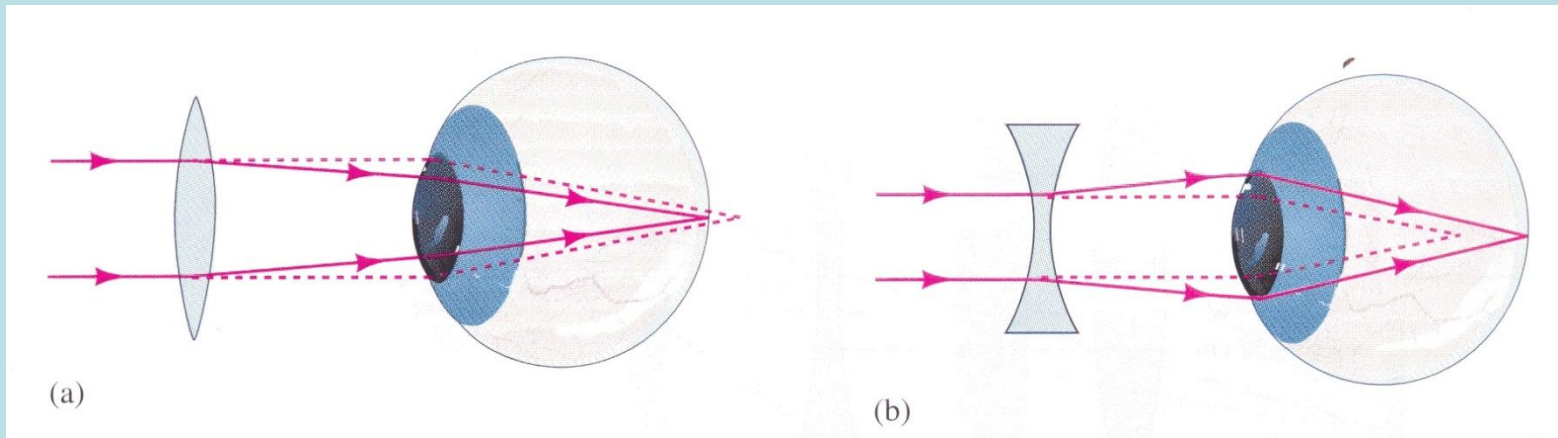


Curiosidade: olho humano e visão



A imagem formada sobre a retina é real e invertida. Problemas de visão ocorrem quando a imagem não se forma sobre a retina

Curiosidade: correção dos problemas de visão



(a) hipermetropia:
a imagem se forma após a retina; a correção é feita utilizando lentes convergentes

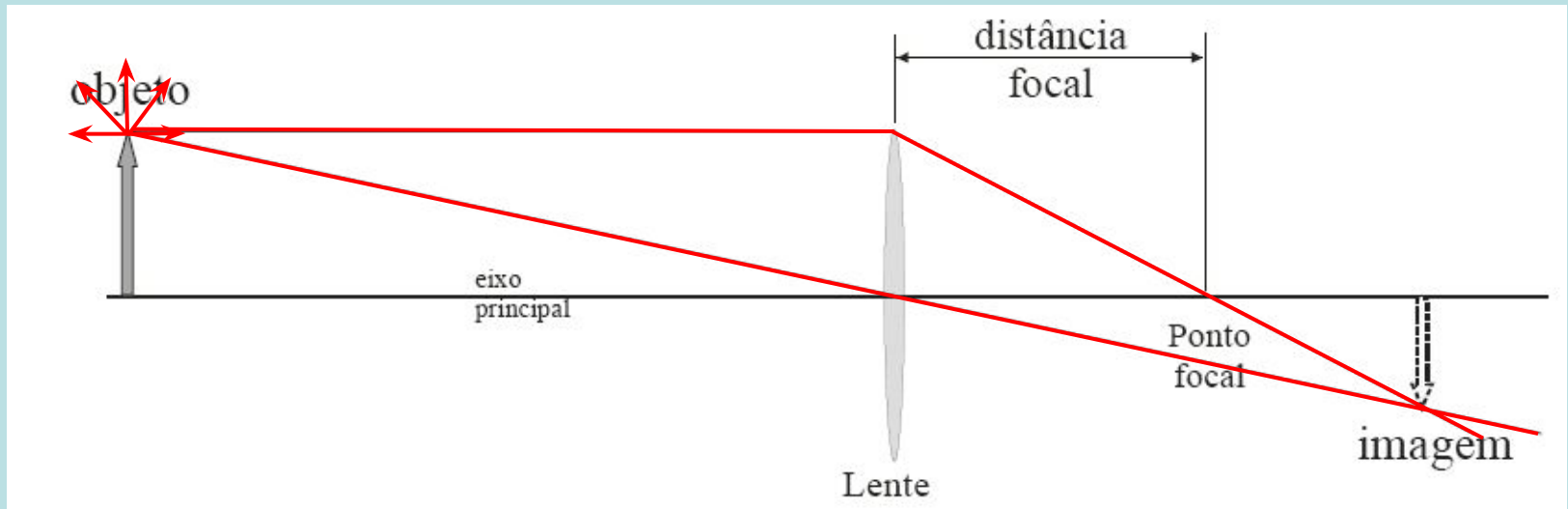
(b) miopia:
a imagem se forma antes da retina; a correção é feita utilizando lentes divergentes

Formação da imagem

Raios luminosos saem de todos os pontos do objeto em todas as direções

Qualquer raio luminoso paralelo ao eixo principal da lente é desviado de tal forma a passar pelo ponto focal da lente;

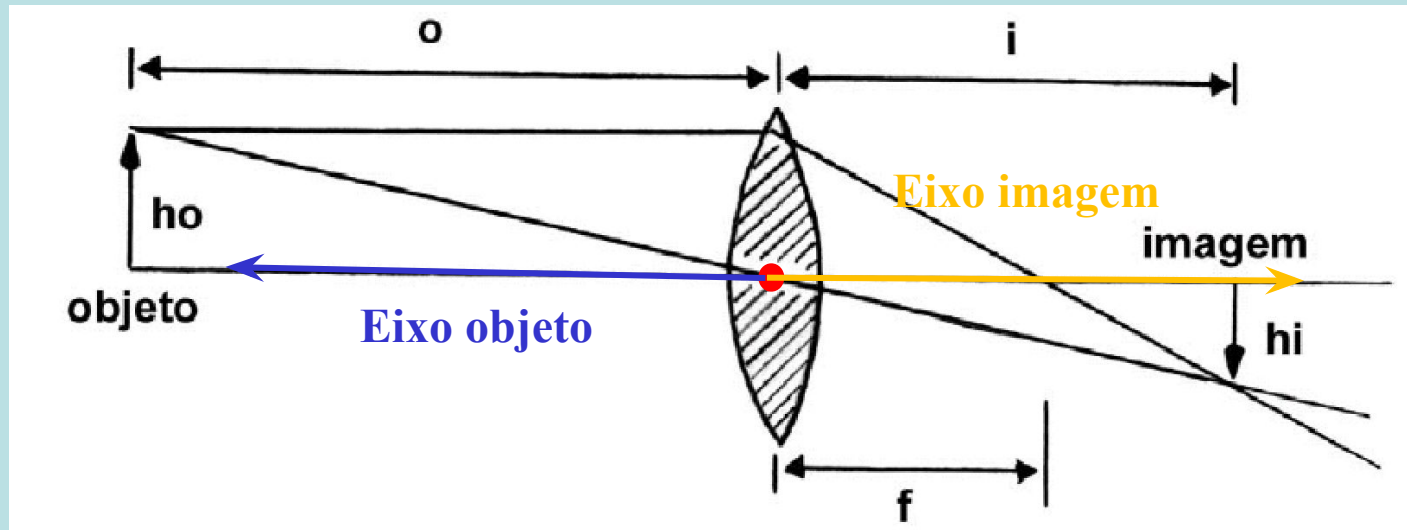
Qualquer raio luminoso incidente sobre o centro da lente não sofre desvio



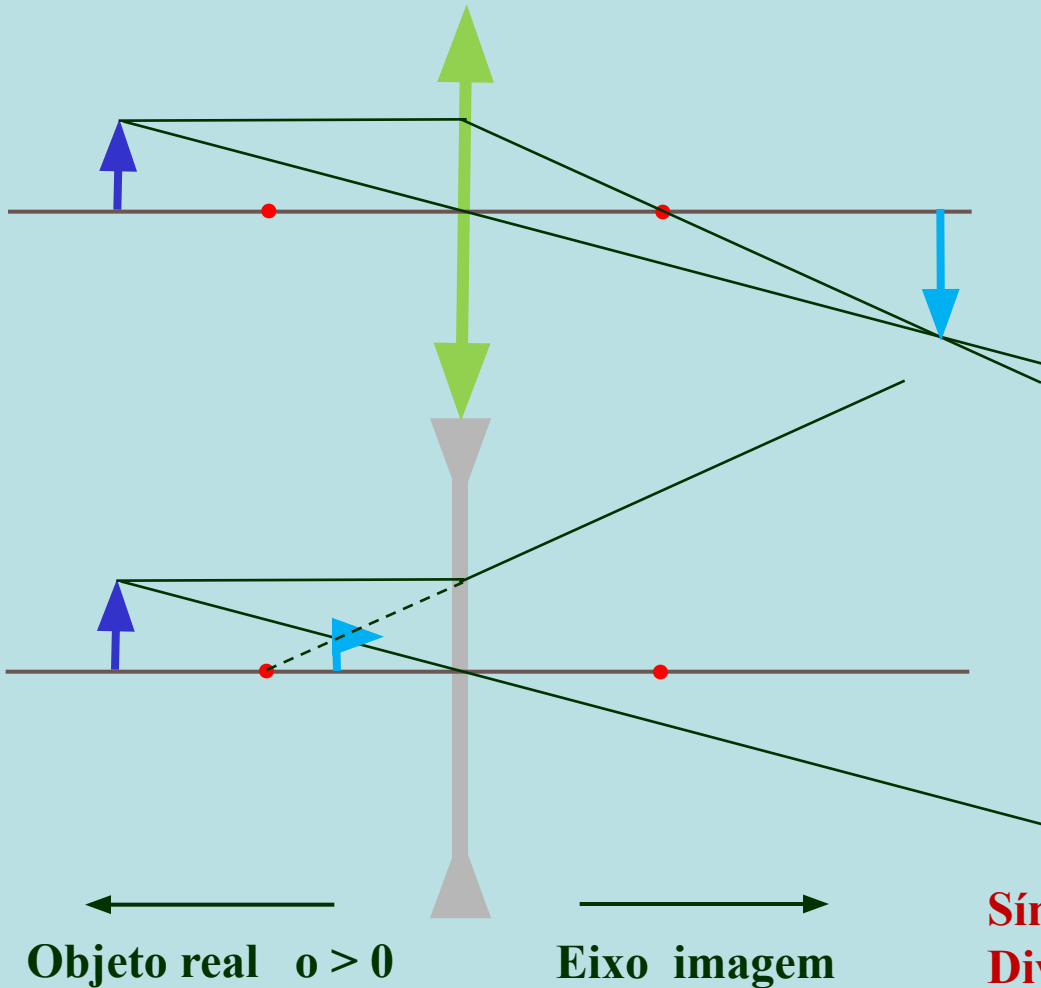
Distância Focal de uma Lente

Ela pode ser calculada pela expressão:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o} \Rightarrow f = \frac{i \cdot o}{i + o}$$



Dist objeto > distância focal



Convergente $f > 0$

Imagem real $i > 0$

Raios se encontram

Divergente $f < 0$

Imagem virtual $i < 0$

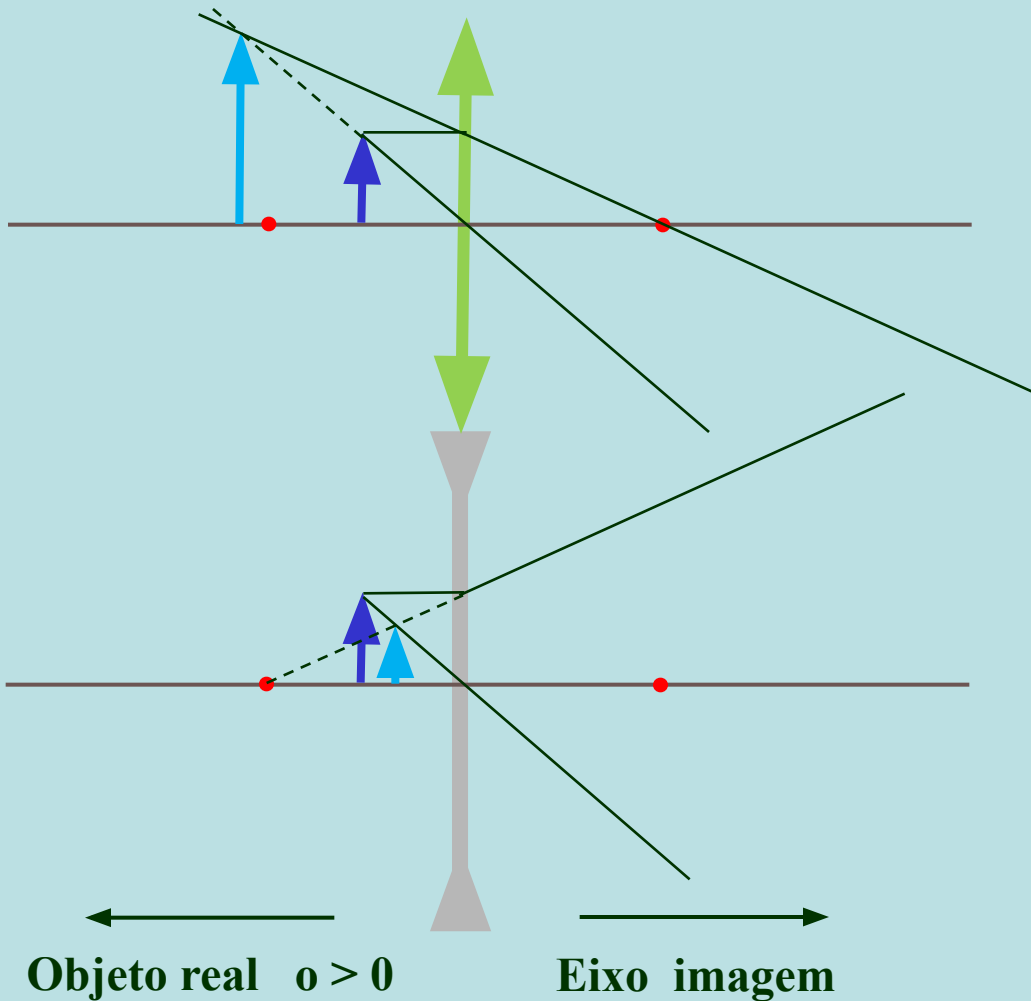
Raios parecem vir do mesmo ponto

Objeto real $o > 0$

Eixo imagem

Símbolo da Lente
Divergente está
correto????

Dist objeto < distância focal



Convergente $f > 0$

Imagem virtual $i < 0$

Raios parecem vir do mesmo ponto

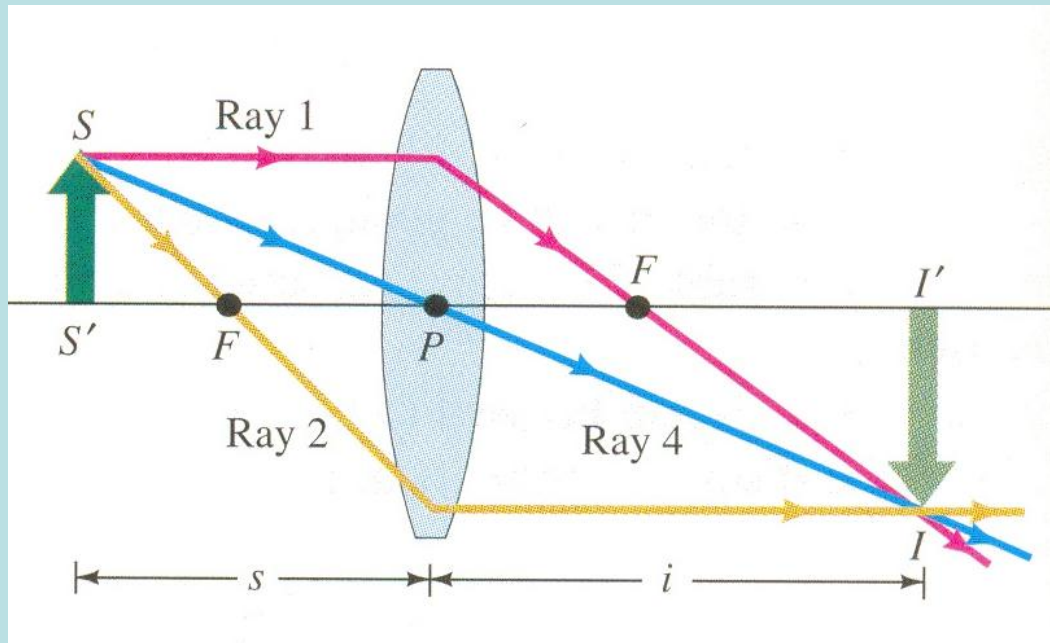
Divergente $f < 0$

Imagem virtual $i < 0$

Raios parecem vir do mesmo ponto

Imagem em lente convergente:

$$o > f$$



Conforme S (objeto) afasta, I (imagem) diminui e se aproxima de F

Imagem é **real** (cruzamento de raios reais)

Imagem é **invertida**

Imagem em lente convergente:

$$o < f$$

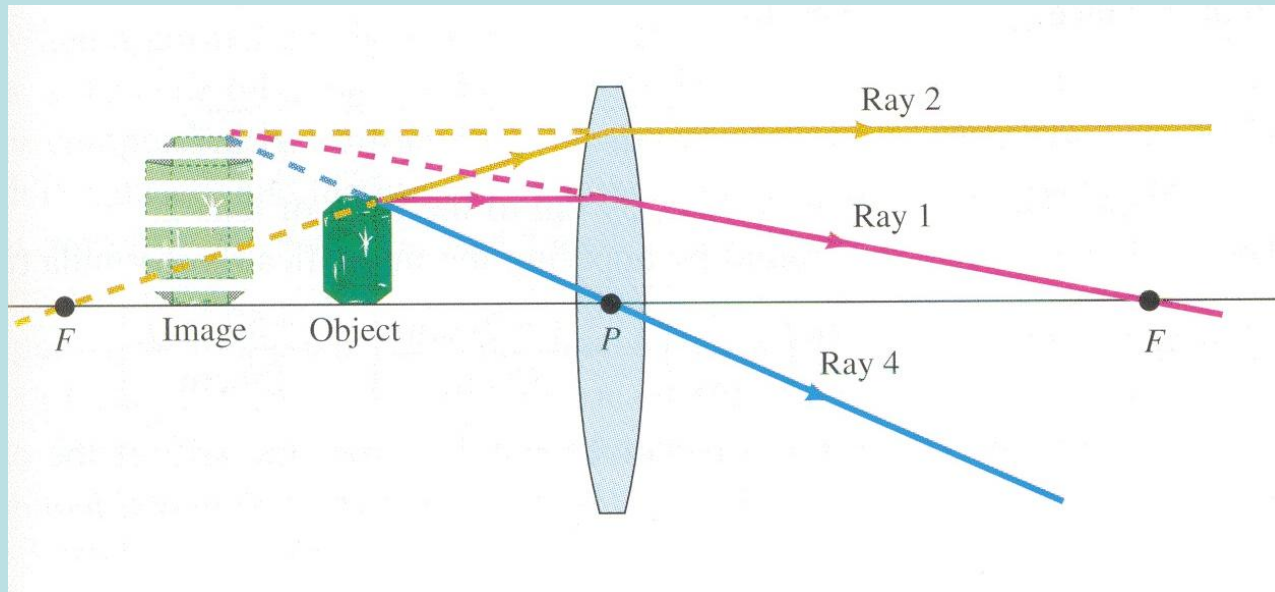


Imagem é:

virtual (cruzamento de prolongamentos dos raios)

direita e maior que o objeto

mais afastada da lente que objeto ($i > o$)

Procedimento Experimental

Bancada óptica:

Trilho metálico

Fonte luminosa

2 lentes a serem estudadas por bancada

Anteparo para projeção da imagem

Identificar a lente convergente e a lente divergente

Estimar a distância focal destas lentes convergentes (com incertezas)

Convergente

Pode ser usado imagem real ou virtual

Divergente

Imagem virtual

Procedimento Experimental

Para a lente convergente, cada aluno do grupo fará 10 medidas, com diferentes valores de o

Organizar os dados em uma tabela

Refletir sobre as incertezas nas medidas, tanto de o como de i

Como você pode estimá-las?

A incerteza é somente devido ao equipamento de leitura (trena), ou seja, instrumental?

Qual o valor atribuído a elas? Por quê?

Estimativa da Incerteza

Avaliar a **incerteza instrumental** para os diversos pontos.
Não deve ser o mesmo.

Avaliar a **incerteza estatística** para os diversos pontos medidos (valores de i). Analise a influência para diferentes valores de o .

$$\sigma_{L_{final}} = \sqrt{\sigma_{L_{instr}}^2 + \sigma_{L_{estat}}^2}$$

Análise dos dados

Calcular a distância focal da lente convergente utilizada, não esquecendo de fazer a propagação de incertezas

Calcule a média ponderada e compare os valores da distância focal obtidos em cada medida. Eles são compatíveis? Você observa alguma tendência nos dados com o aumento ou diminuição de o ?