

Introdução às Medidas em Física

4300152

3^a Aula

Algarismos significativos

Algarismos usados para representar um valor

Quantidade define confiabilidade e precisão

345 - 1200,0 - 0,0004 - 43 - 12,45
3 5 1 2 4

Para contar número de algarismos significativos de um valor inicia-se pelo primeiro algarismo não nulo.

Arredondamento

3,1415926535

3 sig → 3,14

5 sig → 3,1416

Regra: adiciona-se uma unidade ao último algarismo significativo, se o valor do algarismo seguinte for igual ou maior que 5; caso contrário mantém-se o mesmo valor

Cálculos com Algarismos significativos

Soma e subtração:

A imprecisão do resultado final está na **MESMA CASA** que a do mais impreciso.

Multiplicação e divisão:

Toma-se o resultado com o mesmo número de significativos do dado que tiver **MENOR** número de significativos

$$2,432 \cdot 10^6 + 0,06512 \cdot 10^6 - 0,1227 \cdot 10^6 = 2,374 \cdot 10^6$$

3

5

4

$$4,32 \cdot 10^4 \times 2,1 \cdot 10^2 = 9072000 = 9,1 \cdot 10^6$$

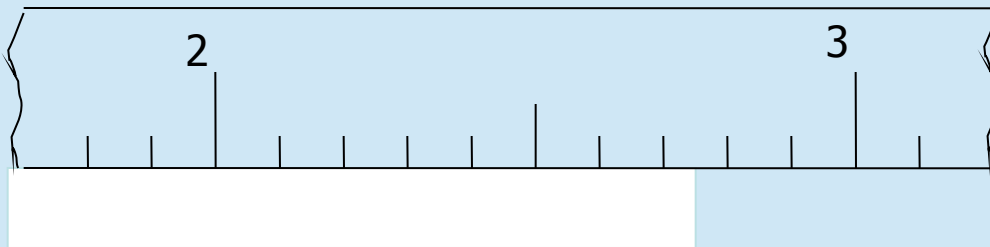
3

2

Incerteza instrumental

Como avaliar a incerteza?

Devo considerar a dificuldade de leitura e a imprecisão do equipamento.



$(2,74 \pm 0,05) \text{ cm}$



metade da menor divisão ($1 \text{ mm} \div 2 = 0,5 \text{ mm} = 0,05 \text{ cm}$)

Experiência II

Densidade de Sólidos

Objetivos

Medidas indiretas

Medida da densidade de sólidos

Noções de Estatística

Propagação de Incertezas

Compatibilidade entre medidas

Características de uma medida

Medidas repetidas – diferentes

Diferentes experimentadores

Diferentes instrumentos

**Nunca iremos obter o valor verdadeiro em
nossas medições**

**características da própria grandeza sendo medida
limitações intrínsecas e inevitáveis dos nossos
instrumentos e técnicas de medida**

Como realizar medidas

Análise do instrumento de medida

identificação do tipo e funcionamento

Fundo de escala e unidade

seleção conveniente

Precisão e incerteza da medida

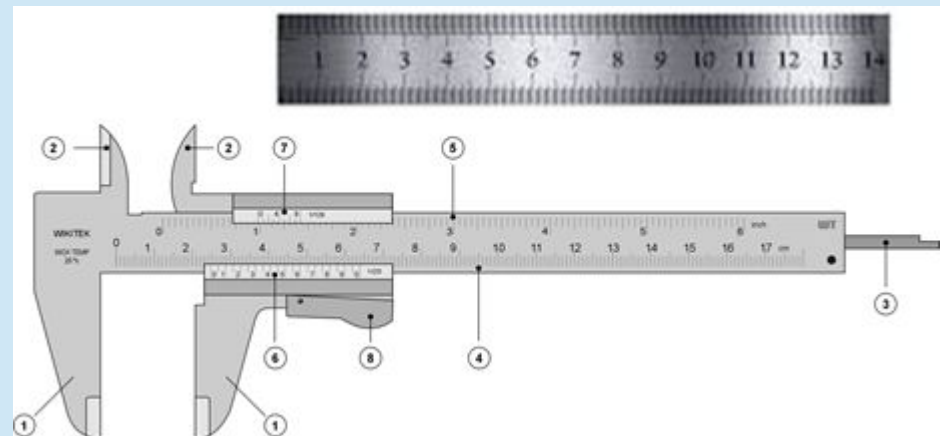
Instrumental

Escala simples

Duas escalas: principal e auxiliar

Método

Aleatórios



Como avaliar incerteza

Tipos de incerteza

Instrumental (escala): Aquela associada à precisão do instrumento utilizado para realizar a medida direta de uma grandeza.

Estatística (aleatória): Incerteza associada à flutuação no resultado de uma mesma medida (sem regra definida).

Sistemática: Aquela onde a medida é desviada em uma única direção, tornando os resultados viciados.

Incertezas instrumentais

Em geral é a metade da menor divisão

Cuidado com instrumentos que possuem escalas auxiliares (ex:paquímetro)

incerteza é a menor divisão do mesmo

Dificuldade de leitura

Posicionamento objeto/instrumento ou estabilidade de leitura (digital)

Incertezas estatísticas

Flutuação no resultado das medidas

medida = média de todas as medidas efetuadas

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

incerteza estatística = desvio padrão da média

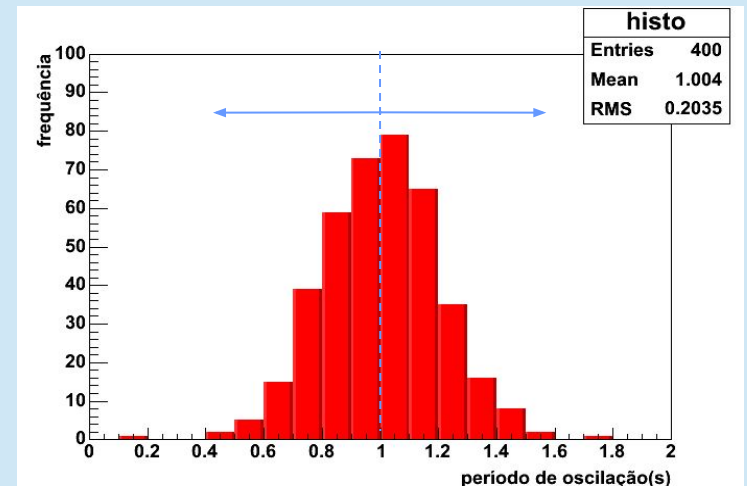
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}} \quad s_m = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Obs: o desvio padrão pode ser chamado de σ ou s ou ainda Δ .

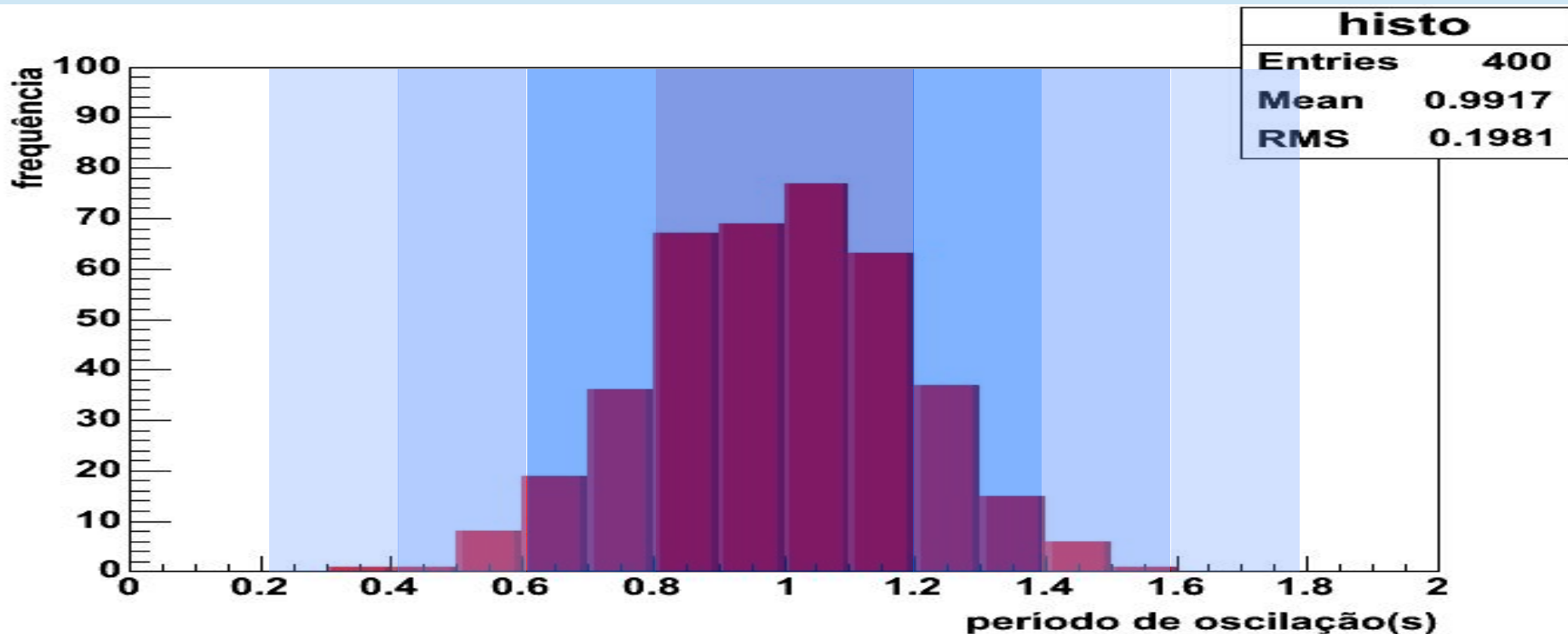
Erros Estatísticos ou Aleatórios

Inicialmente, que características devemos esperar para a distribuição dos dados obtidos?

Simétrica em torno de um certo valor, e decresce ao se afastar desse valor.



Interpretação Estatística da Média e Desvio Padrão



Quase
Impossível

Muito
Pouco
Provável

Pouco
Provável

Provável

Muito Provável

Provável

Pouco
Provável

Muito
Pouco
Provável

Quase
Impossível

Incertezas sistemáticas

Aquelas que falseiam a medida

Ex: uma régua onde o primeiro mm está faltando e o experimentador não percebe

Ex: uma balança descalibrada e/ou com o zero deslocado

Esse tipo de incerteza, em geral, só é percebida quando um resultado difere do esperado

Devem ser corrigidas ou refeitas

Qual é a incerteza de uma medida?

Várias medidas do tamanho de uma mesa com uma régua

$$\sigma_{L_{instr}} = 0,5 \text{ mm}$$

$$\sigma_{L_{estat}}$$

$$\sigma^2_{L_{final}} = \sigma^2_{L_{instr}} + \sigma^2_{L_{estat}}$$

(Combinação linear dos erros)
Soma como o "teorema de Pitágoras"

Caso um tipo de incerteza seja dominante, pode-se desprezar a outra.

Período do pêndulo medido com o relógio de pulso (1s)

Incerteza instrumental > estatística

Período do pêndulo medido com cronômetro de 0,01s

Incerteza estatística > instrumental

Medida da Densidade de Sólidos

Objetivo

Identificar os diferentes tipos de plásticos que compõem um conjunto de objetos

Identificação

Comparação das medidas (+ incertezas) com valores tabelados de diferentes tipos de plásticos

Densidade (materiais sólidos homogêneos)

$$d = m/V$$

Necessário medir a massa e o volume do objeto

Cálculo da densidade

A densidade é dada por:

$$d = \frac{m}{V}$$

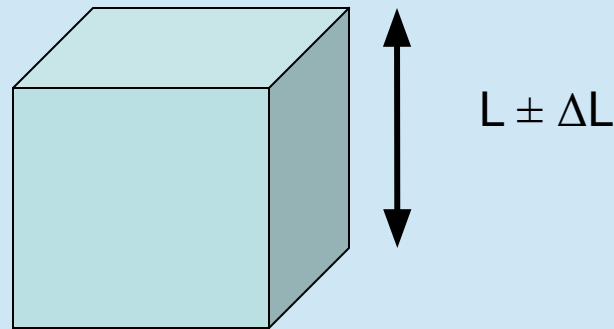
onde, o volume V de um cilindro é:

$$V = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot h$$

e m , h e D são, respectivamente, a massa, a altura e o diâmetro do cilindro.

Uma medida obtida de outra medida tem incerteza?

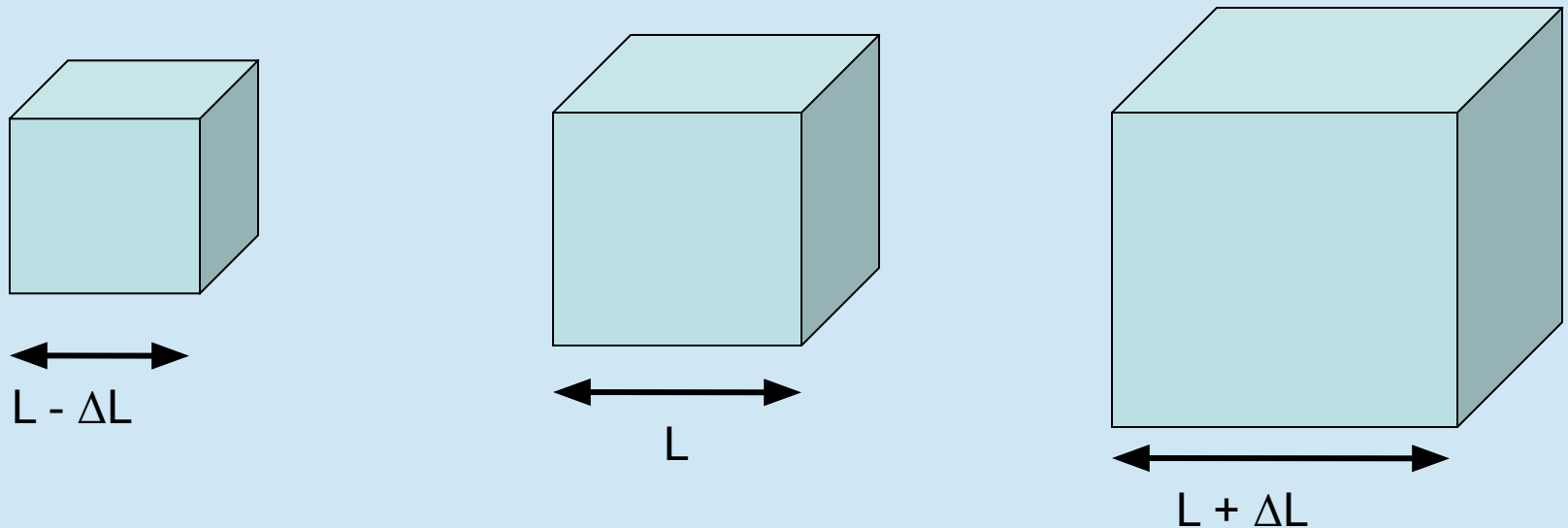
Por exemplo, vamos medir o volume de um cubo. Inicialmente medimos o tamanho de sua aresta com uma régua (que tem uma incerteza associada).



Uma medida obtida de outra medida tem incerteza?

O volume do cubo tem uma incerteza?

A incerteza de uma medida (neste caso, a incerteza na aresta do cubo) se propaga para as medidas obtidas da mesma (o volume do cubo).



Como calcular essa incerteza?

Neste exemplo, temos:

$$V = L^3$$

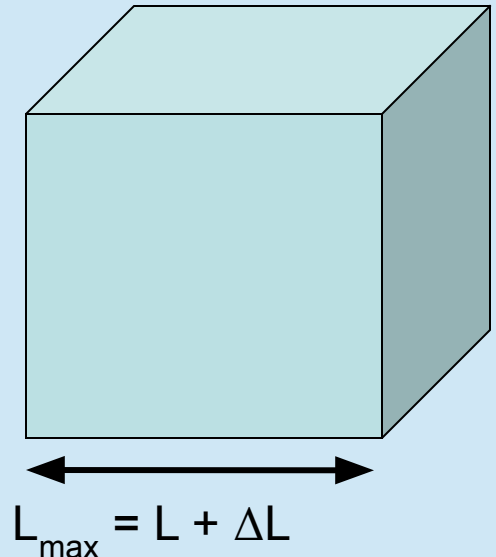
onde: $(L \pm \Delta L)$ é a aresta do cubo (medido com a régua) e sua incerteza.

A incerteza no volume do cubo será dado pelo comprimento máximo que acreditamos que a aresta pode ter:

$$L_{\max} = L + \Delta L,$$

que leva a:

$$V_{\max} = (L_{\max})^3$$



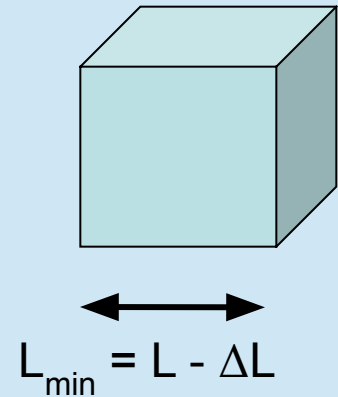
Como calcular essa incerteza?

e o comprimento mínimo acreditamos que ela possa ter:

$$L_{\min} = L - \Delta L,$$

que leva a um volume mínimo dado por:

$$V_{\min} = (L_{\min})^3$$



Com isso, a incerteza no volume pode ser aproximada inicialmente por:

$$\Delta V = [V_{\max} - V_{\min}] / 2$$

Propagação de incerteza

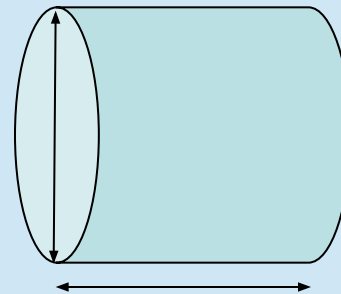
E se uma grandeza depende de outras duas medidas, como por exemplo, na medida do volume de um cilindro? O que fazer?

O volume de um cilindro é dado por:

$$V = \pi (D/2)^2 h$$

onde, D é o diâmetro do cilindro e h a sua altura ambos com incerteza

$D \pm \Delta D$



$h \pm \Delta h$

1ª estimativa da incerteza do volume do cilindro

Mesmo cientes que a contribuição das incertezas do diâmetro e altura são independentes, nesta primeira avaliação calcularemos a incerteza do volume do cilindro (s_V) como a propagação simultânea dos valores das incertezas do diâmetro e da altura :

$$s_V = \frac{(V_+ - V_-)}{2} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\begin{matrix} (D + s_D)^2 (h + s_h) \\ \uparrow \\ \text{Volume máximo} \end{matrix} - \begin{matrix} (D - s_D)^2 (h - s_h) \\ \uparrow \\ \text{Volume mínimo} \end{matrix}}{2} \right)$$

1ª estimativa da incerteza da densidade

Analogamente ao cálculo do volume, usaremos como primeira avaliação para incerteza da densidade o cálculo da variação máxima levando em consideração a propagação simultânea dos valores das incertezas do volume e da massa:

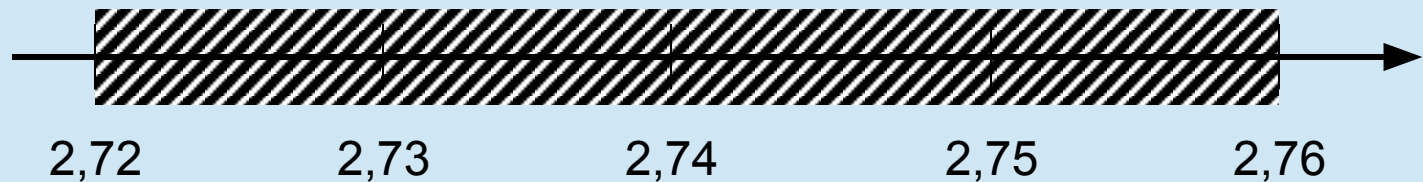
$$s_d = \frac{d_+ - d_-}{2} = \frac{1}{2} \left[\frac{(m + s_m)}{(V - s_v)} - \frac{(m - s_m)}{(V + s_v)} \right]$$

Compatibilidade

Como interpretar o significado da incerteza?

O que significa dizer que minha medida, é $2,74 \pm 0,02$ mm?

Eu tenho confiança que o valor verdadeiro da grandeza medida está entre $(2,74 - 0,02)$ e $(2,74 + 0,02)$

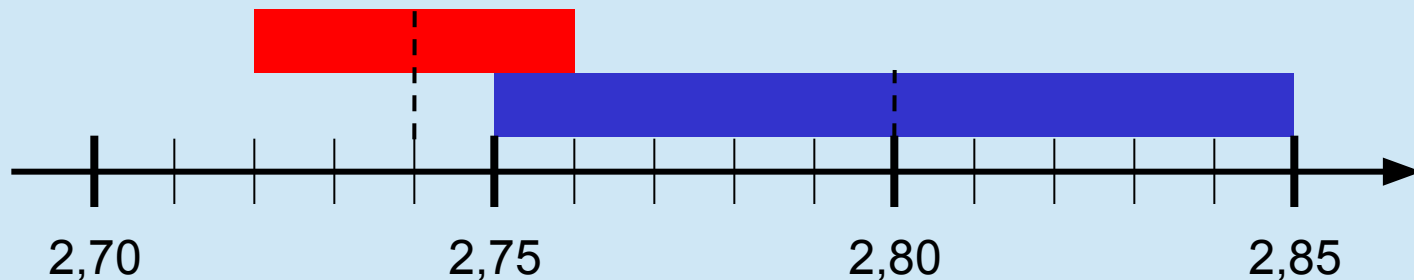


Como comparar os resultados de duas medidas?

É preciso se levar em consideração sempre a incerteza de medida.

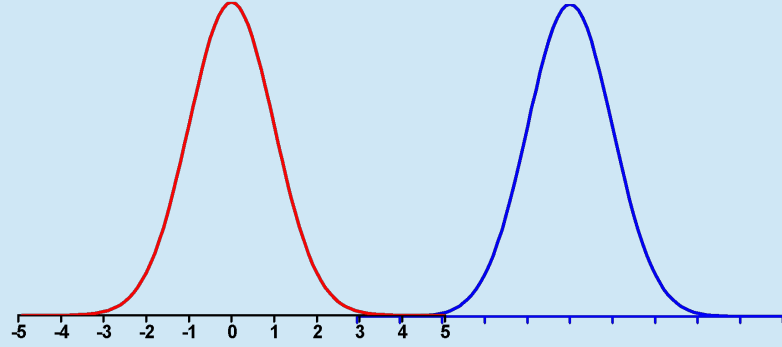
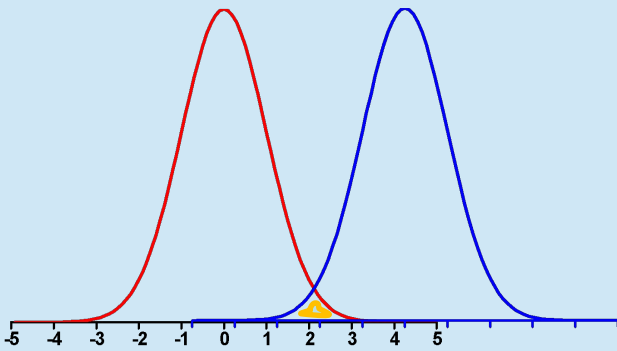
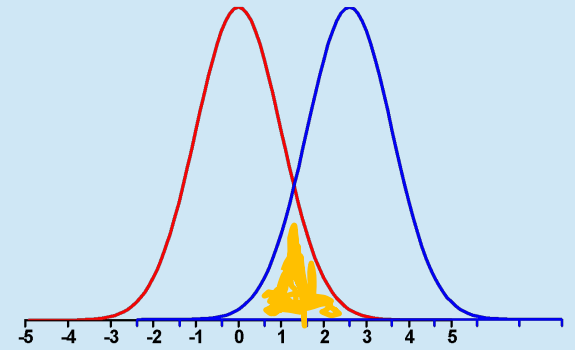
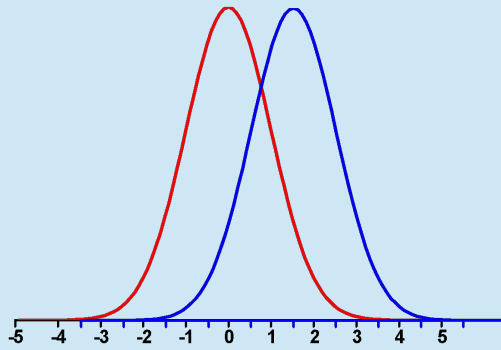
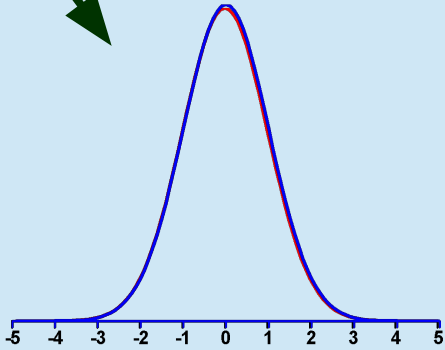
Como devemos considerar a incerteza, nos perguntamos se as medidas são compatíveis ao invés de “iguais”;

Por exemplo, $2,74 \pm 0,02 \text{ mm}$ é compatível com $2,80 \pm 0,05 \text{ mm}$?



Compatibilidade

$a = b$



$a \neq b$

Critério para compatibilidade

Superposição em 1σ = compatíveis

Superposição em 2σ ou 3σ – **Compatíveis com menor probabilidade**

Teste Z (estimador) indica essa probabilidade

Comparação entre $(a \pm \sigma_a)$ e $(b \pm \sigma_b)$

$$Z = \frac{|a - b|}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}}$$

$0 < Z \leq 1$, compatíveis ao nível de 1σ

$1 < Z \leq 2$, compatíveis ao nível de 2σ

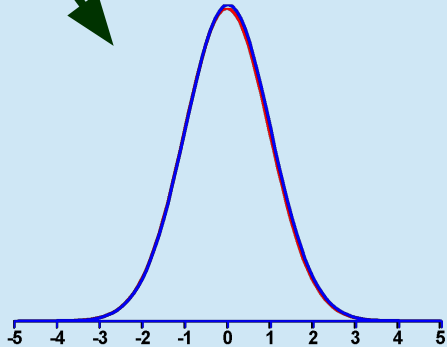
$2 < Z \leq 3$, compatíveis ao nível de 3σ

$Z > 3$, discrepantes

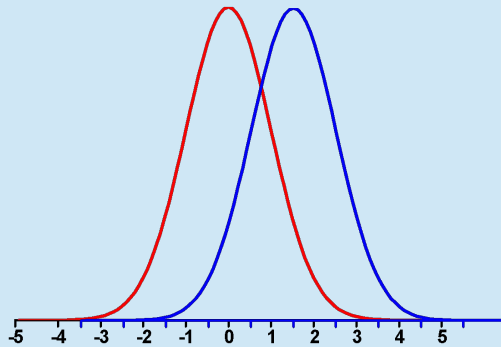
σ é o desvio padrão

Compatibilidade

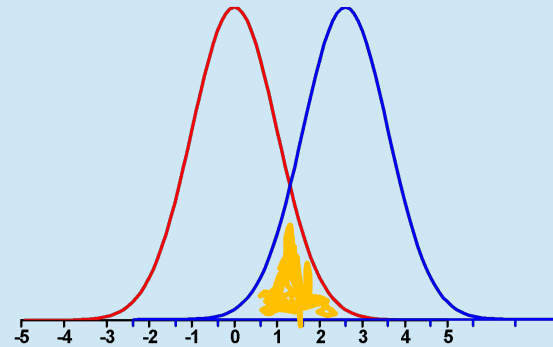
$$a = b$$



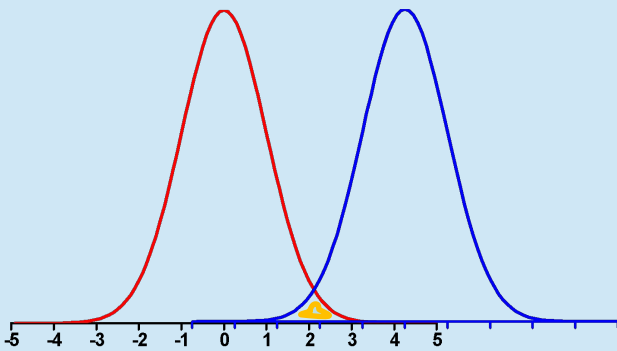
$$Z = 0$$



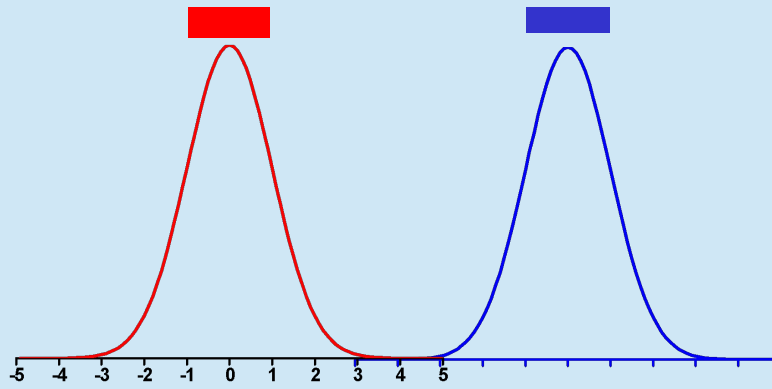
$$Z = 1$$



$$Z = 2$$



$$Z = 3$$



$$Z > 3$$

$$a \neq b$$

Procedimento Experimental:

Cada aluno da dupla escolhe dois dos cilindros da caixa (anote o número para usar a mesma na próxima aula)

Em seguida, determina seu volume fazendo todas as medidas necessárias com uma régua. Cada aluno deve determinar quantas vezes é necessário repetir cada medida (geralmente neste caso as medidas podem não variar pois os corpos são muito regulares e a régua não tem precisão para detectar as diferenças)

Mede sua massa usando a balança digital da sala de aula

Análise dos dados

Calcular a densidade do objeto estudado e sua incerteza

Como calcular a incerteza da densidade já que ela não é medida diretamente, mas é obtida através de outras medidas (diâmetro, altura e massa do cilindro)?

Calcular a densidade do objeto estudado e sua incerteza e colocar os valores no gráfico;

Conclusões Parciais

Será que é possível que exista mais de um tipo de plástico nas peças do grupo?

Como seria possível saber isso?

Melhorando a precisão do experimento, ou seja, diminuindo as incertezas nas densidades.

Mas, como?

Procedimento Experimental:

Melhorar a medida de massa e a medida do volume dos cilindros

Cada aluno da dupla fará novamente a medida da massa, mas desta vez usando uma balança analítica

Análise dos dados

Calcular novamente a densidade do objeto estudado e sua incerteza com as novas medidas;

Comparar os valores novos com os antigos.

Que podemos concluir dessa comparação?