PME 3230

Escoamento Viscoso em Condutos – Parte 3

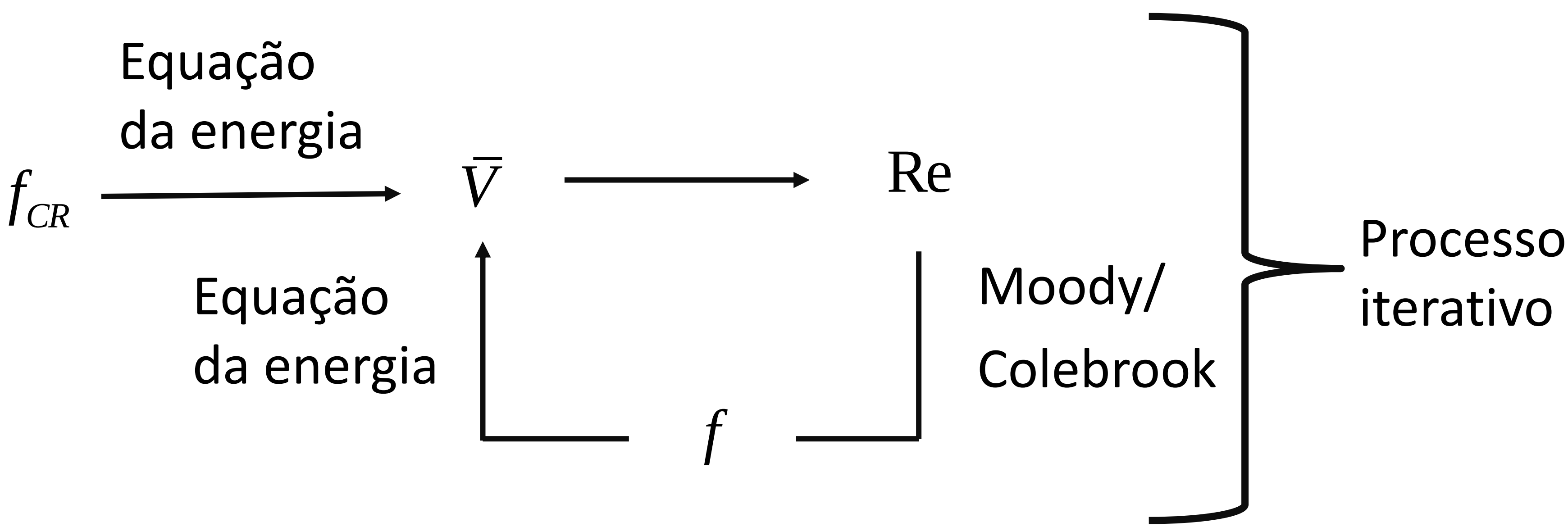
Alberto Hernandez Neto

Determinação da vazão volumétrica em função de Δh e D

Aplicação da equação de energia e de fator de atrito: $\bar{V} = \bar{V}\left(f \right)$

Estimativa inicial: regime completamente rugoso

$$f_{CR} = \left[-2,0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} \right) \right]^{-2}$$



Exercício 01

Uma queda de pressão de 700 kPa é medida sobre um comprimento de 300 m de um tubo horizontal em ferro forjado de 10 cm de diâmetro que transporta óleo (ρ=900 kg/m3, υ=0,00001 m2/s). Nestas condições, calcule a vazão que passa pelo tubo.

Equação de energia:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma}+\cancel{\frac{\alpha_1\bar{V}_1}{2g}}+\cancel{z_1}\right)-\left(\frac{p_2}{\gamma}+\cancel{\frac{\alpha_2\bar{V}_2}{2g}}+\cancel{z_2}\right)=h_L=f\,\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\frac{p_1}{\gamma}-\frac{p_2}{\gamma}=f\,\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g}\Rightarrow\Delta p=f\,\frac{L}{D}\frac{\rho}{2}\Rightarrow\bar{V}=\sqrt{\frac{2\Delta pD}{f\rho L}}$$

Ferro forjado: ε=0,046 mm→ ε/D=0,046/100=0,00046

Exercício 01

$$f_{CR} = \left[-2,0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,7}\right)\right]^{-2} = \left[-2,0\log\left(\frac{0,00046}{3,7}\right)\right]^{-2} = 0,0164$$

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{2\Delta p D}{f\rho L}} = \sqrt{\frac{2*700x10^{3}*10x10^{-2}}{0,0164*900*300}} = 5,62\,m/s$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{5,62*10x10^{-2}}{0,00001} = 5,62x10^{4} \xrightarrow{Colebrook} f = 0,0220$$

i	f_i	V(m/s)	Re	f_{i+1}
0	0,0164	5,61	$5,61x10^4$	0,0220
1	0,0220	4,85	$4,85x10^4$	0,0226
2	0,0226	4,79	$4,79x10^4$	0,0226

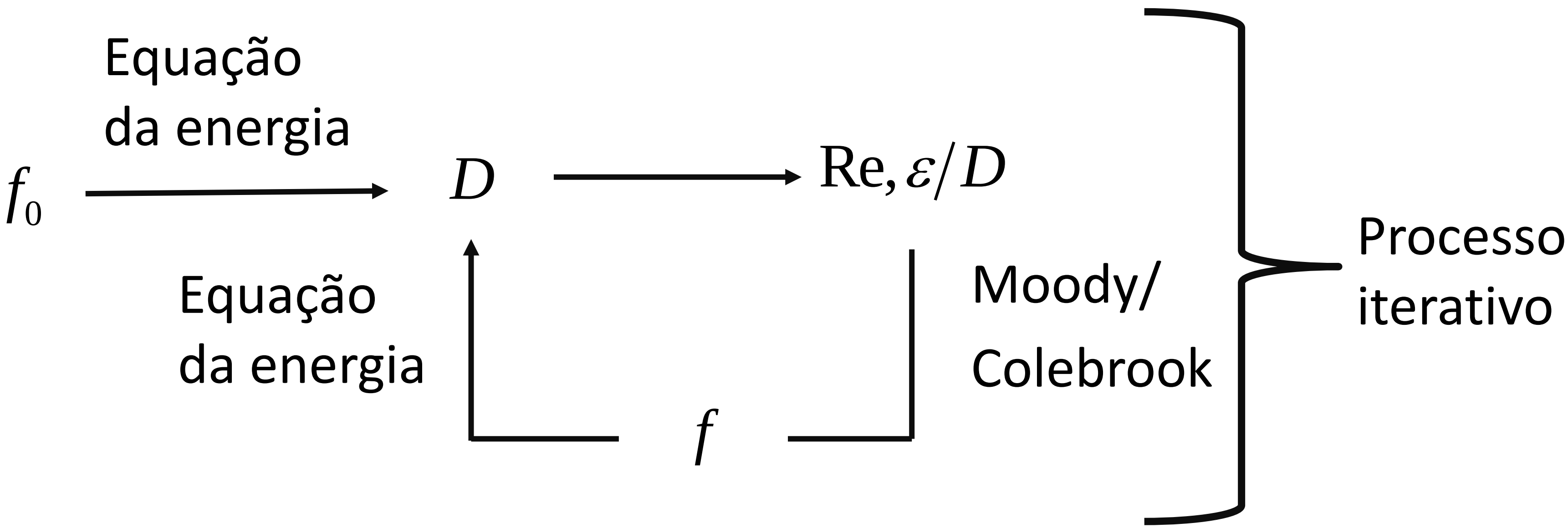
$$\dot{Q} = \bar{V}A = \bar{V}A\frac{\pi D^2}{4} =$$

$$\dot{Q} = 4,79*\frac{\pi*\left(10x10^{-2}\right)^2}{4}$$

$$\dot{Q} = 0,0376\,m^3/s$$

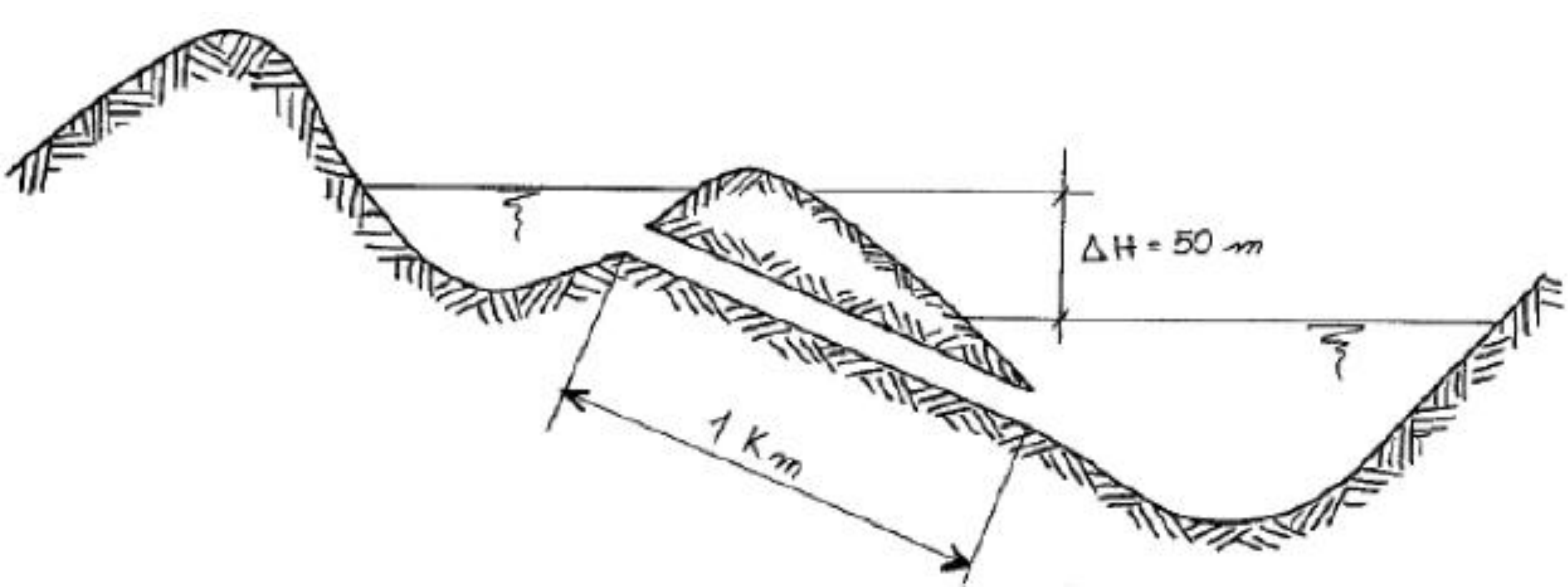
Determinação do diâmetro em função de Δh e $\dot{Q}$

Estimativa inicial: fator de atrito avaliado por Moody na faixa de operação



Exercício 02

Na instalação da figura quer se determinar o diâmetro da tubulação, para que na condição de operação a vazão seja de 1,0 m^3/s, desprezando-se as perdas de carga singulares. A rugosidade média do tubo é de ε=0,001m e a viscosidade cinemática do fluido $\upsilon=10^{-6}$ m^2/s



Exercício 02

Equação de energia:

$$\left(\cancel{\frac{p_1}{\gamma}}+\cancel{\frac{\alpha_1\bar{V}_1}{2g}}+z_1\right)-\left(\cancel{\frac{p_2}{\gamma}}+\cancel{\frac{\alpha_2\bar{V}_2}{2g}}+z_2\right)=h_L = f\,\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\underbrace{\Delta H = f\,\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g} \qquad \dot{Q}=\bar{V}A=\bar{V}\,\frac{\pi D^2}{4}\Rightarrow \bar{V}=\frac{4\dot{Q}}{\pi D^2}}$$

$$\Delta H = f\,\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g}= f\,\frac{L}{2gD}\frac{16\dot{Q}^2}{\pi^2 D^4}\Rightarrow D=\sqrt[5]{\frac{8fL\dot{Q}^2}{\pi^2 g\Delta H}}$$

Exercício 02

Substituindo os valores fornecidos:

$$D = \sqrt[5]{\frac{8fL\dot{Q}^2}{\pi^2 g\Delta H}} = \sqrt[5]{\frac{8f*1000*\left(1,0\right)^2}{\pi^2*9,8*50}} = \sqrt[5]{1,654f}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{4\dot{Q}D}{\pi D^2\nu} = \frac{4\dot{Q}}{\pi D\nu} = \frac{4*1,0}{\pi D*10^{-6}} = \frac{4x10^6}{\pi D}$$

Substituindo os valores fornecidos:

$$f_0 = 0,0200 \Rightarrow D = \sqrt[5]{1,654*0,0200} \Rightarrow D = 0,5057m$$

$$\mathrm{Re} = \frac{4x10^6}{\pi D} = \frac{4x10^6}{\pi*0,0507} = 2,51x10^6 \qquad \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,001}{0,5057} = 0,00198$$

$$f_1 = 0,0234$$

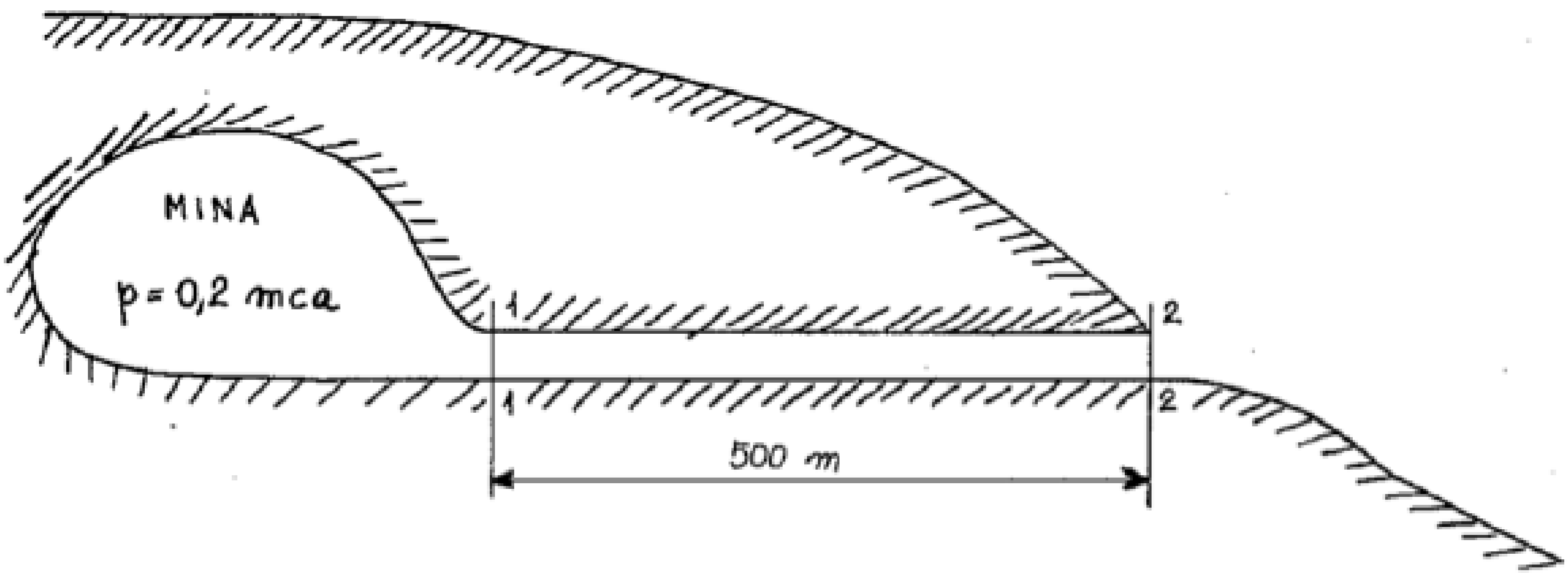
Exercício 02

i	f_i	D(m)	Re	ε/D	f_{i+1}
0	0,0200	0,5057	$2{,}51\times10^{6}$	0,00198	0,0234
1	0,0234	0,5218	$2{,}44\times10^{6}$	0,00192	0,0232
2	0,0232	0,5209	$2{,}44\times10^{6}$	0,00192	0,0232

Diâmetro comercial: D_i=527 mm (22”, Sch 40)

Exercício 03

Uma galeria de seção quadrada (0,6mX0,6m) esgota ar de uma mina, onde a pressão é de 0,2 mca, para a atmosfera. Calcule a vazão de ar, desprezando as perdas singulares. Dados: $\upsilon_{ar}=10^{-5}m^2/s$, $\Upsilon_{ar}=12,7\ N/m^3$, $\varepsilon=10^{-3}m$.



Exercício 03

Equação de energia:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma}+\cancel{\frac{\alpha_1\bar{V}_1}{2g}}+\cancel{z_1}\right)-\left(\frac{p_2}{\gamma}+\cancel{\frac{\alpha_2\bar{V}_2}{2g}}+\cancel{z_2}\right)=h_L=f\,\frac{L}{D_h}\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$D_h=\frac{4A}{P}=\frac{4*(0,6)^2}{4*0,6}=0,6m$$

$$\frac{p_1}{\gamma}-\frac{p_2}{\gamma}=f\,\frac{L}{D_h}\frac{\bar{V}^2}{2g}\Rightarrow\bar{V}=\sqrt{\frac{2gD_h\Delta p}{\gamma Lf}}$$

$$\bar{V}=\sqrt{\frac{2*9,8*0,6*0,2*9800}{12,7*500\,f}}=\sqrt{\frac{3,630}{f}}$$

Exercício 03

$$\frac{\varepsilon}{D_h} = \frac{0,001}{0,6} = 0,00167$$

$$f_{CR} = \left[-2,0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,7}\right)\right]^{-2} = \left[-2,0\log\left(\frac{0,00167}{3,7}\right)\right]^{-2} = 0,0223$$

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{3,630}{f}} = \sqrt{\frac{3,630}{0,0223}} = 12,76\, m/s$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{12,76 * 0,6}{10^{-5}} = 7,66x10^5 \xrightarrow{Coolebrok} f_{i+1} = 0,0226$$

Exercício 03

i	f_i	V(m/s)	Re	f_{i+1}
0	0,0223	12,76	$7{,}66\text{x}10^5$	0,0226
1	0,0226	12,68	$7{,}60\text{x}10^5$	0,0226

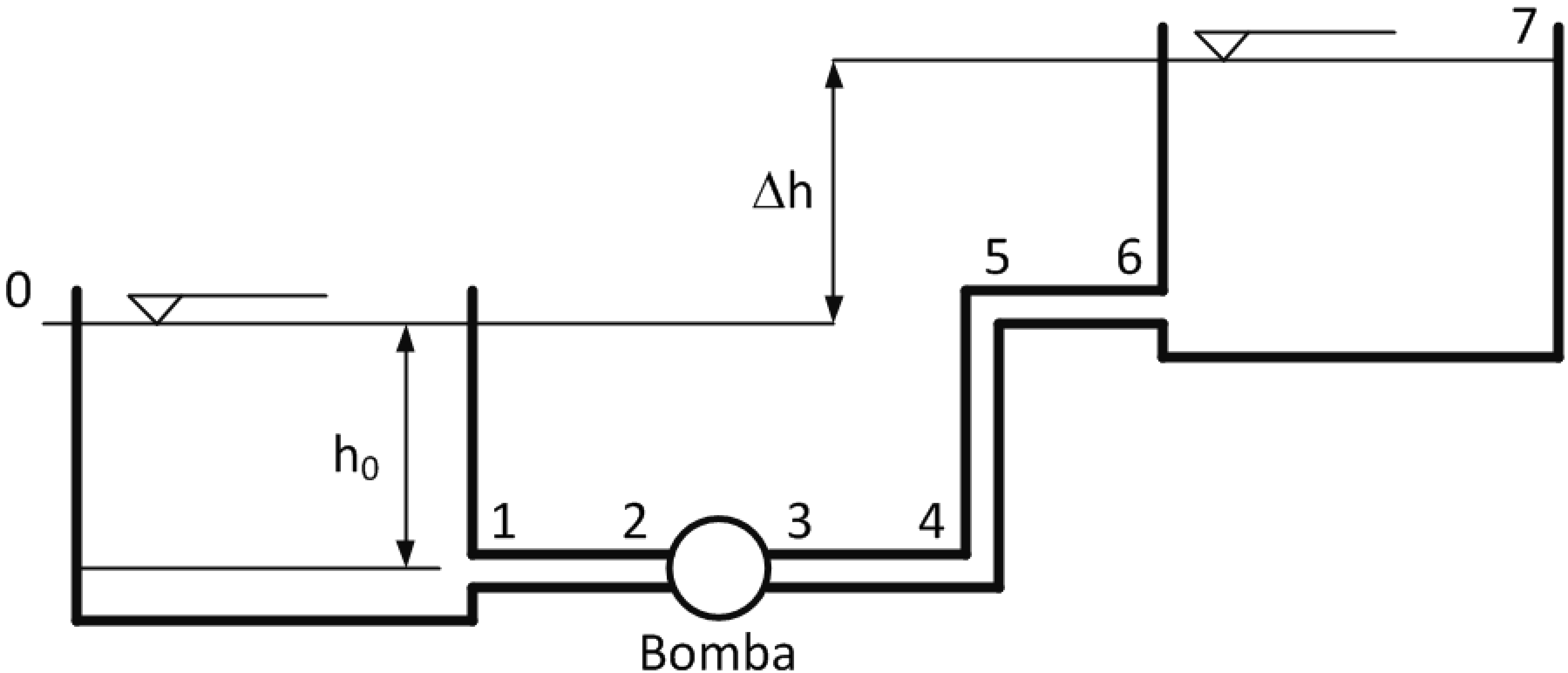
$$\dot{Q} = \bar{V}A = 12,68 * \left(0,6\right)^2 = 4,56\, m^3/s$$

Exercício 04

Na instalação da figura, a potência fornecida é de 1 cv e a tubulação tem diâmetro constante igual a 3 cm. A vazão que passa pela tubulação é de 3l/s. Os coeficientes de perda singular nos pontos 1, 4, 5 e 6 são respectivamente, $K_{s,1}$=0,5, $K_{s,4}$=1,3, $K_{s,5}$=1,3 e $K_{s,6}$=1,0. O fator de atrito nessa condição de escoamento é f=0,02. A viscosidade cinemática do fluido é $\upsilon=10^{-6} m^2/s$ e seu peso específico Υ=1000kgf/m^3. O comprimento do trecho1-2 é $L_{1,2}$=2m e do trecho 3-6 é $L_{3,6}$=10 m. Calcule:

a) O desnível entre os reservatórios;
b) A rugosidade do conduto;
c) A altura h_0 para que a pressão efetiva na entrada da bomba seja nula

Exercício 04

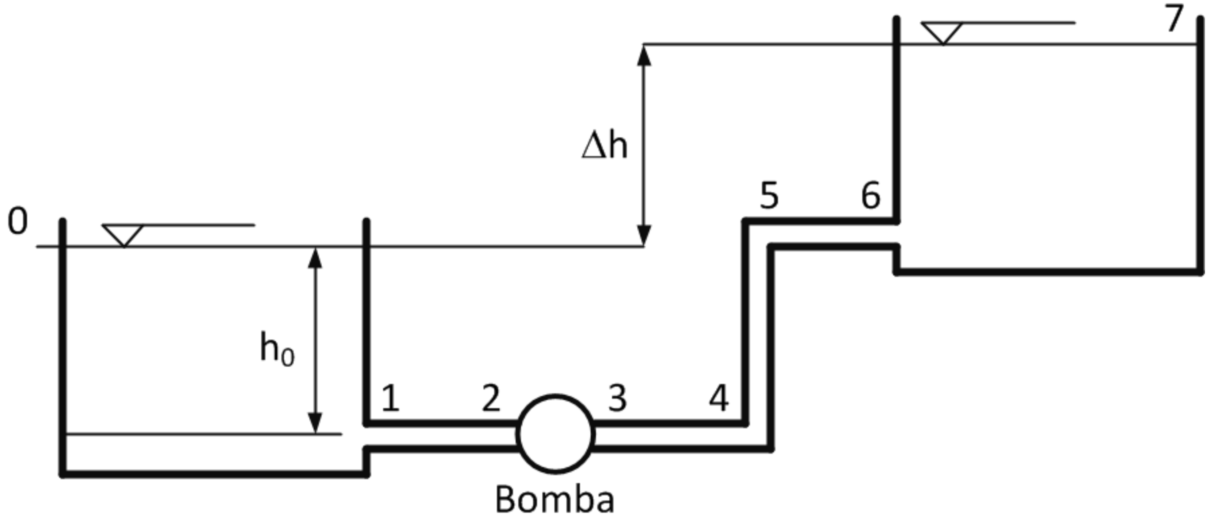


Exercício 04

Equação de energia:

$$\left(\cancel{\frac{p_0}{\gamma}}+\cancel{\frac{\alpha_0 \bar{V}_0}{2g}}+z_0\right)-\left(\cancel{\frac{p_7}{\gamma}}+\cancel{\frac{\alpha_7 \bar{V}_7}{2g}}+z_7\right)+h_{bomba}=h_{L_T}$$

$$\Delta h = h_{bomba} - h_{L_T}$$



Exercício 04

$$h_{bomba} = \frac{\dot{W}_{bomba}}{\gamma \dot{Q}} = \frac{745,7}{9,8*1000*0,003} = 25,4m$$

$$h_{L_T} = \sum h_m + \sum h_L = \left(K_{s,1} + K_{s,1} + K_{s,1} + K_{s,1}\right)\frac{\bar{V}^2}{2g} + f\,\frac{L_{1,6}}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\dot{Q} = \bar{V}A \Rightarrow \bar{V} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{4\dot{Q}}{\pi D^2} = \frac{4*0,003}{\pi*\left(0,03\right)^2} = 4,24\,m/s$$

Exercício 04

$$h_{L_T} = \sum h_m + \sum h_L = \left(K_{s,1} + K_{s,1} + K_{s,1} + K_{s,1}\right)\frac{\bar{V}^2}{2g} + f\,\frac{L_{1,6}}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$h_{L_T} = \left(0,5+1,3+1,3+1,0\right)\frac{\left(4,24\right)^2}{2*9,8} + 0,02*\frac{12}{0,03}\frac{\left(4,24\right)^2}{2*9,8} =$$

$$h_{L_T} = 3,76 + 7,34 = 11,1m$$

$$\Delta h = h_{bomba} - h_{L_T} = 25,4 - 11,1 = 14,3m$$

Exercício 04

Equação de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{4,24*0,03}{10^{-6}} = 1,272x10^{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{0,02}} = -2,0\log\left(\frac{\varepsilon}{3,7*0,03} + \frac{2,51}{1,273x10^{5}\sqrt{0,02}}\right)$$

$$-3,5355 = \log\left(9,009\varepsilon + 1,394x10^{-4}\right)$$

$$2,9141x10^{-4} = 9,009\varepsilon + 1,394x10^{-4} \Rightarrow \varepsilon = 1,687x10^{-5}m$$

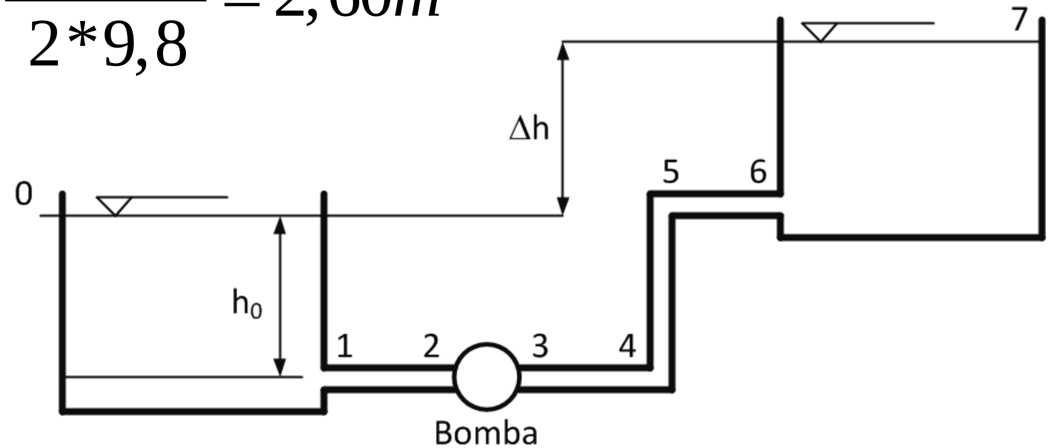
Exercício 04

Equação de energia entre 0 e 2:

$$\left(\cancel{\frac{p_0}{\gamma}}+\cancel{\frac{\alpha_0\bar{V}_0}{2g}}+z_0\right)-\left(\cancel{\frac{p_2}{\gamma}}+\frac{\alpha_2\bar{V}_2}{2g}+\cancel{z_2}\right)=h_{L_T}\Big|_0^2$$

$$h_0=h_{L_T}\Big|_0^2+\frac{\alpha_2\bar{V}_2}{2g}=\left(K_{s,1}+f\,\frac{L_{1,2}}{D}+\alpha_2\right)\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$h_0=\left(0,5+0,02\frac{2}{0,03}+1\right)\frac{(4,24)^2}{2*9,8}=2,60m$$

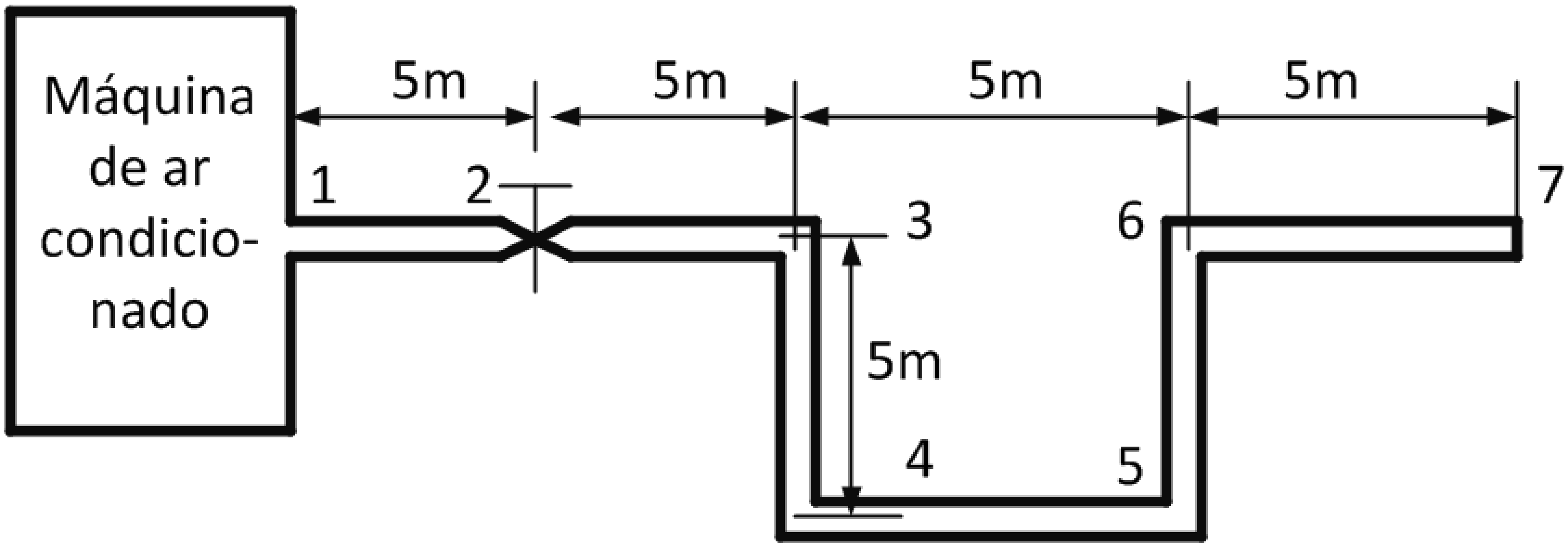


Exercício 05

Na instalação de ar condicionado apresentada, pede-se a relação entre a vazão do sistema e a diferença de pressão entra as seções 1 e 7. Dados:

- Seção transversal do duto retangular, constante e igual a 0,6mX0,3m
- Rugosidade média $\varepsilon=10^{-3}$m.
- Cotovelos: $K_s=1,3$
- Registro $L_{eq}=7$m.
- Propriedades físicas do ar : $\Upsilon_{ar}=1,3$kgf/m^3, $\upsilon_{ar}=10^{-6}$m^2/s.

Exercício 05



Exercício 05

Diâmetro hidráulico: $D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4*(0,6*0,3)}{2*(0,6+0,3)} = 0,4m$

Equação da energia:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \cancel{\frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g}} + \cancel{z_1}\right) - \left(\frac{p_7}{\gamma} + \cancel{\frac{\alpha_7 \bar{V}_7^2}{2g}} + \cancel{z_7}\right) = h_{L_T}$$

$$\frac{\Delta p_{1,7}}{\gamma} = \left[4*K_{cotovelo} + f\,\frac{(L+L_{eq})}{D}\right]\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\frac{\Delta p_{1,7}}{\gamma} = \left[4*1,3 + f\,\frac{(30+7)}{0,4}\right]\frac{\bar{V}^2}{2*9,8} = \frac{(5,2+92,5f)}{19,6}\bar{V}^2$$

Exercício 05

Assumindo regime completamente rugoso: $\dfrac{\varepsilon}{D_h} = \dfrac{0,001}{0,4} = 0,0025$

Coolebrok: $f = 0,025$ (válido para Re≥5,1x10^5)

$$\frac{\Delta p_{1,7}}{\gamma} = \frac{\left(5,2+92,5f\right)}{19,6}\bar{V}^2 = \frac{\left(5,2+92,5*0,025\right)}{19,6}\frac{\dot{Q}^2}{\left(0,6*0,3\right)^2} = 11,83$$

$$\frac{\Delta p_{1,7}}{1,3*9,8} = 11,83\dot{Q}^2 \Rightarrow \Delta p_{1,7} = 150,7\dot{Q}^2$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\bar{V}D_h}{\upsilon} = \frac{4\dot{Q}}{\pi D_h \upsilon} \geq 5x10^5$$

Exercício 05

$$\frac{4\dot{Q}}{\pi D_h \upsilon} \geq 5x10^5 \Rightarrow \dot{Q} \geq \frac{\pi D_h \upsilon}{4} 5x10^5 \Rightarrow \dot{Q} \geq \frac{\pi * 0,4 * 10^{-6}}{4} 5x10^5$$

$$\dot{Q} \geq 0,157\, m^3/s \Rightarrow \dot{Q} = 0,157\, m^3/s$$

$$\Delta p_{1,7} = 150,7\dot{Q}^2 = 150,7 * \left(0,157\right)^2 = 3,72m$$