

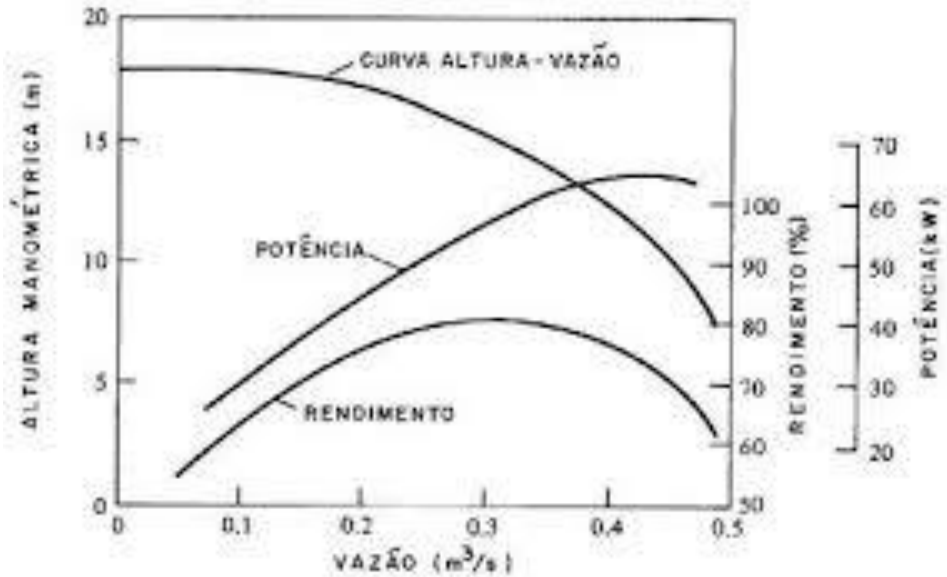
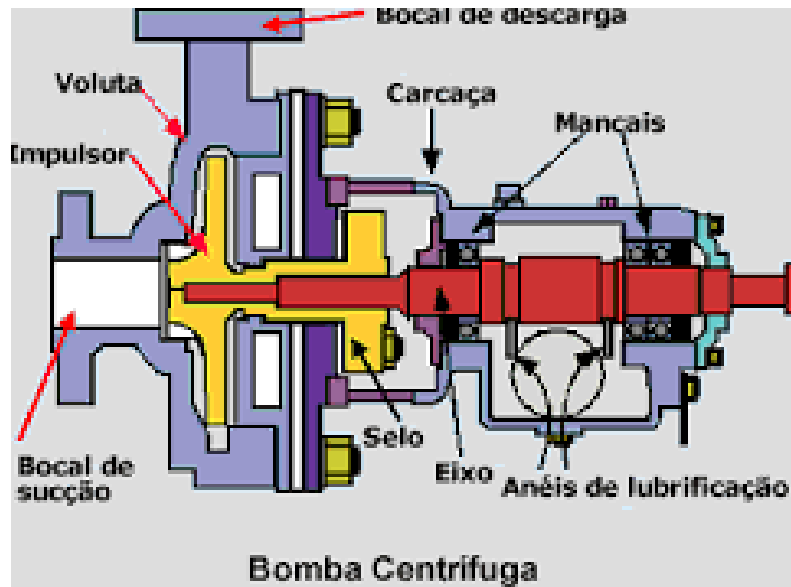
# PME 3230

## Análise Dimensional, Semelhança e Modelos Exercícios extras

Alberto Hernandez Neto

## Exercício 6

### Análise da operação de uma bomba centrífuga



## Exercício 6

Parâmetros principais:

$h$  = altura manométrica ou de carga [J/kg];

$P$  = potência consumida pela bomba [W];

$Q$  = vazão volumétrica [ $\text{m}^3/\text{s}$ ];

$\omega$  = rotação [1/s];

$D$  = diâmetro do rotor [m];

$\rho$  = massa específica [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ];

$\mu$  = viscosidade [ $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ ];

$$h = g_1(Q, \rho, \omega, D, \mu)$$

$$P = g_2(Q, \rho, \omega, D, \mu)$$

## Exercício 6

Aplicando o teorema  $\Pi$  ao problema :

$$\frac{h}{\omega^2 D^2} = g_1 \left( \frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu} \right)$$

$$\frac{P}{\rho \omega^3 D^5} = g_2 \left( \frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu} \right)$$

## Exercício 6

Pode-se verificar que efeitos viscosos podem ser desprezados para máquinas geometricamente semelhantes e em condições de operação semelhantes:

$$\frac{Q_1}{\omega_1 D_1^3} = \frac{Q_2}{\omega_2 D_2^3}$$

$$\frac{h_1}{\omega_1^2 D_1^2} = \frac{h_2}{\omega_2^2 D_2^2}$$

$$\frac{P_1}{\rho_1 \omega_1^3 D_1^5} = \frac{P_2}{\rho_2 \omega_2^3 D_2^5}$$



Lei das Bombas  
ou Ventiladores

## Exercício 7

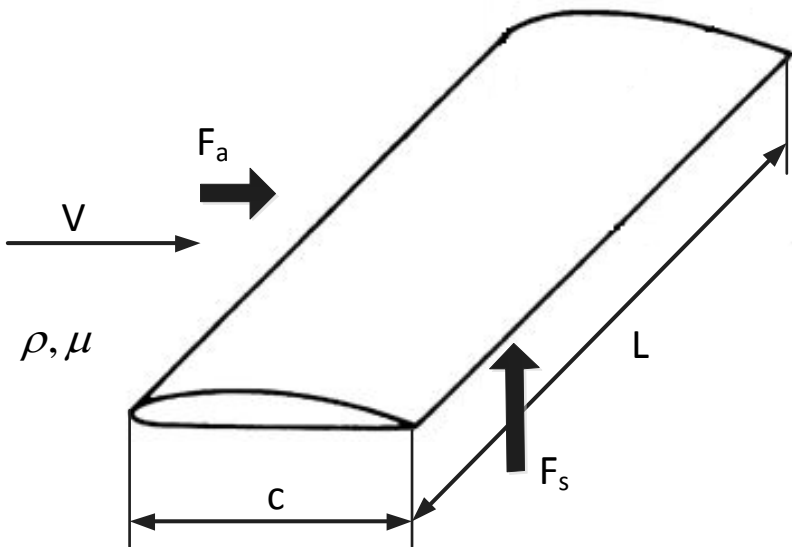
Considerando um ventilador  $D_1=200$  mm fornece  $Q_1=0,4$  m<sup>3</sup>/s;  $w_1=2500$  rpm. Qual deve ser o diâmetro do ventilador para que ele forneça uma vazão  $Q_2=2,38$  m<sup>3</sup>/s a uma rotação  $w_2=1800$  rpm

$$\frac{Q_1}{\omega_1 D_1^3} = \frac{Q_2}{\omega_2 D_2^3}$$

$$\frac{0,4}{2.500 * (0,2)^3} = \frac{2,38}{1.800 * D_2^3} \Rightarrow D_2 = 0,404m = 404mm$$

## Exercício 8

Uma asa de avião com corda igual 1,5 m e 9 m de envergadura é projetada para voar a uma velocidade de 7,5 m/s no ar. Um modelo em escala 1/10 deve ser testado em um túnel em água. Qual deve ser a velocidade no túnel necessária para termos semelhança completa? Qual é a relação entre as forças medidas no modelo e no protótipo?



$$F_a = f_1(c, V, \mu, \rho)$$

$$F_s = f_2(L, V, \rho, \mu)$$

L=envergadura

c = corda

A = área da asa = L\*c

## Exercício 8

Em condição de semelhança completa:

$$\frac{F_{a,m}}{\rho_m V_m^2 c_m^2} = \frac{F_{a,p}}{\rho_p V_p^2 c_p^2}$$

$$\text{Re}_m = \text{Re}_p \Rightarrow \frac{\rho_m V_m L_m}{\mu_m} = \frac{\rho_p V_p L_p}{\mu_p} \Rightarrow \frac{\rho_m}{\rho_p} \frac{V_m}{V_p} \frac{L_m}{L_p} \frac{\mu_p}{\mu_m} = 1 \Rightarrow \lambda_\rho \lambda_V \lambda_L \frac{1}{\lambda_\mu} = 1$$

$$\frac{F_{a,m}}{F_{a,p}} \frac{\rho_p}{\rho_m} \frac{V_p^2}{V_m^2} \frac{c_p^2}{c_m^2} = 1 \Rightarrow \lambda_F \frac{1}{\lambda_\rho} \lambda_V^2 \lambda_c^2 = 1$$



## Exercício 8

Assumindo a mesma temperatura de operação do modelo e do protótipo e igual a 20°C:

$$\left. \begin{array}{l} \rho_{ar} (20^\circ C) = 1,204 \text{ m}^3/\text{kg} \\ \rho_{\acute{a}gua} (20^\circ C) = 998,2 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array} \right\} \lambda_\rho = \frac{\rho_m}{\rho_p} = \frac{998,2}{1,204} = 829,07$$

$$\left. \begin{array}{l} \mu_{ar} (20^\circ C) = 0,00001825 \text{ kg}/\text{m}\cdot\text{s} \\ \mu_{\acute{a}gua} (20^\circ C) = 0,001002 \text{ kg}/\text{m}\cdot\text{s} \end{array} \right\} \lambda_\mu = \frac{\mu_m}{\mu_p} = \frac{0,001002}{0,00001825} = 54,9$$

## Exercício 8

$$\lambda_L = \frac{L_m}{L_p} = 0,1$$

Logo:

$$\lambda_\rho \lambda_V \lambda_L \frac{1}{\lambda_\mu} = 1 \Rightarrow 829,07 * \lambda_V * 0,1 * \frac{1}{54,9} = 1 \Rightarrow \lambda_V = \frac{V_m}{V_p} = 0,662$$

$$V_m = 0,662 * 7,5 = 4,97 \text{ m/s}$$

## Exercício 8

$$\lambda_F \frac{1}{\lambda_\rho} \lambda_V^2 \lambda_c^2 = 1 \Rightarrow \lambda_F \frac{1}{829,07} (0,662)^2 (0,1)^2 = 1 \Rightarrow \lambda_F = 5,29 \times 10^{-6}$$

## Exercício 9

Deseja-se analisar o comportamento aerodinâmico de um inseto com as seguintes características:

- Modelo em escala 1:8
- Frequência do batimento de asas do inseto ( $\omega$ ): 60 vezes/s
- Velocidade de voo ( $V$ ): 1,5 m/s

Determine a velocidade do ar no túnel de vento e a frequência de oscilação da asa para ter-se semelhança dinâmica ( $F_p = F_m$ ).

$$F_a = f(\omega, L, V, \mu, \rho)$$

## Exercício 9

Aplicando a o teorema  $\Pi$  da análise dimensional:

$$\frac{F_a \omega^2}{V^4 \rho} = f\left(\frac{\rho V L}{\mu}\right)$$

Logo:

$$\text{Re}_m = \text{Re}_p \Rightarrow \frac{\rho_m V_m L_m}{\mu_m} = \frac{\rho_p V_p L_p}{\mu_p} \Rightarrow \frac{\rho_m}{\rho_p} \frac{V_m}{V_p} \frac{L_m}{L_p} \frac{\mu_p}{\mu_m} = 1 \Rightarrow \lambda_\rho \lambda_V \lambda_L \frac{1}{\lambda_\mu} = 1$$

Se os testes são feitos com o mesmo fluido e na mesma temperatura e pressão:

$$\lambda_\rho = \lambda_\mu = 1 \Rightarrow 1 \lambda_V \lambda_L \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow \lambda_V = \frac{1}{\lambda_L} \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \frac{L_p}{L_m} = \frac{1}{8} = 0,125$$

## Exercício 9

Da mesma forma:

$$\frac{F_m \omega_m^2}{V_m^4 \rho_m} = \frac{F_p \omega_p^2}{V_p^4 \rho_p} \Rightarrow \frac{F_m}{F_p} \frac{\omega_m^2}{\omega_p^2} \frac{V_p^4}{V_m^4} \frac{\rho_p}{\rho_m} = 1 \Rightarrow \lambda_F \lambda_\omega^2 \frac{1}{\lambda_V^4} \frac{1}{\lambda_\rho} = 1$$

Para se ter semelhança dinâmica ( $F_m = F_p$ ):

$$\lambda_F \lambda_\omega^2 \frac{1}{\lambda_V^4} \frac{1}{\lambda_\rho} = 1 \Rightarrow 1 * \lambda_\omega^2 * (8)^4 * 1 = 1 \Rightarrow \lambda_\omega = \frac{1}{64}$$

Logo:

$$\left. \begin{aligned} V_m &= 0,125 * V_p = 0,125 * 1,5 = 0,1875 \text{ m/s} \\ \omega_m &= \frac{1}{64} * \omega_p = \frac{1}{64} * 60 = 0,94 \text{ batimentos/s} \end{aligned} \right\} \text{Condições de ensaio difíceis de obter!!!}$$

## Exercício 9

Alternativas:

1) Aumento da temperatura do ar no ensaio

$$\rho_{ar}(20^{\circ}C) = 1,204 m^3/kg$$

$$\rho_{ar}(100^{\circ}C) = 0,946 m^3/kg$$

$$\mu_{ar}(20^{\circ}C) = 0,00001825 kg/m.s$$

$$\mu_{ar}(100^{\circ}C) = 0,00002181 kg/m.s$$

$$V_m = 0,29 m/s$$

$$\omega_m = 1,06 \text{ batimentos/s}$$

## Exercício 9

Alternativas:

### 2) Mudança de fluido

$$\rho_{ar} (20^{\circ}C) = 1,204 m^3/kg$$

$$\rho_{\acute{a}gua} (20^{\circ}C) = 998,2 m^3/kg$$

$$\mu_{ar} (20^{\circ}C) = 0,00001825 kg/m.s$$

$$\mu_{\acute{a}gua} (20^{\circ}C) = 0,001002 kg/m.s$$

$$V_m = 0,795 m/s$$

$$\omega_m = 0,03 \text{ batimentos/s}$$