

**Introdução às Medidas em Física**  
**4300152**  
**5<sup>a</sup> Aula**

# **Experiência III:**

## **Distância Focal de uma Lente**

### **Objetivos:**

#### **Medidas indiretas**

**Medida da distância focal de uma lente**

#### **Noções de Estatística:**

**Propagação de Incertezas**

**Média Ponderada**

**Compatibilidade**

# Incertezas estatísticas

## Flutuação no resultado das medidas

medida = média de todas as medidas efetuadas

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

incerteza estatística = desvio padrão da média

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} \quad s_m = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

# Qual é a incerteza de uma medida?

Várias medidas do tamanho de uma mesa com uma régua

$$\sigma_{L_{instr}} = 0,5 \text{ mm}$$

$$\sigma_{L_{estat}}$$

$$\sigma_{L_{final}} = \sqrt{\sigma_{L_{instr}}^2 + \sigma_{L_{estat}}^2}$$

Caso um tipo de incerteza seja dominante (3 ou 4 x maior já é o bastante), pode-se desprezar a outra.

# Regra geral

Para uma função  $f(x, y, z, t, \dots)$

$$x \pm s_x$$

$$y \pm s_y$$

$$z \pm s_z$$

$$t \pm s_t$$

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \sigma_z\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \sigma_t\right)^2}$$

# Calculando

$$V = \frac{\pi D^2 h}{4} \quad s_V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial D} s_D\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h} s_h\right)^2} \quad \frac{s_V}{V} = \sqrt{\left(2 \frac{s_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{s_h}{h}\right)^2}$$

$$d = \frac{m}{V} \quad s_d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial m} s_m\right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial V} s_V\right)^2} \quad \frac{s_d}{d} = \sqrt{\left(\frac{s_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{s_V}{V}\right)^2}$$

$$d = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi D^2 h} \quad s_d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial m} s_m\right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial D} s_D\right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial h} s_h\right)^2}$$
$$\frac{s_d}{d} = \sqrt{\left(\frac{s_m}{m}\right)^2 + \left(2 \frac{s_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{s_h}{h}\right)^2}$$

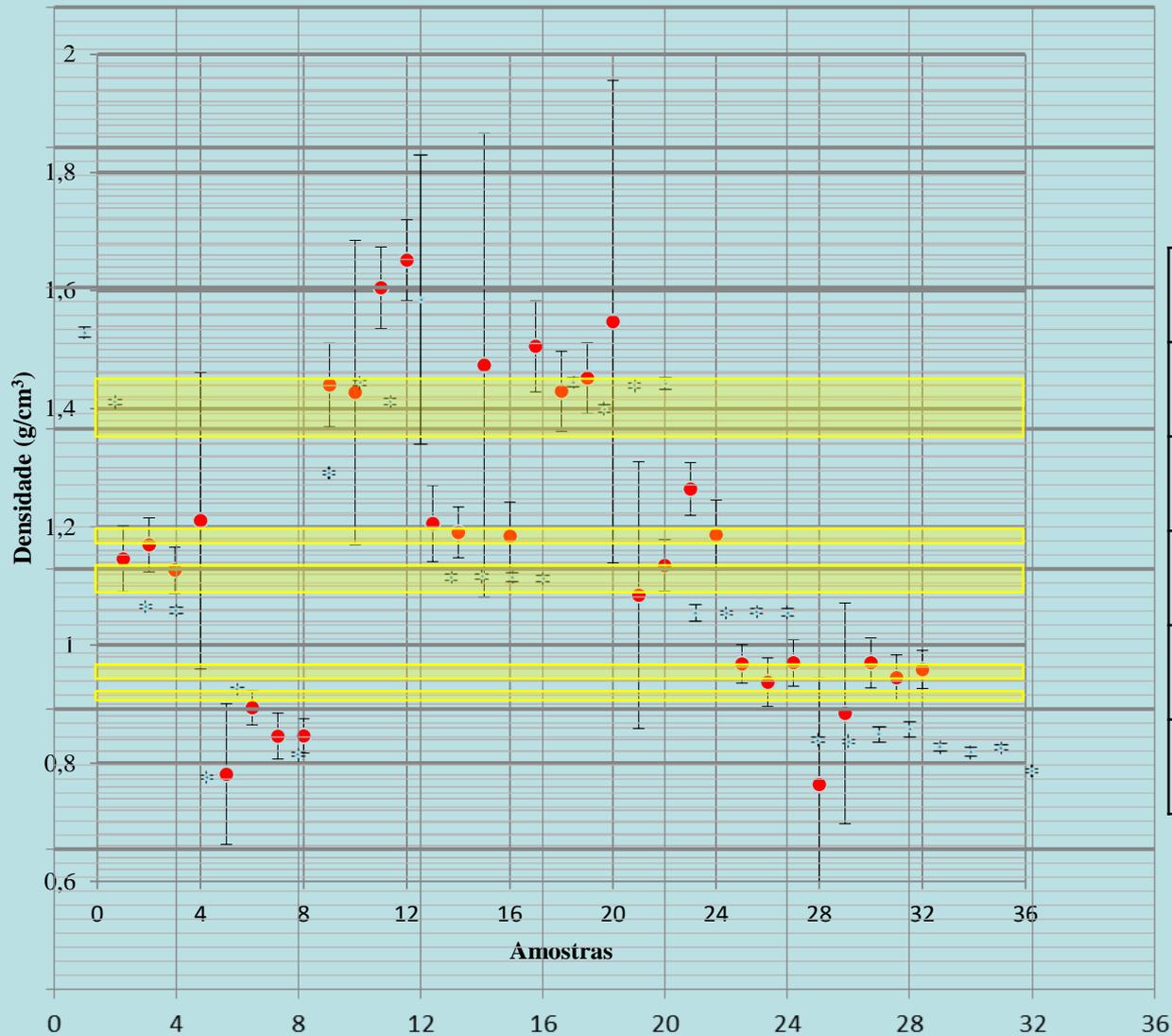
# Formulário

Extraído da Apostila de Introdução à Teoria de Erros, J.H. Vuolo, 3a Edição

Tabela 1. Exemplos de fórmulas de propagação de erros.

$w = w(x, y, \dots)$	Expressões para $\sigma_w$
$w = x \pm y \pm \dots$	$\sigma_w^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \dots$
$w = x^m$	$\sigma_w =  m x^{m-1}  \sigma_x$ ou $ \frac{\sigma_w}{w}  =  m \frac{\sigma_x}{x} $
$w = ax$	$\sigma_w =  a  \sigma_x$ ou $ \frac{\sigma_w}{w}  =  \frac{\sigma_x}{x} $
$w = ax + b$	$\sigma_w =  a  \sigma_x$
$w = axy$	$\sigma_w^2 = (ay)^2 \sigma_x^2 + (ax)^2 \sigma_y^2$ ou $(\frac{\sigma_w}{w})^2 = (\frac{\sigma_x}{x})^2 + (\frac{\sigma_y}{y})^2$
$w = a \frac{x}{y}$	$\sigma_w^2 = (\frac{a}{y})^2 \sigma_x^2 + (\frac{ax}{y^2})^2 \sigma_y^2$ ou $(\frac{\sigma_w}{w})^2 = (\frac{\sigma_x}{x})^2 + (\frac{\sigma_y}{y})^2$
$w = ax^p y^q$	$\sigma_w^2 = (apx^{p-1}y^q)^2 \sigma_x^2 + (ax^p qy^{q-1})^2 \sigma_y^2$ ou $(\frac{\sigma_w}{w})^2 = p^2 (\frac{\sigma_x}{x})^2 + q^2 (\frac{\sigma_y}{y})^2$

# Dados experimento anterior (210)



material	d(g/cm <sup>3</sup> )
PVC	1,35 a 1,45
Acrílico	1,17 a 1,20
Nylon	1,09 a 1,14
Polietileno	0,941 a 0,965
Polipropilen	0,900 a 0,915

# Média ponderada

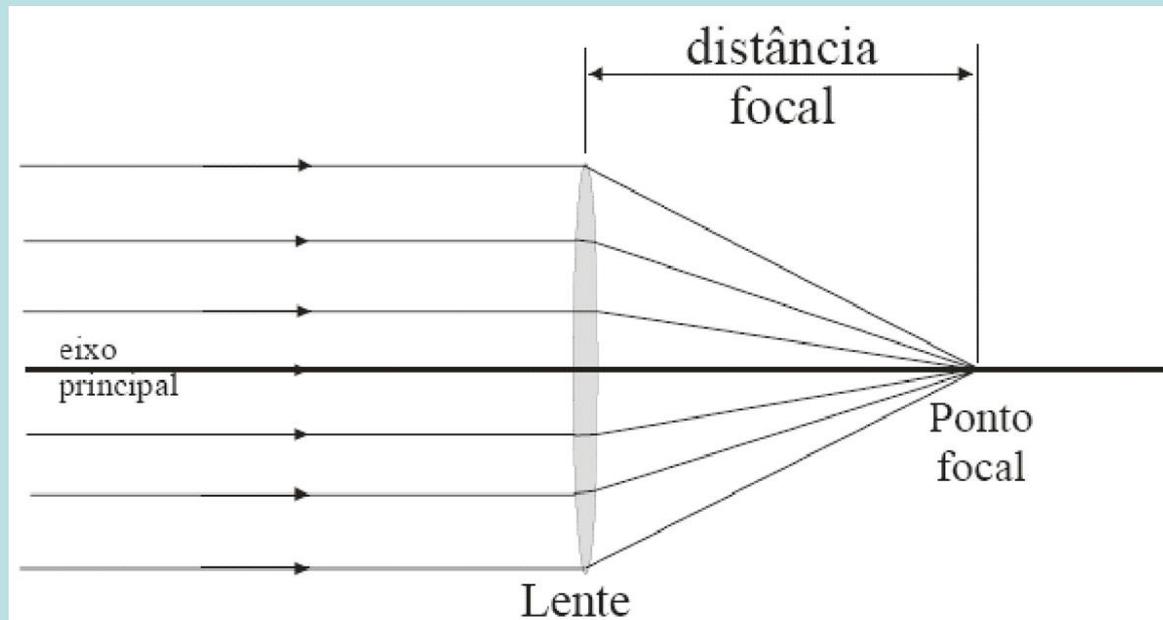
Como cada medida tem incerteza diferente (varia com os parâmetros experimentais durante a aquisição dos dados), podemos fazer uma média ponderada (ponderada pela incerteza de cada medida):

$$d = \frac{\sum_{i=1}^N p_i \cdot d_i}{\sum_{i=1}^N p_i} \quad \text{onde:} \quad p_i = \frac{1}{\sigma_{d_i}^2}$$

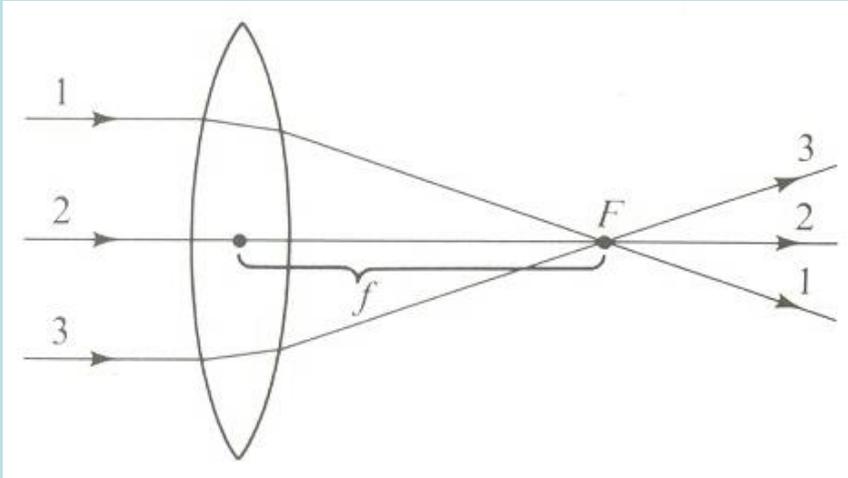
e a incerteza de  $d$  é: 
$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^N p_i}}$$

# Distância Focal de uma Lente

É a distância entre o ponto de foco de uma imagem e a lente caso o objeto que gera a imagem esteja a uma distância infinita da lente

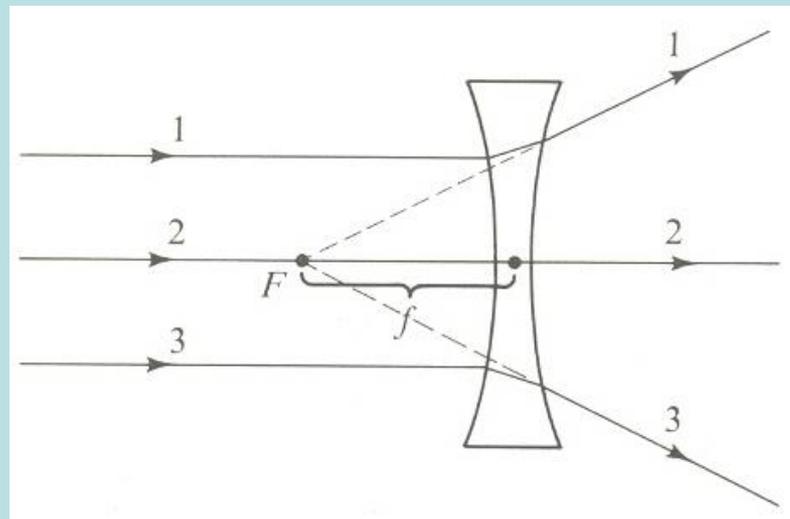


# Lentes convergentes e divergentes

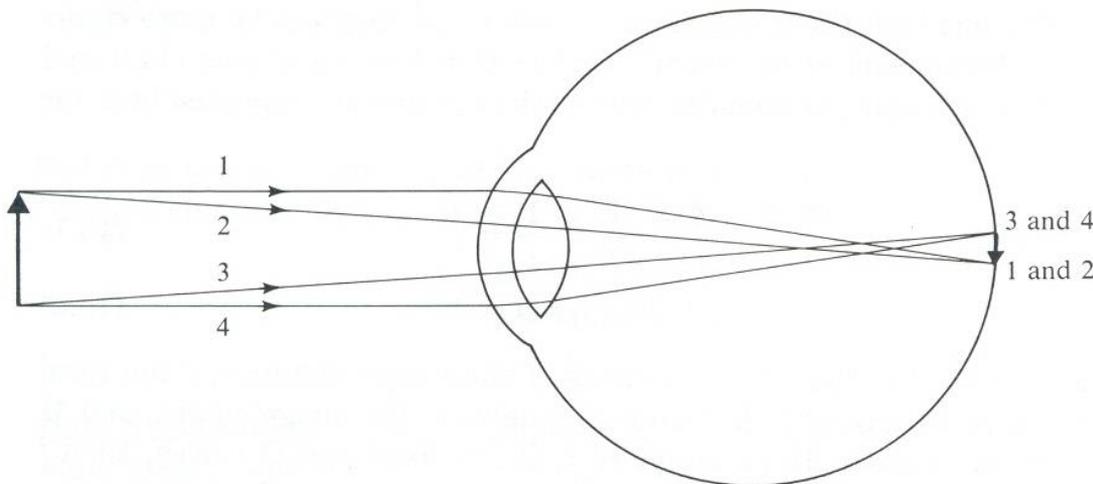
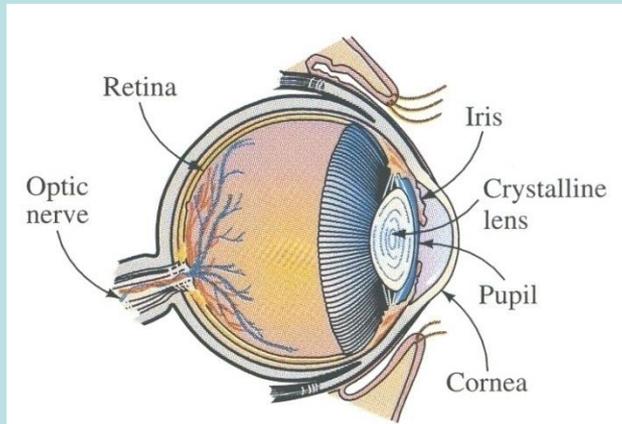


**Convergente**

**Divergente**

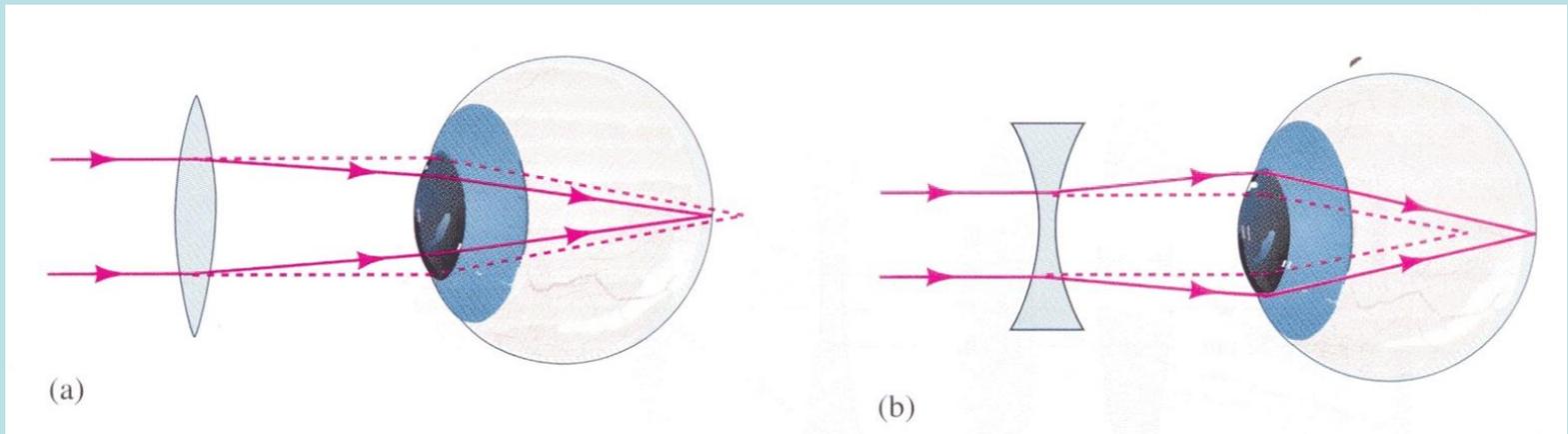


# Curiosidade: olho humano e visão



**A imagem formada sobre a retina é real e invertida. Problemas de visão ocorrem quando a imagem não se forma sobre a retina**

# Curiosidade: correção dos problemas de visão



**(a) hipermetropia:**  
a imagem se forma após a retina; a correção é feita utilizando lentes convergentes

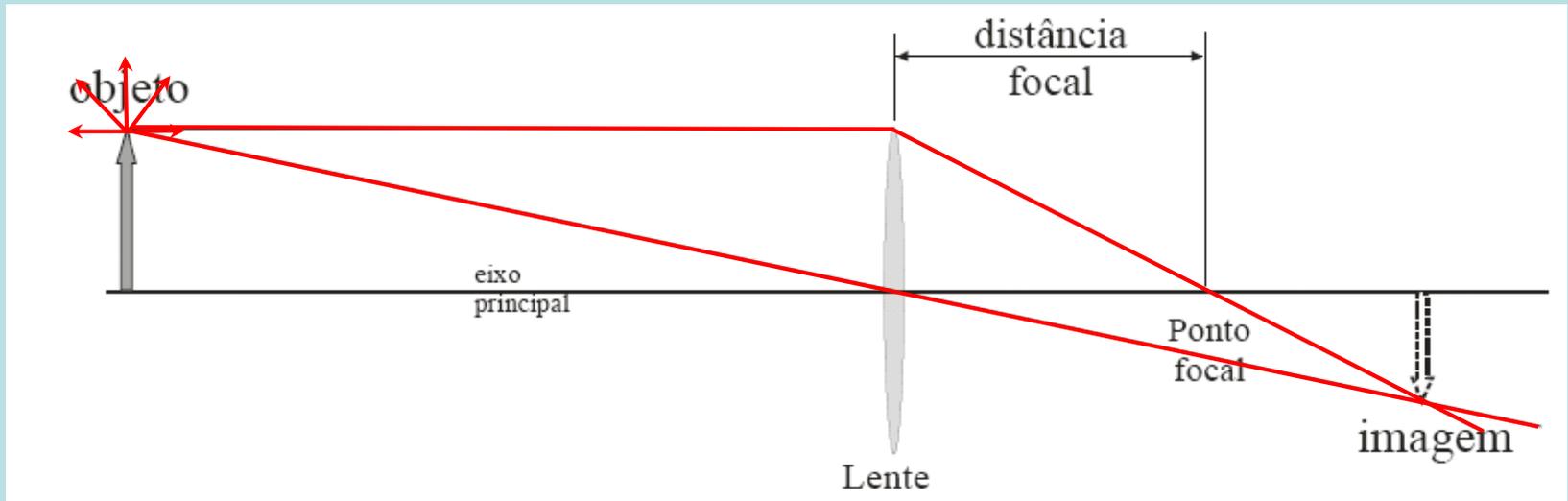
**(b) miopia:**  
a imagem se forma antes da retina; a correção é feita utilizando lentes divergentes

# Formação da imagem

**Raios luminosos saem de todos os pontos do objeto em todas as direções**

**Qualquer raio luminoso paralelo ao eixo principal da lente é desviado de tal forma a passar pelo ponto focal da lente;**

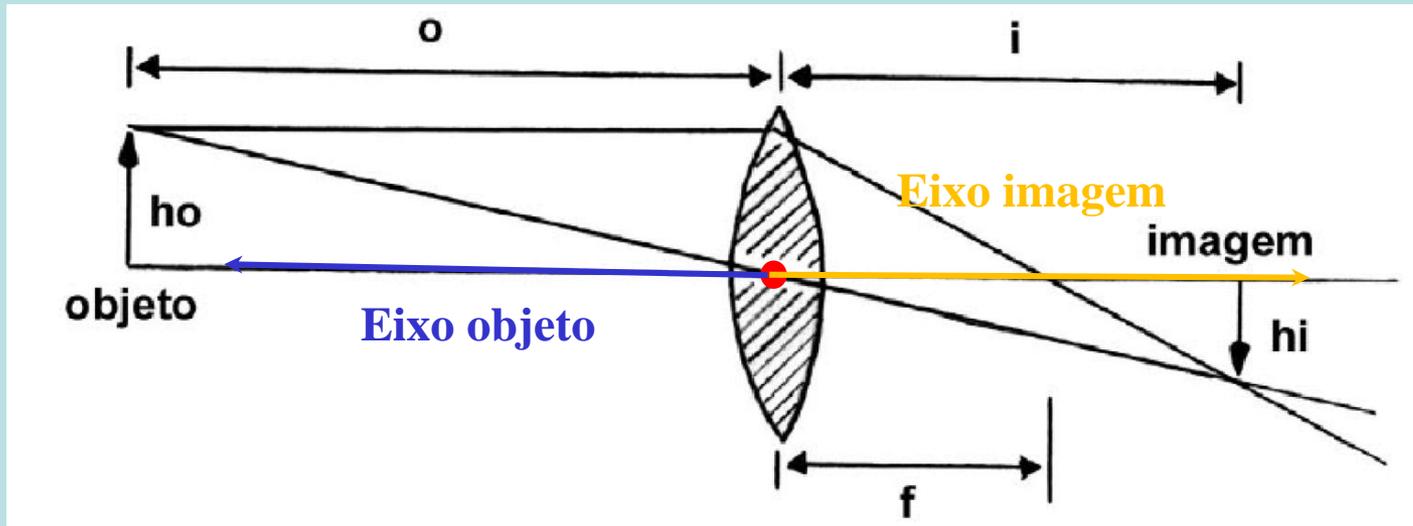
**Qualquer raio luminoso incidente sobre o centro da lente não sofre desvio**



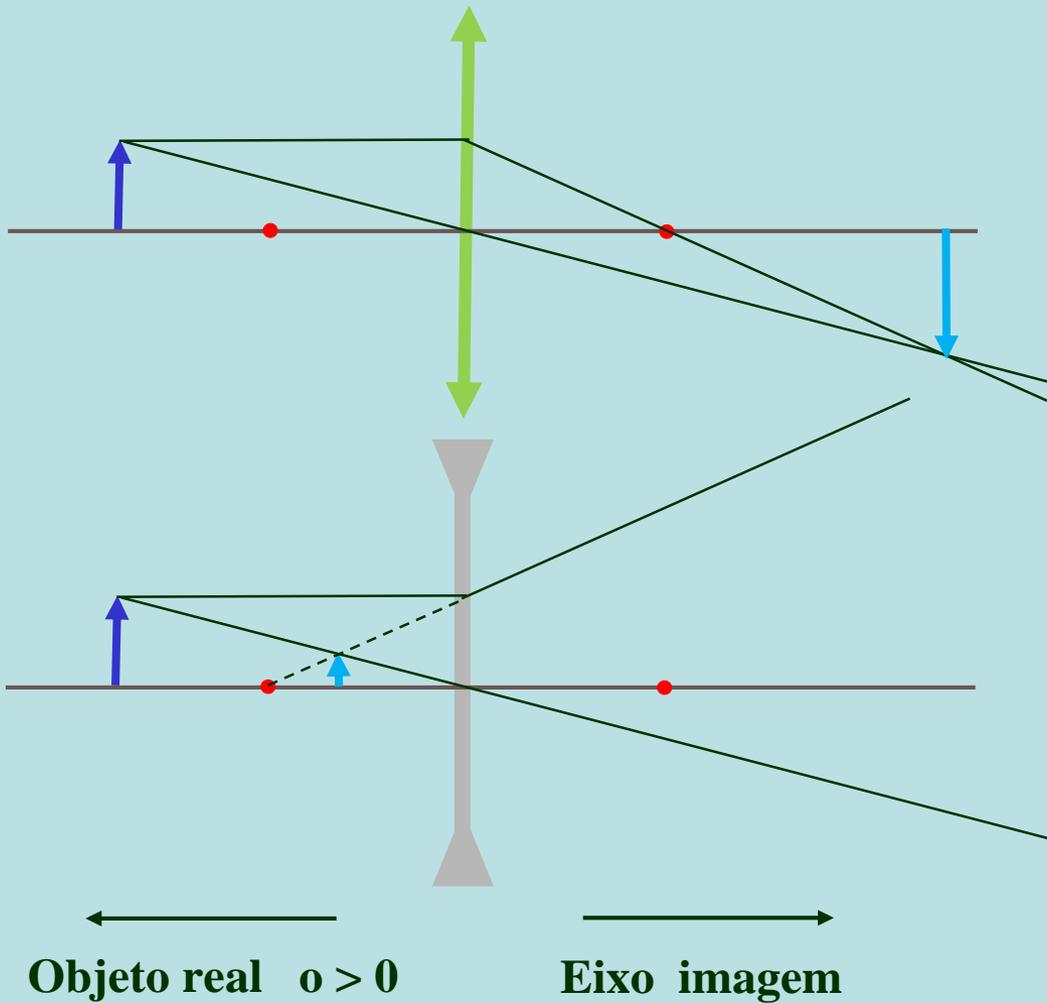
# Distância Focal de uma Lente

Ela pode ser calculada pela expressão:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o} \Rightarrow f = \frac{i \cdot o}{i + o}$$



# Dist objeto > distância focal



Convergente  $f > 0$

Imagem real  $i > 0$

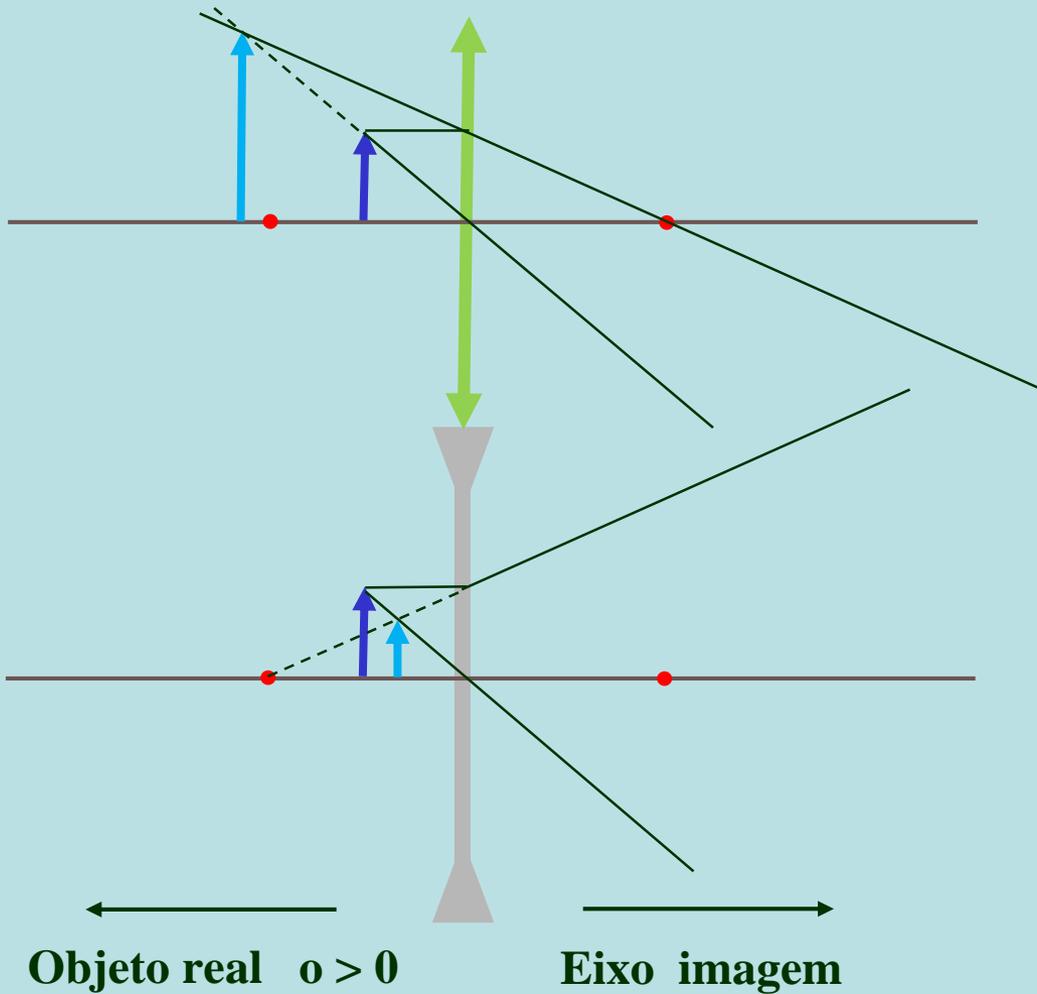
Raios se encontram

Divergente  $f < 0$

Imagem virtual  $i < 0$

Raios parecem vir do mesmo ponto

# Dist objeto < distância focal



Convergente  $f > 0$

Imagem virtual  $i < 0$

Raios parecem vir do mesmo ponto

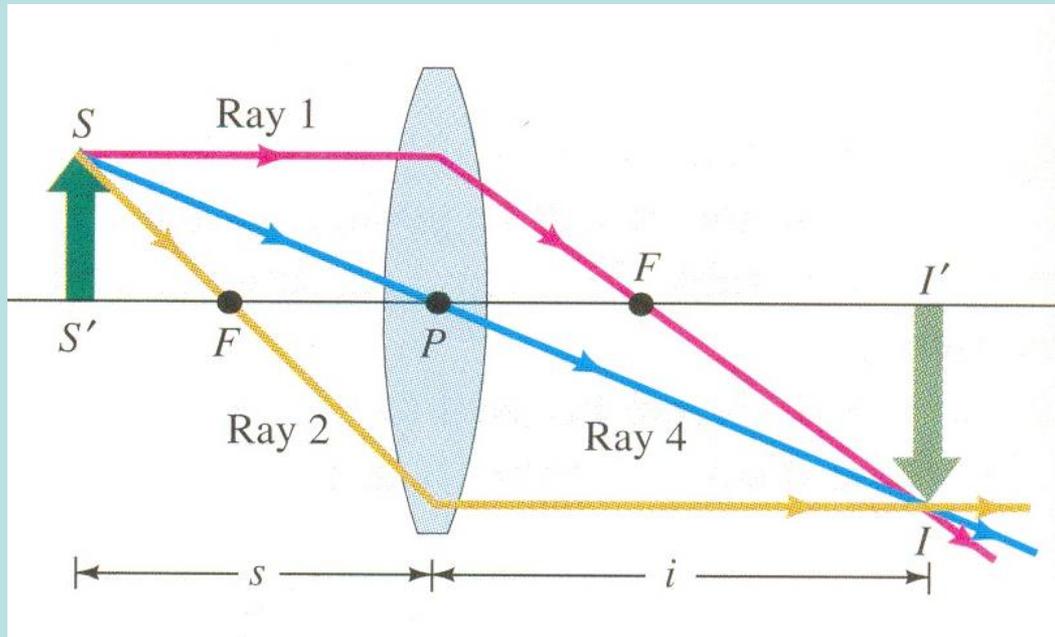
Divergente  $f < 0$

Imagem virtual  $i < 0$

Raios parecem vir do mesmo ponto

# Imagem em lente convergente:

$$o > f$$



Conforme S (objeto) afasta, I (imagem) diminui e se aproxima de F

Imagem é **real** (cruzamento de raios reais)

Imagem é **invertida**

# Imagem em lente convergente:

$$o < f$$

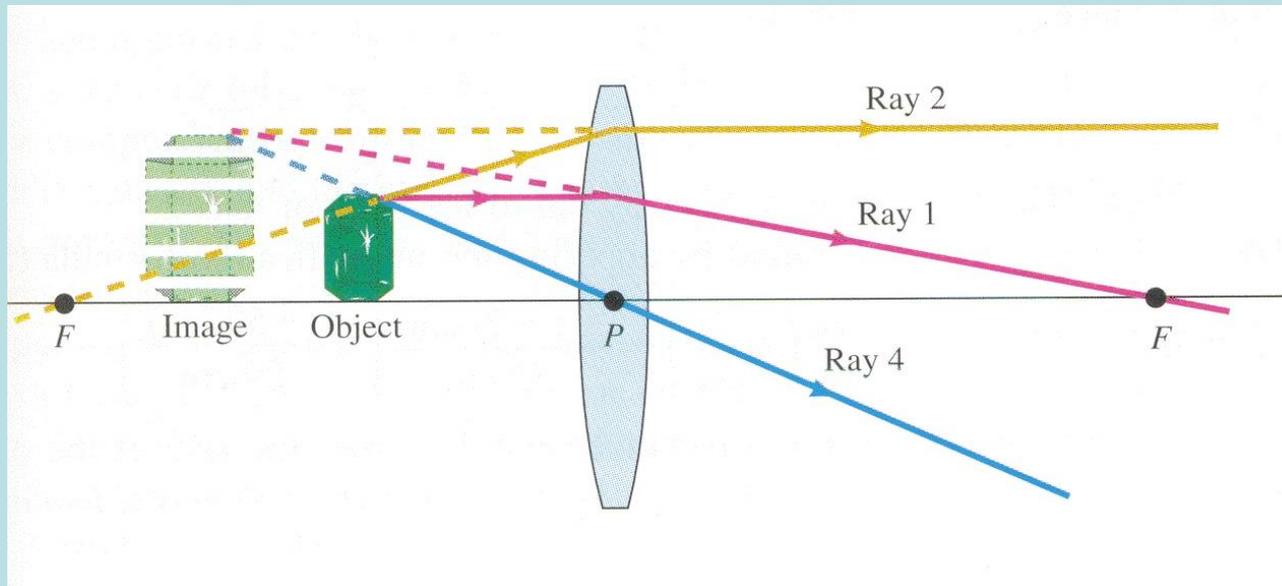


Imagem é:

**virtual** (cruzamento de prolongamentos dos raios)

**direita** e maior que o objeto

mais afastada da lente que objeto ( $i > o$ )

# Procedimento Experimental

## Bancada óptica:

Trilho metálico

Fonte luminosa

2 lentes a serem estudadas por bancada

Anteparo para projeção da imagem

**Identificar a lente convergente e a lente divergente**

**Estimar a distância focal destas lentes convergentes (com incertezas)**

**Convergente**

**Pode ser usado imagem real ou virtual**

**Divergente**

**Imagem virtual**

# Procedimento Experimental

Para a lente convergente, cada aluno do grupo fará 10 medidas, com diferentes valores de  $o$

Organizar os dados em uma tabela

**Refletir sobre as incertezas nas medidas**, tanto de  $o$  como de  $i$

Como você pode estimá-las?

A incerteza é somente devido ao equipamento de leitura (trena), ou seja, instrumental?

Qual o valor atribuído a elas? Por quê?

# Estimativa da Incerteza

Avaliar a **incerteza instrumental** para os diversos pontos.  
Não deve ser o mesmo.

Avaliar a **incerteza estatística** para os diversos pontos medidos (valores de  $i$ ). Analise a influência para diferentes valores de  $o$ .

$$\sigma_{L_{final}} = \sqrt{\sigma_{L_{instr}}^2 + \sigma_{L_{estat}}^2}$$

# Análise dos dados

**Calcular a distância focal da lente convergente utilizada, não esquecendo de fazer a propagação de incertezas**

**Calcule a média ponderada e compare os valores da distância focal obtidos em cada medida. Eles são compatíveis? Você observa alguma tendência nos dados com o aumento ou diminuição de  $o$  ?**

# Distância Focal e incertezas:

Distancia focal utilizando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o} \quad \text{ou} \quad f = \frac{io}{i+o}$$

Calculo da incerteza das distâncias focais usando derivadas parciais:

$$\sigma_f = f \sqrt{\left(\frac{f}{i} \times \frac{\sigma_i}{i}\right)^2 + \left(\frac{f}{o} \times \frac{\sigma_o}{o}\right)^2}$$