

Introdução às Medidas em
Física
4300152

AULA 03

19 de Agosto de 2019

Experiência II

Densidade de Sólidos

Objetivos

Medidas indiretas

Medida da densidade de sólidos

Noções de Estatística

Propagação de Incertezas

Compatibilidade entre medidas

Características de uma medida

Medidas repetidas – diferentes

Diferentes experimentadores

Diferentes instrumentos

**Nunca iremos obter o valor verdadeiro em
nossas medições**

características da própria grandeza sendo medida
limitações intrínsecas e inevitáveis dos nossos
instrumentos e técnicas de medida

Como realizar medidas

Análise do instrumento de medida

identificação do tipo e funcionamento

Fundo de escala e unidade

seleção conveniente

Precisão e incerteza da medida

Instrumental

Escala simples

Duas escalas: principal e auxiliar (nônio ou vernier)

Método

Aleatórios

Como avaliar incerteza

Tipos de incerteza

Instrumental: Aquela associada à precisão do instrumento utilizado para realizar a medida direta de uma grandeza.

Estatística: Incerteza associada à flutuação no resultado de uma mesma medida.

Sistemática: Aquela onde a medida é desviada em uma única direção, tornando os resultados viciados.

Incertezas instrumentais

Em geral é a metade da menor divisão

Cuidado com instrumentos que possuem escalas auxiliares tipo nônio (ex:paquímetro)

incerteza é a menor divisão do mesmo

Dificuldade de leitura

Posicionamento objeto/instrumento ou estabilidade de leitura (digital)

Incertezas estatísticas

Flutuação no resultado das medidas

medida = média de todas as medidas efetuadas

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

incerteza estatística = desvio padrão da média

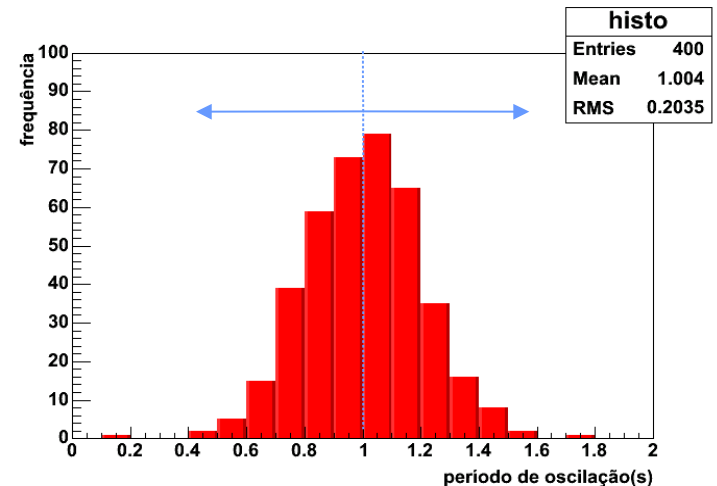
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}} \quad s_m = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Obs: o desvio padrão pode ser chamado de σ ou s ou ainda Δ .

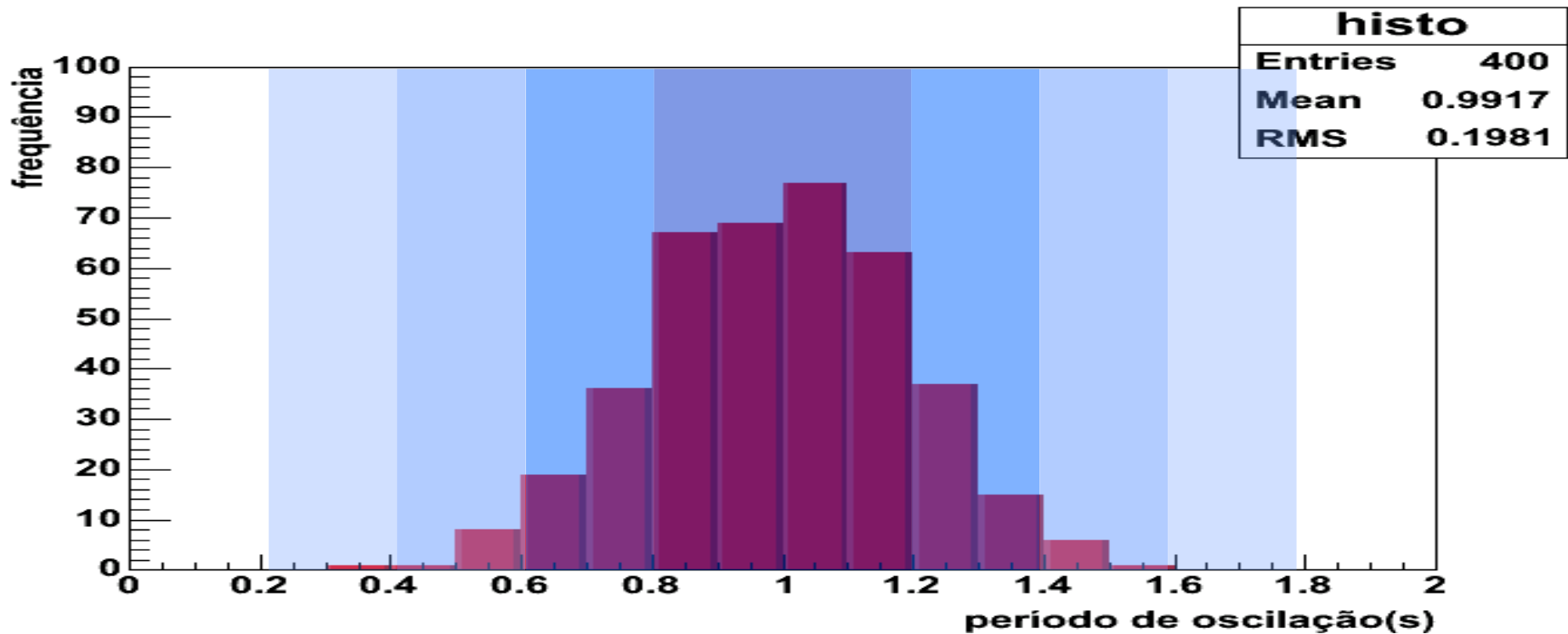
Erros Estatísticos ou Aleatórios

Inicialmente, que características devemos esperar para a distribuição dos dados obtidos?

Simétrica em torno de um certo valor, e decresce ao se afastar desse valor.



Interpretação Estatística da Média e Desvio Padrão



Quase
Impossível

Muito
Pouco
Provável

Pouco
Provável

Provável

Muito Provável

Provável

Pouco
Provável

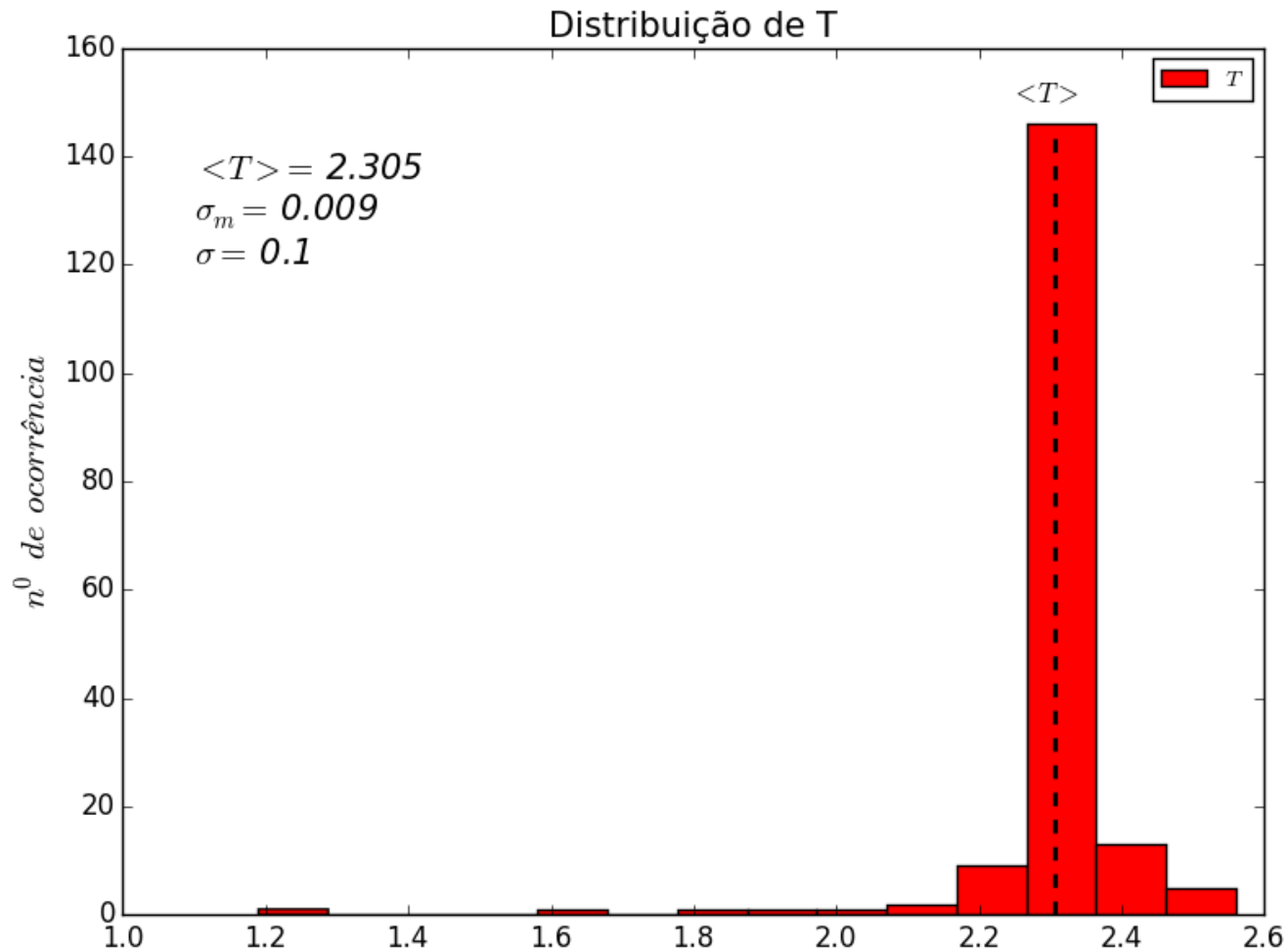
Muito
Pouco
Provável

Quase
Impossível

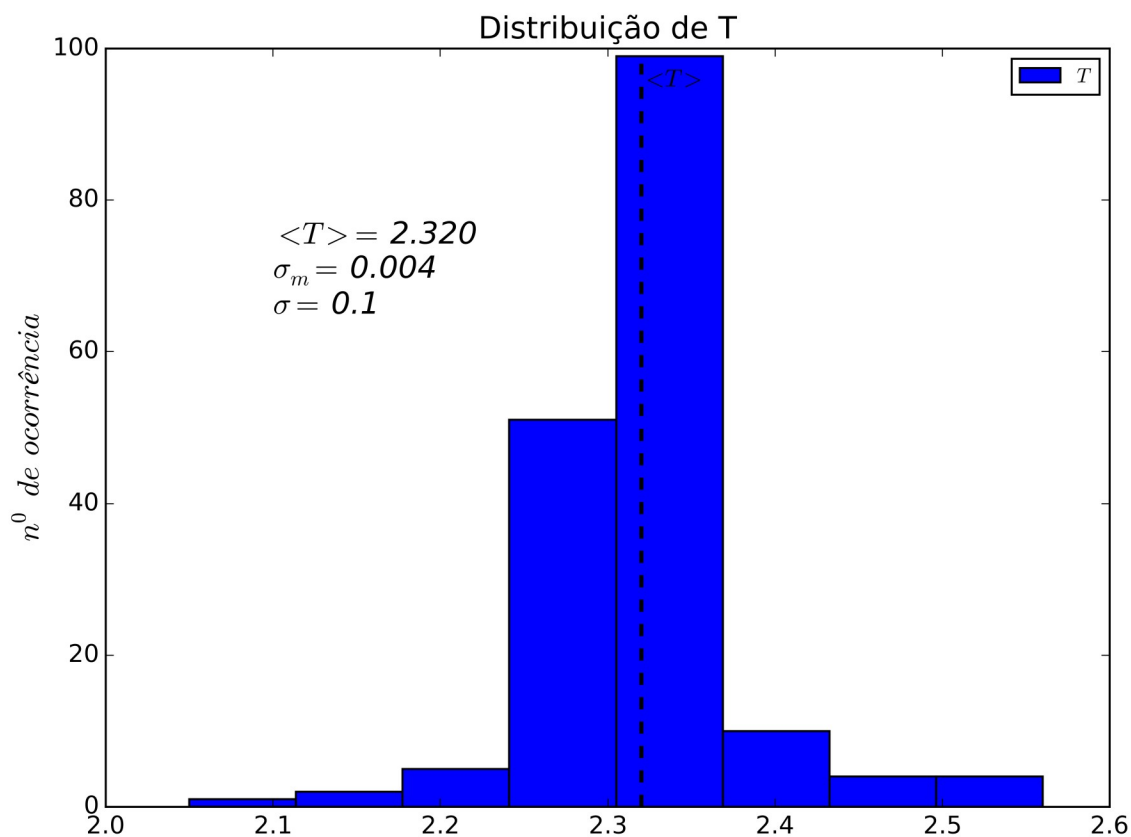
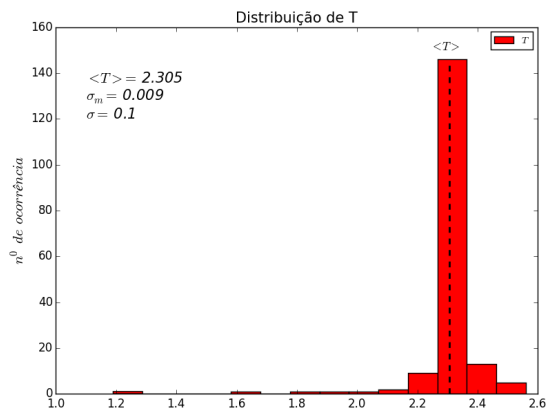
Períodos do Pêndulo Medidos – Turma Segunda Noite-2019 Profa. Maximilia

Grupo1	Grupo2	Grupo3	Grupo4	Grupo5	Grupo6
2,28	2,27	2,308	2,33	2,37	2,304
2,31	2,34	2,292	2,31	2,14	2,54
2,3	2,30	2,332	2,31	2,31	2,45
2,3	2,31	2,308	2,28	2,29	2,352
2,3	2,32	2,316	2,30	2,33	2,414
2,35	2,32	2,296	2,52	2,29	2,34
2,31	2,30	2,308	2,29	2,27	2,32
2,32	2,32	2,316	2,30	2,34	2,43
2,32	2,31	2,292	2,32	2,24	2,324
2,35	2,33	2,338	2,33	2,33	2,3733
2,28	2,44	2,344	2,31	2,38	1,9
2,33	2,26	2,314	2,30	2,44	1,87
2,35	2,31	2,318	2,33	2,40	2,3
2,3	2,31	2,3	2,31	2,25	2,314
2,33	2,32	2,276	2,32	2,30	2,218
2,56	2,32	2,292	2,31	2,29	2,306
2,56	2,32	2,312	2,36	2,24	2,306
2,33	2,32	2,318	2,34	2,30	2,338
2,36	2,32	2,268	2,30	2,29	2,132
2,31	2,32	2,344	2,36	2,30	2,36
2,39	2,29	2,324	2,31	2,42	1,67
2,33	2,32	2,3	2,32	2,30	1,19
2,39	2,31	2,326	2,31	2,28	2,26
2,33	2,32	2,312	2,29	2,30	2,32
2,31	2,29	2,332	2,32	2,30	2,18
2,3	2,32	2,344	2,32	2,31	2,22
2,33	2,31	2,326	2,30	2,30	2,26
2,33	2,36	2,338	2,30	2,31	2,42
2,34	2,28	2,318	2,33	2,27	2,05
2,33	2,31	2,344	2,34	2,47	2,3

Períodos do Pêndulo Medidos – Turma Segunda Noite-2019 Profa. Maximilia



Períodos do Pêndulo Medidos – Turma Segunda Noite-2019 Profa. Maximilia



Incertezas sistemáticas

Aquelas que falseiam a medida

Ex: uma régua onde o primeiro mm está faltando e o experimentador não percebe

Ex: uma balança descalibrada e/ou com o zero deslocado

Esse tipo de incerteza, em geral, só é percebida quando um resultado difere do esperado

Devem ser corrigidas ou refeitas

Qual é a incerteza de uma medida?

Várias medidas do tamanho de uma mesa com uma régua

$$\sigma_{L_{instr}} = 0,5 \text{ mm}$$

$$\sigma_{L_{estat}}$$

$$\sigma^2_{L_{final}} = \sigma^2_{L_{instr}} + \sigma^2_{L_{estat}}$$

(Combinação linear dos erros)
Soma como o "teorema de Pitágoras"

Caso um tipo de incerteza seja dominante, pode-se desprezar a outra.

Período do pêndulo medido com o relógio de pulso (1s)

Incerteza instrumental > estatística

Período do pêndulo medido com cronômetro de 0,01s

Incerteza estatística > instrumental

Medida da Densidade de Sólidos

Objetivo

Identificar os diferentes tipos de plásticos que compõem um conjunto de objetos

Identificação

Comparação das medidas (+ incertezas) com valores tabelados de diferentes tipos de plásticos

Densidade (materiais sólidos homogêneos)

$$d = m/V$$

Necessário medir a massa e o volume do objeto

Cálculo da densidade

A densidade é dada por:

$$d = \frac{m}{V}$$

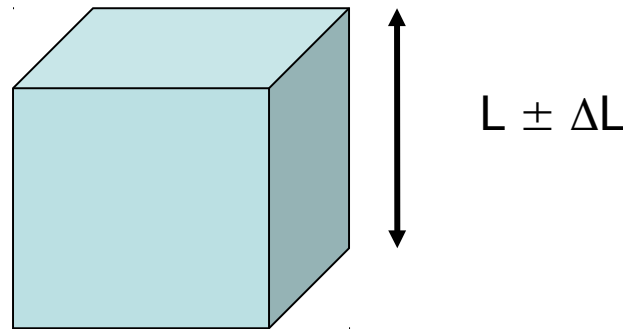
onde, o volume V de um cilindro é:

$$V = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot h$$

e m , h e D são, respectivamente, a massa, a altura e o diâmetro do cilindro.

Uma medida obtida de outra medida tem incerteza?

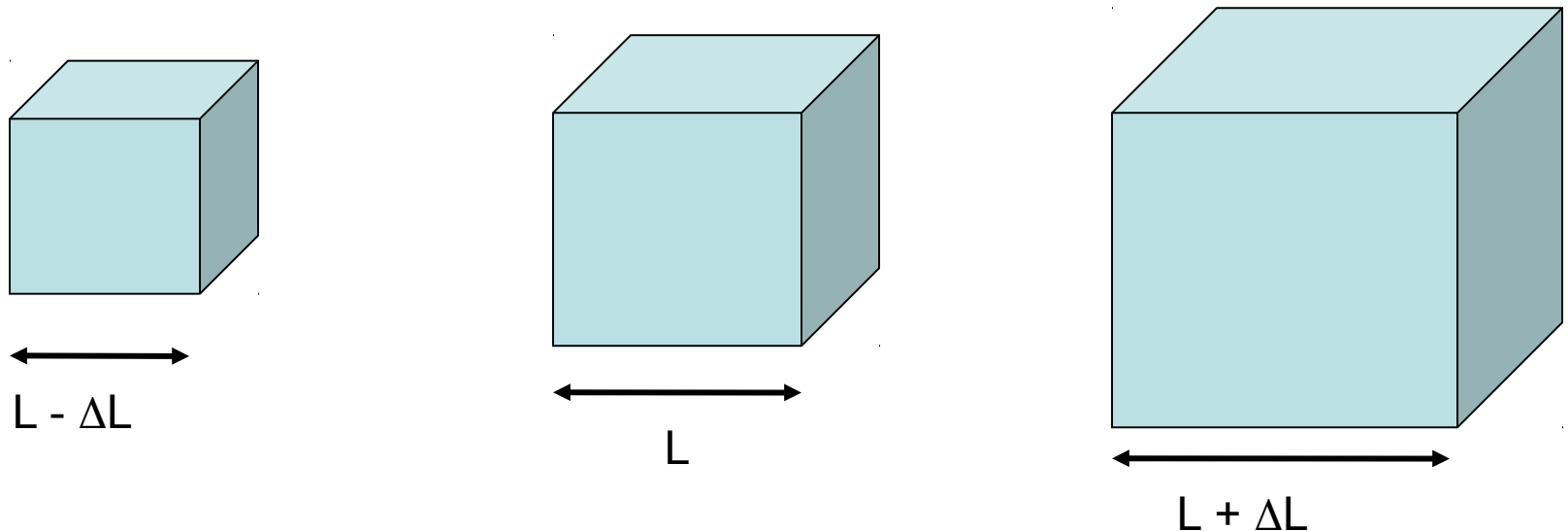
Por exemplo, vamos medir o volume de um cubo. Inicialmente medimos o tamanho de sua aresta com uma régua (que tem uma incerteza associada).



Uma medida obtida de outra medida tem incerteza?

O volume do cubo tem uma incerteza?

A incerteza de uma medida (neste caso, a incerteza na aresta do cubo) se propaga para as medidas obtidas da mesma (o volume do cubo).



Como calcular essa incerteza?

Neste exemplo, temos:

$$V = L^3$$

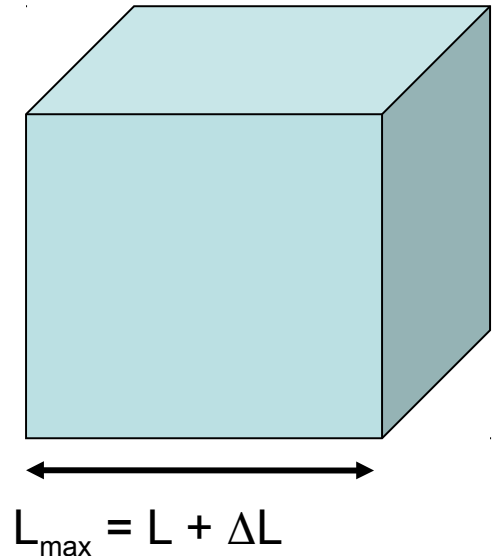
onde: $(L \pm \Delta L)$ é a aresta do cubo (medido com a régua) e sua incerteza.

A incerteza no volume do cubo será dado pelo comprimento máximo que acreditamos que a aresta pode ter:

$$L_{\max} = L + \Delta L,$$

que leva a:

$$V_{\max} = (L_{\max})^3$$



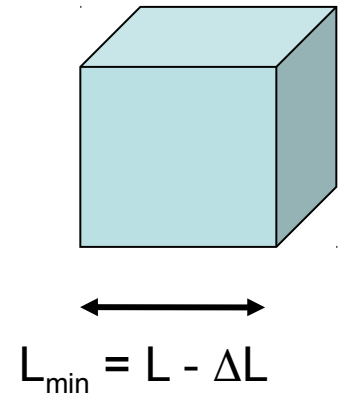
Como calcular essa incerteza?

e o comprimento mínimo acreditamos que ela possa ter:

$$L_{\min} = L - \Delta L,$$

que leva a um volume mínimo dado por:

$$V_{\min} = (L_{\min})^3$$



Com isso, a incerteza no volume pode ser aproximada inicialmente por:

$$\Delta V = [V_{\max} - V_{\min}] / 2$$

Propagação de incerteza

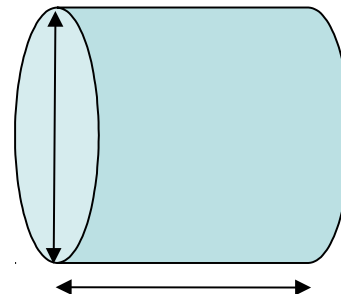
E se uma grandeza depende de outras duas medidas, como por exemplo, na medida do volume de um cilindro? O que fazer?

O volume de um cilindro é dado por:

$$V = \pi (D/2)^2 h$$

onde, D é o diâmetro do cilindro e h a sua altura ambos com incerteza

$D \pm \Delta D$



$h \pm \Delta h$

1ª estimativa da incerteza do volume do cilindro

Mesmo cientes que a contribuição das incertezas do diâmetro e altura são independentes, nesta primeira avaliação calcularemos a incerteza do volume do cilindro (s_V) como a propagação simultânea dos valores das incertezas do diâmetro e da altura :

$$s_V = \frac{(V_+ - V_-)}{2} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\underset{\substack{\uparrow \\ \text{Volume máximo}}}{(D + s_D)^2} (h + s_h) - (D - s_D)^2 (h - s_h)}{2} \right)$$

Volume máximo
Volume mínimo

1ª estimativa da incerteza da densidade

Analogamente ao cálculo do volume, usaremos como primeira avaliação para incerteza da densidade o cálculo da variação máxima levando em consideração a propagação simultânea dos valores das incertezas do volume e da massa:

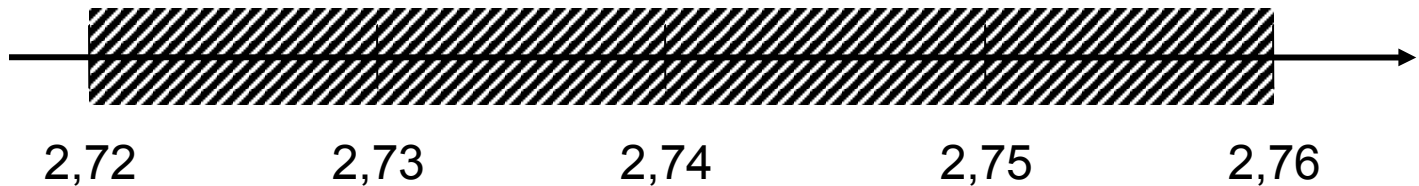
$$s_d = \frac{d_+ - d_-}{2} = \frac{1}{2} \left[\frac{(m + s_m)}{(V - s_v)} - \frac{(m - s_m)}{(V + s_v)} \right]$$

Compatibilidade

Como interpretar o significado da incerteza?

O que significa dizer que minha medida, é $2,74 \pm 0,02$ mm?

Eu tenho confiança que o valor verdadeiro da grandeza medida está entre $(2,74 - 0,02)$ e $(2,74 + 0,02)$

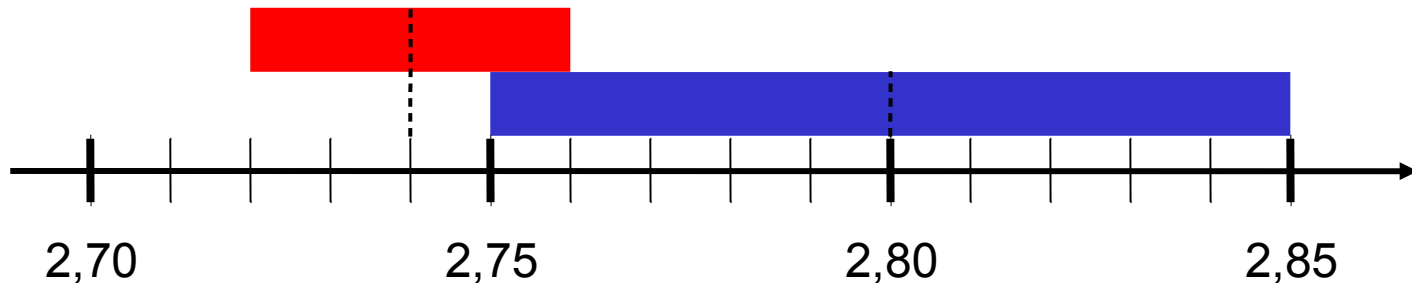


Como comparar os resultados de duas medidas?

É preciso se levar em consideração sempre a incerteza de medida.

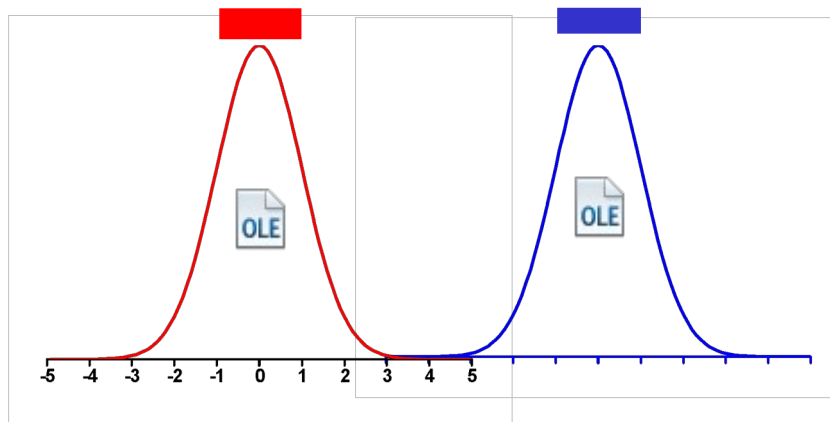
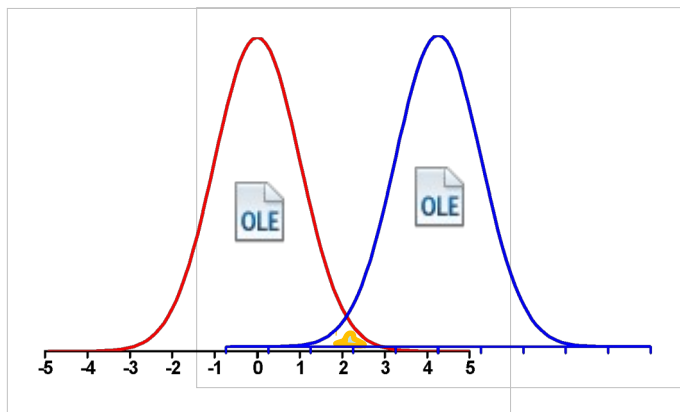
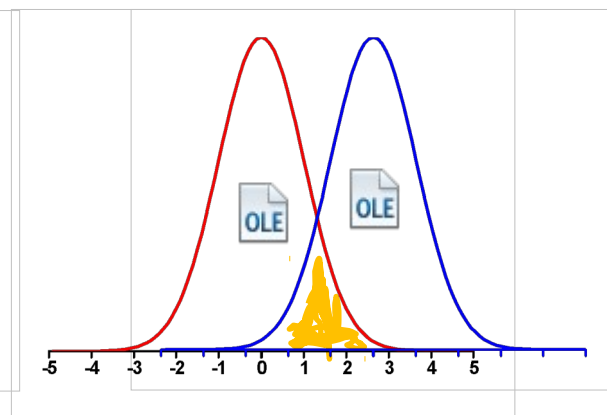
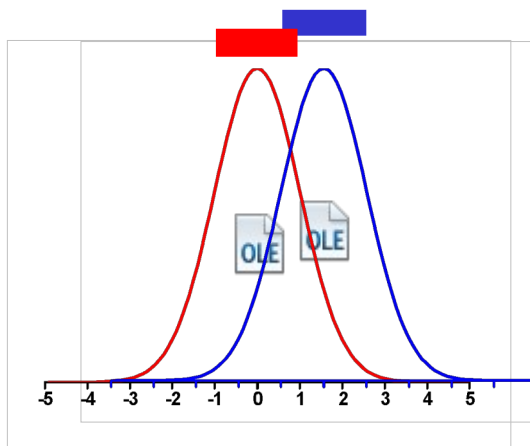
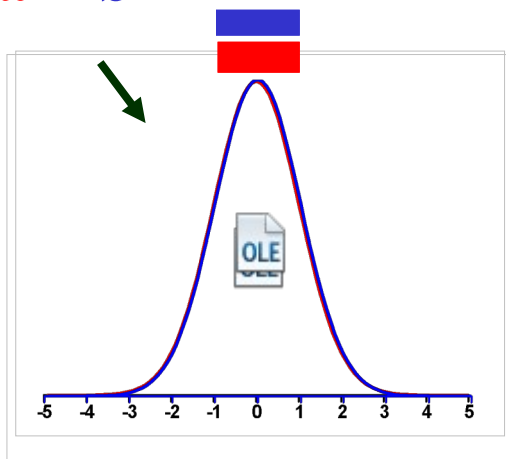
Como devemos considerar a incerteza, nos perguntamos se as medidas são compatíveis ao invés de “iguais”;

Por exemplo, $2,74 \pm 0,02$ mm é compatível com $2,80 \pm 0,05$ mm ?



Compatibilidade

$a = b$



$a \neq b$

Critério para compatibilidade

Superposição em 1σ = compatíveis

Superposição em 2σ ou 3σ – **Compatíveis com menor probabilidade**

Teste **Z** (estimador) indica essa probabilidade

Comparação entre $(a \pm \sigma_a)$ e $(b \pm \sigma_b)$

$$Z = \frac{|a - b|}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}}$$

$0 < Z \leq 1$, compatíveis ao nível de 1σ

$1 < Z \leq 2$, compatíveis ao nível de 2σ

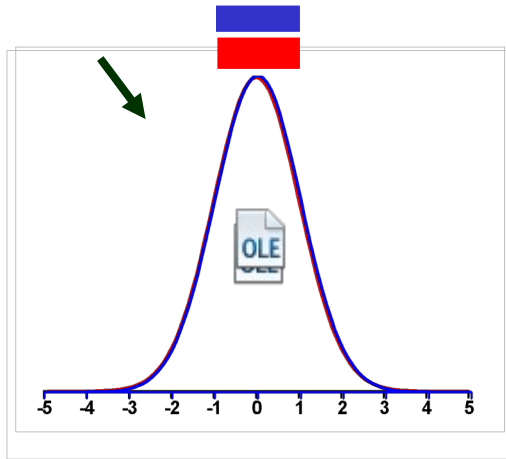
$2 < Z \leq 3$, compatíveis ao nível de 3σ

$Z > 3$, discrepantes

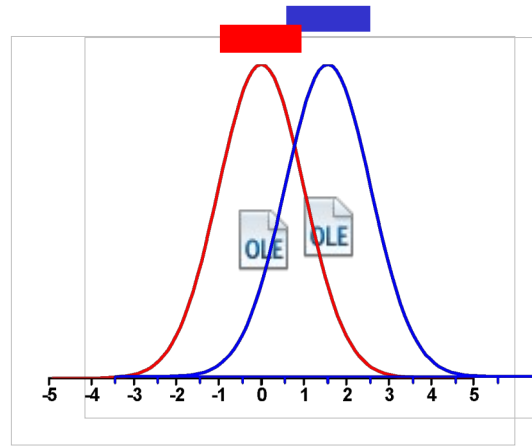
σ é o desvio padrão

Compatibilidade

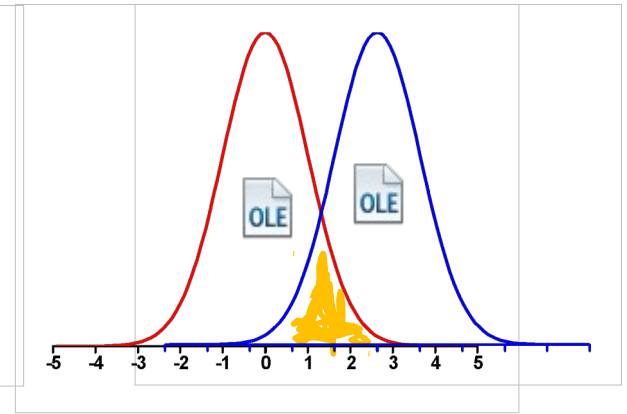
$$a = b$$



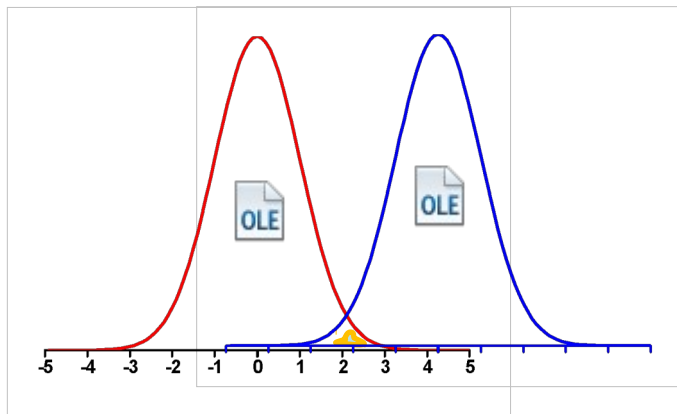
$$Z = 0$$



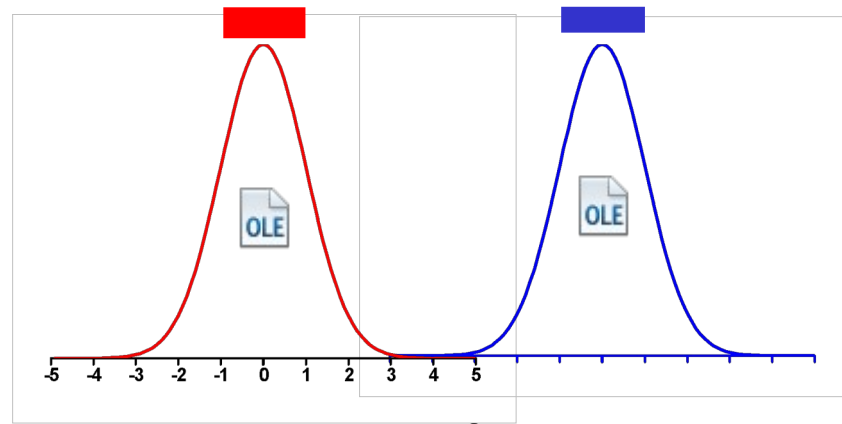
$$Z = 1$$



$$Z = 2$$



$$Z = 3$$



$$Z > 3$$

$$a \neq b$$

Procedimento Experimental:

Cada aluno da dupla escolhe dois dos cilindros da caixa (anote o número para usar a mesma na próxima aula)

Em seguida, determina seu volume fazendo todas as medidas necessárias com uma régua. Cada aluno deve determinar quantas vezes é necessário repetir cada medida (geralmente neste caso as medidas podem não variar pois os corpos são muito regulares e a régua não tem precisão para detectar as diferenças)

Mede sua massa usando a balança digital da sala de aula

Análise dos dados

Calcular a densidade do objeto estudado e sua incerteza

Como calcular a incerteza da densidade já que ela não é medida diretamente, mas é obtida através de outras medidas (diâmetro, altura e massa do cilindro)?

Calcular a densidade do objeto estudado e sua incerteza e colocar os valores no gráfico;

Conclusões Parciais

Será que é possível que exista mais de um tipo de plástico nas peças do grupo?

Como seria possível saber isso?

Melhorando a precisão do experimento, ou seja, diminuindo as incertezas nas densidades.

Mas, como?

Procedimento Experimental:

Melhorar a medida de massa e a medida do volume dos cilindros

Cada aluno da dupla fará novamente a medida da massa, mas desta vez usando uma balança analítica

Análise dos dados

Calcular novamente a densidade do objeto estudado e sua incerteza com as novas medidas;

Comparar os valores novos com os antigos.

Que podemos concluir dessa comparação?

Mãos (n)a obra/massa!!

