Modelos Quantitativos de Bacias Sedimentares

AGG0314

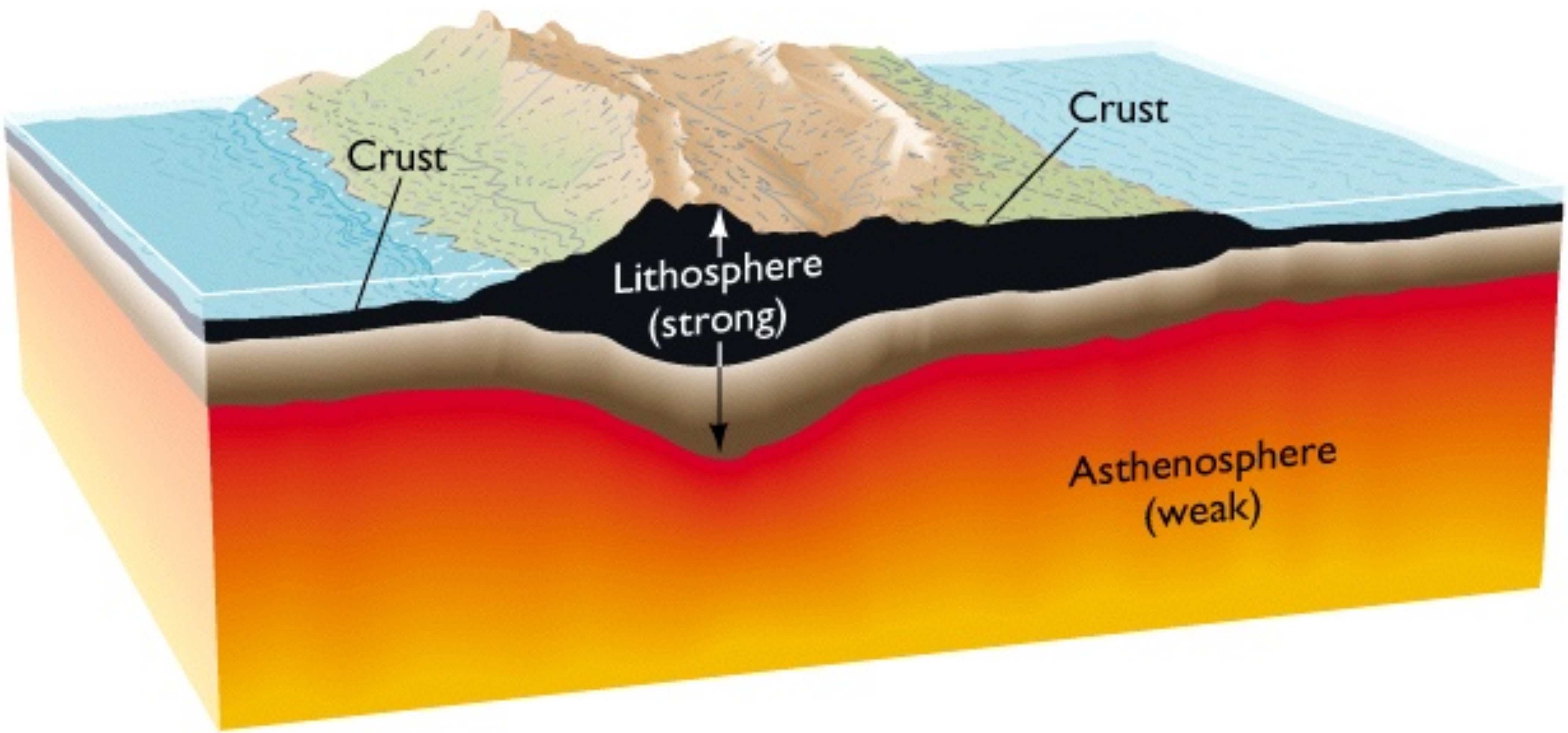
Aula 4 - Estado térmico, fluxo térmico e gradiente geotérmico
(Parte I: equação de calor e modelos analíticos)

Formas de transporte de calor

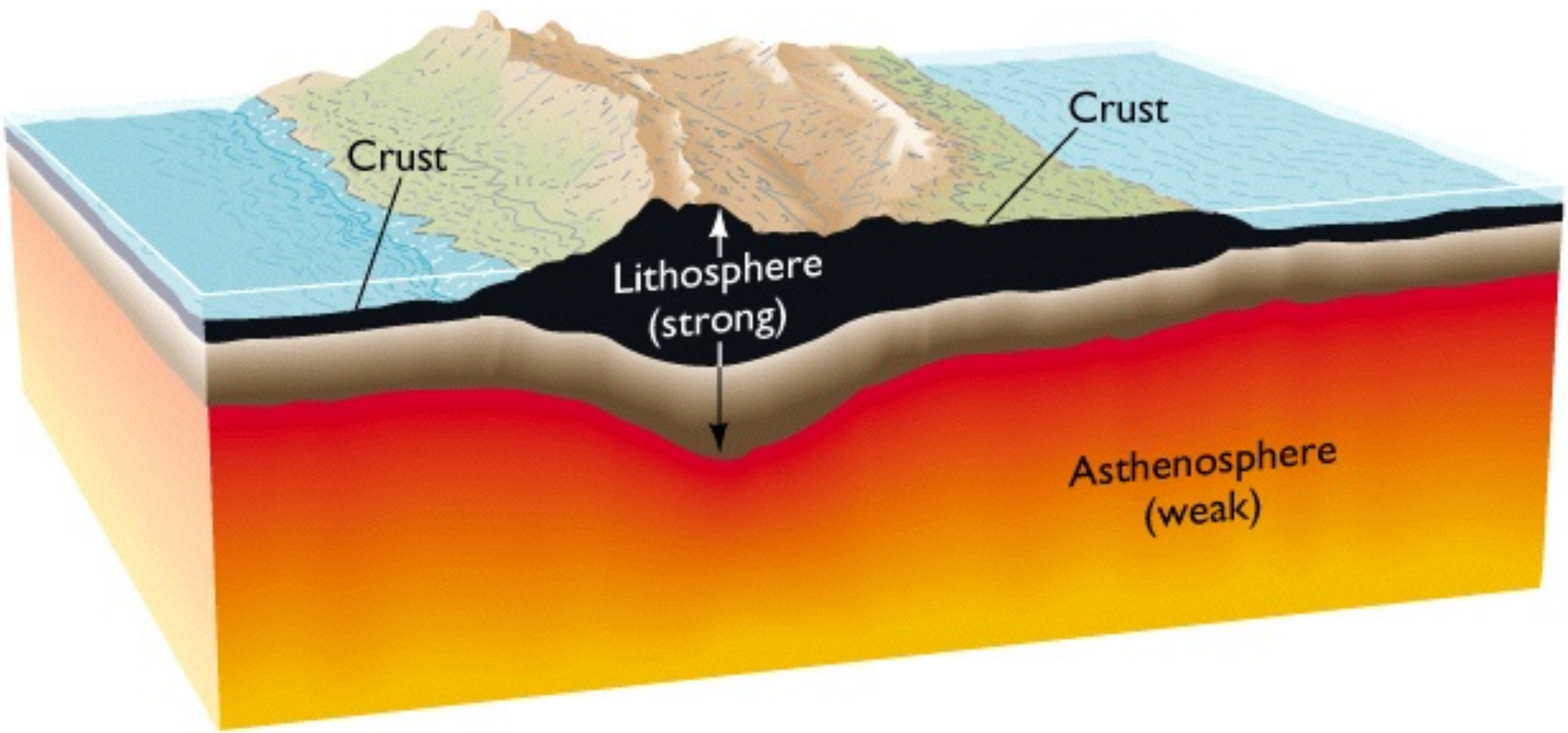
Formas de transporte de calor

Formas de transporte de calor

Transporte de calor na litosfera

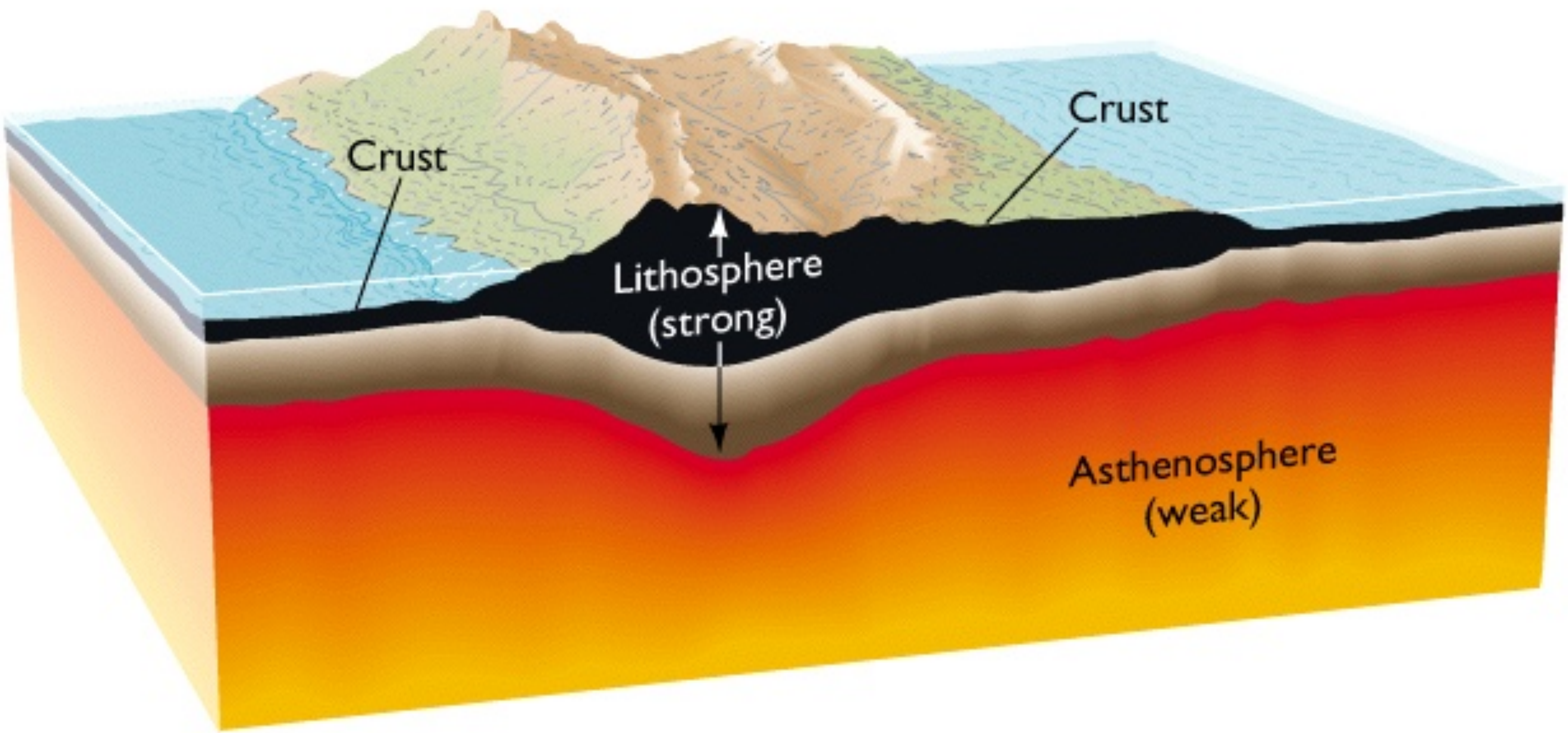


Transporte de calor na litosfera



Predomina condução

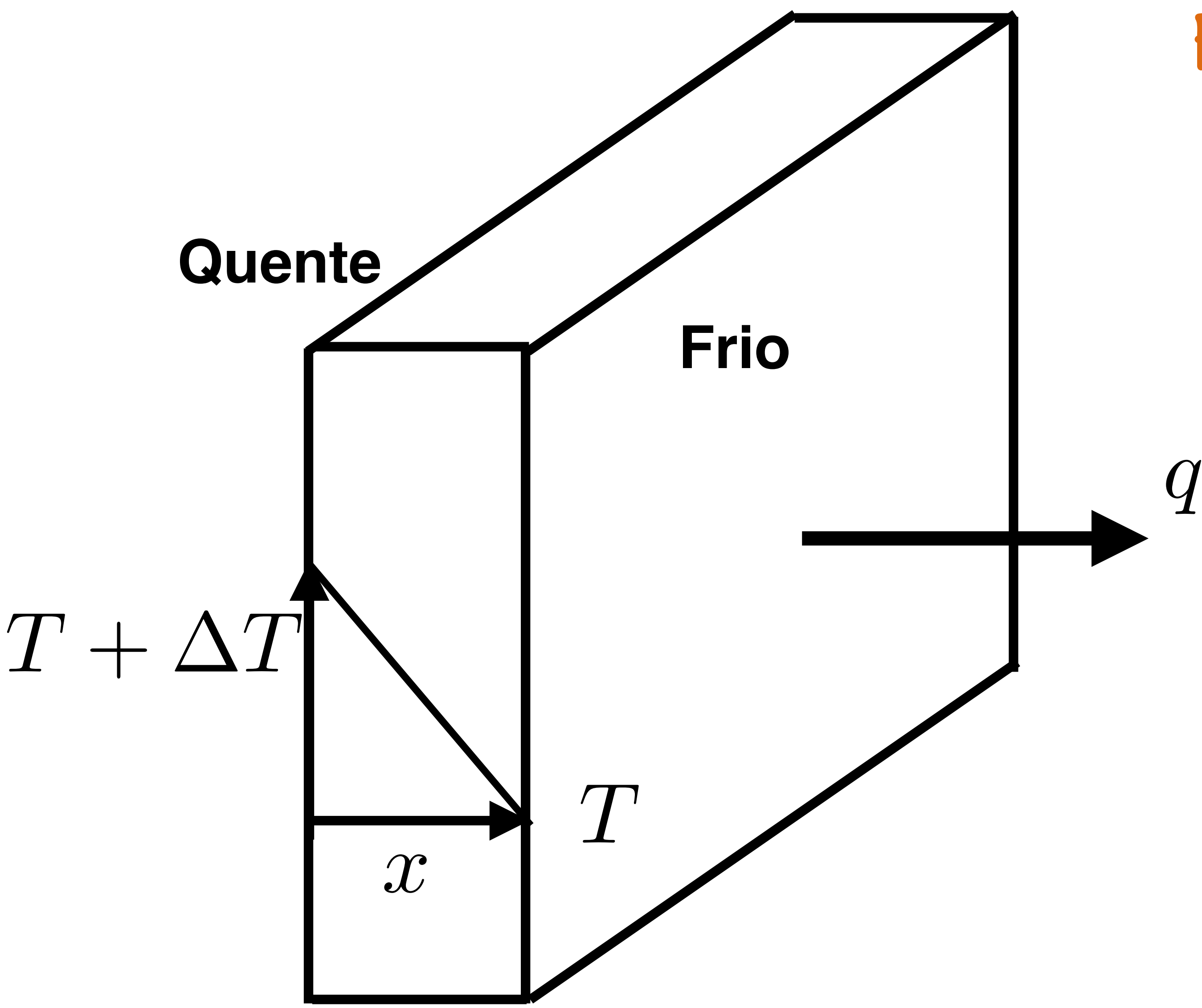
Transporte de calor na litosfera



Predomina condução

condução
+
advecção

Condução de calor



Temperatura

Fluxo de calor

$$q = -k\frac{dT}{dx}$$

Condutividade

q	$[\mathrm{W/m^2}]$
T	$[\mathrm{K}]$
k	$[\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}]$

Condução de calor: Equação de difusão

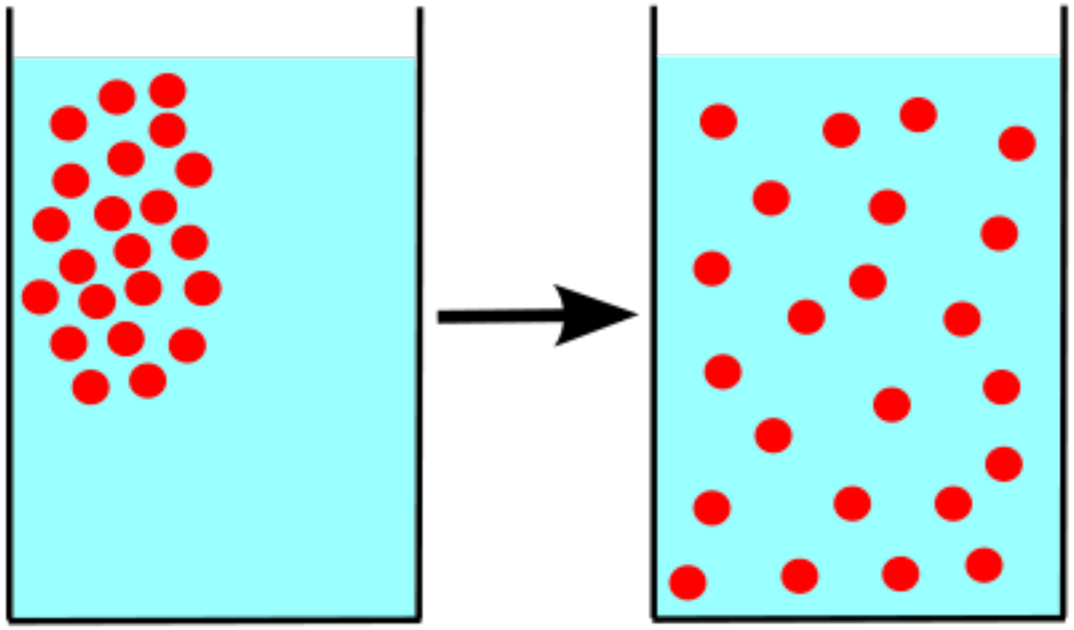
- A condução de calor segue uma equação de difusão, em que a temperatura é difundida pelo meio sólido. Outros exemplos de processos que obedecem a equação de difusão são:

- Transporte em meios porosos.

- Difusão de um perfume no ar.

- Dispersão de multidões (difusão não linear… mas isso já é outra história…).

O que é difusão



https://en.wikipedia.org/wiki/Diffusion

Série Fundação de Isaac Asimov

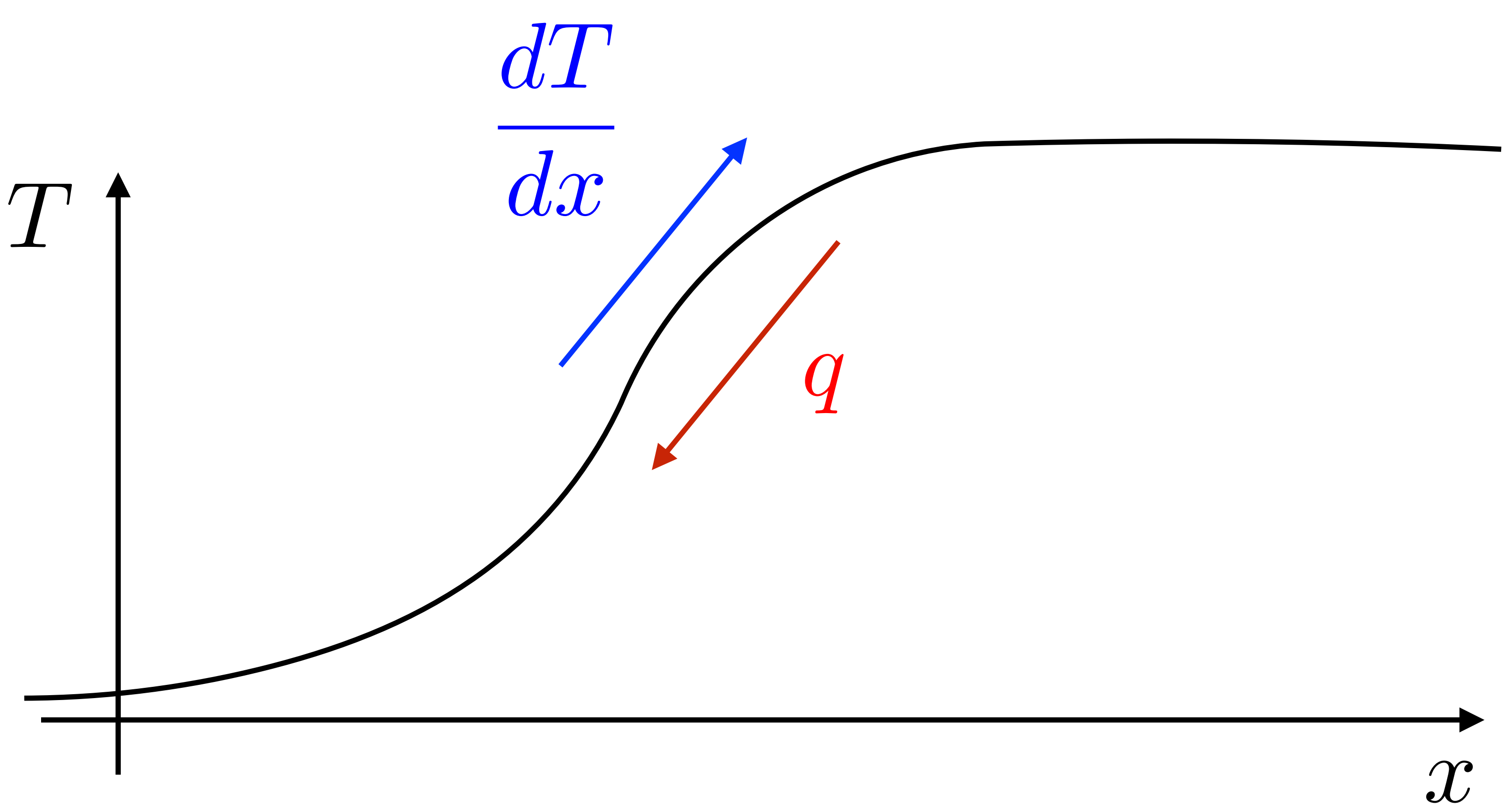
Série Fundação de Isaac Asimov

"Há uma série muito antiga de Isaac Asimov - os romances da Fundação - na qual os cientistas sociais entendem a verdadeira dinâmica da civilização e a salvam. Isso é o que eu queria ser. E isso não existe, mas a economia é o mais próximo que se pode chegar. Então, como eu era adolescente, embarquei nessa." - Paul Krugman, Prêmio Nobel de Economia de 2008

Primeira Lei de Fick

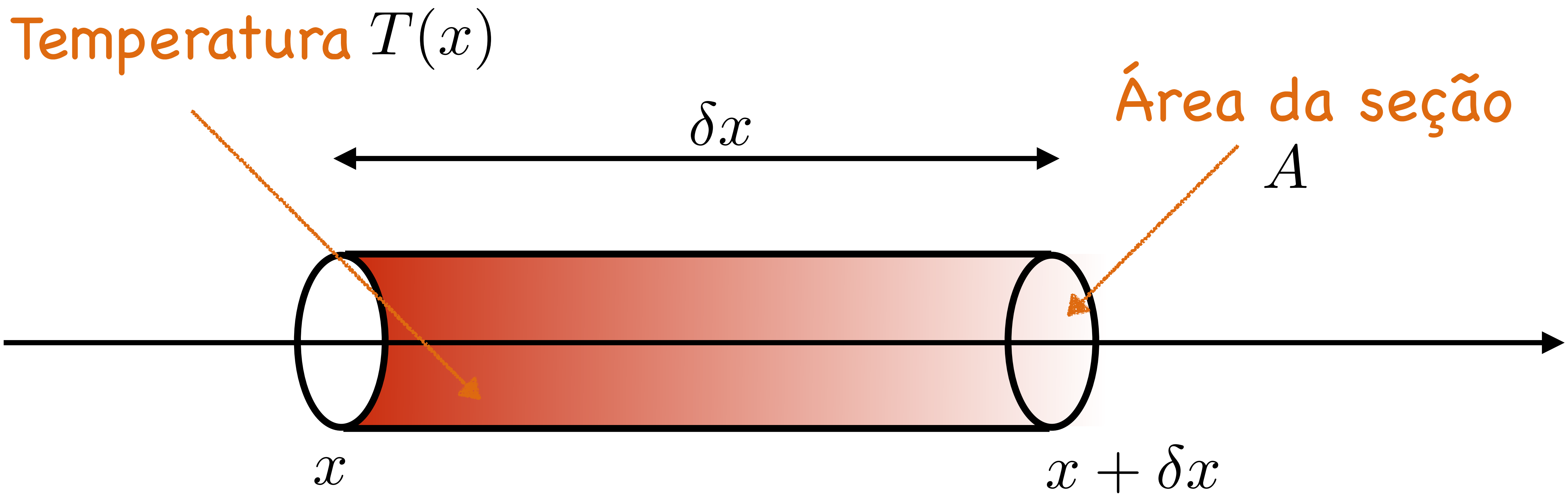
- Para muitos problemas físicos (como a condução de calor), a difusão segue a primeira lei de Fick, em que o fluxo é proporcional à variação da concentração e ocorre no sentido contrário a concentração.

- Em 1D:

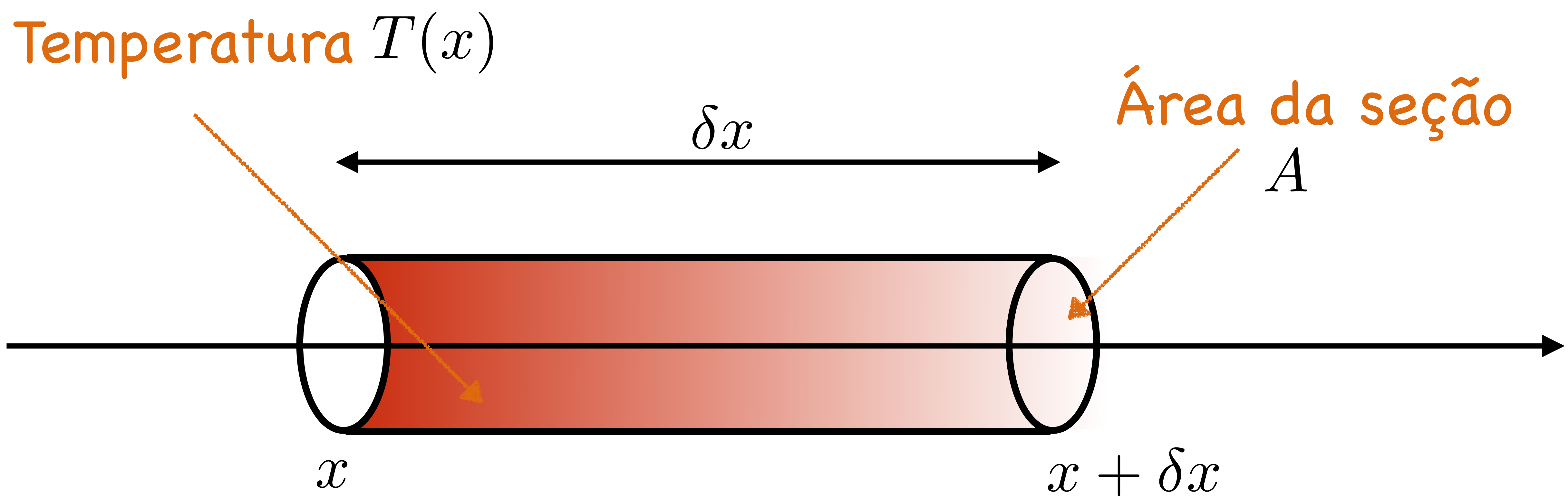


$$q = -k\frac{dT}{dx}$$

Dedução da equação de difusão

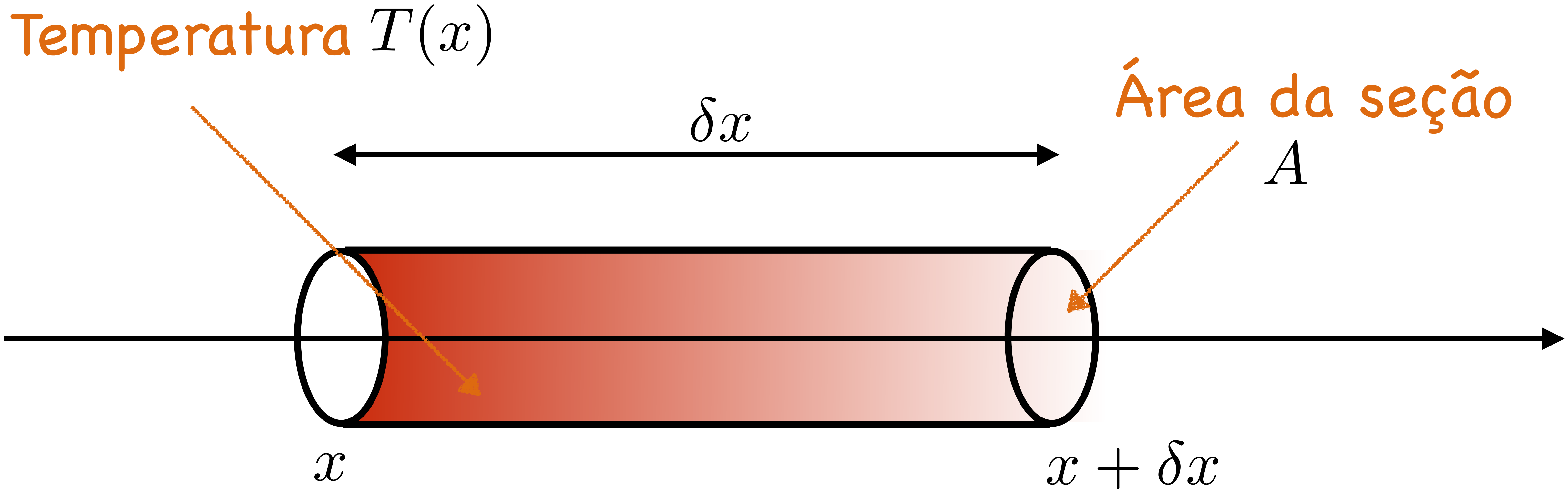


Dedução da equação de difusão



Volume: $\delta V = A\delta x$

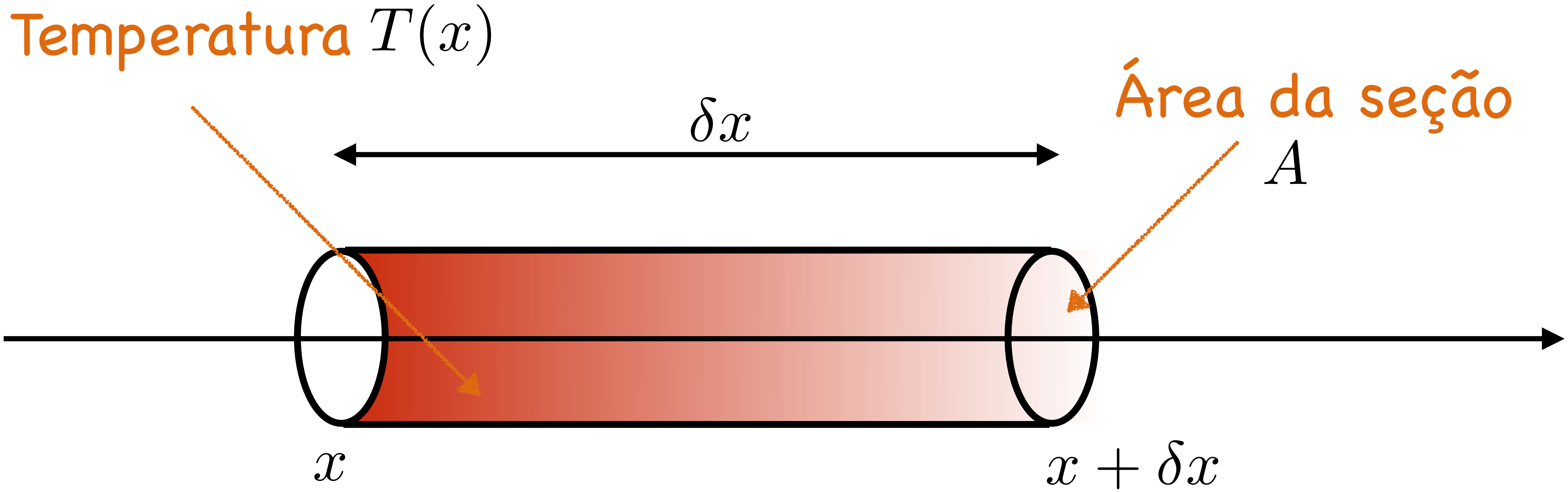
Dedução da equação de difusão



Volume: $\delta V = A \delta x$

No instante t:

Dedução da equação de difusão

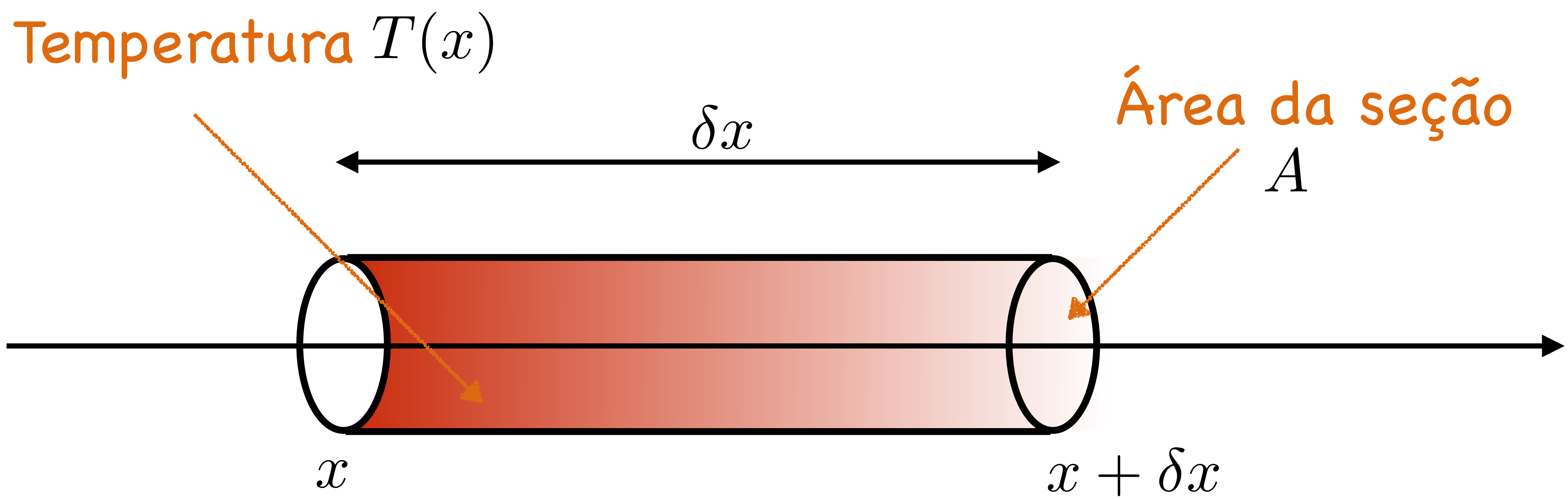


Volume: $\delta V = A\delta x$

No instante t:

Fluxo de calor em x:

Dedução da equação de difusão

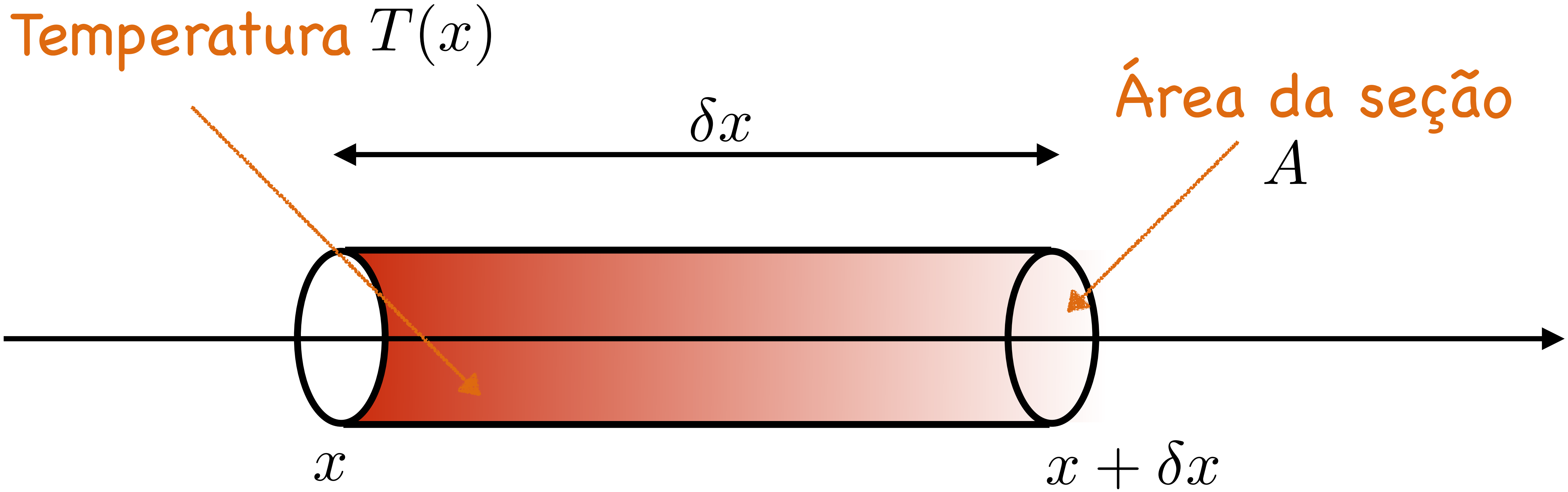


Volume: $\delta V = A\delta x$

No instante t:

Fluxo de calor em x: $q(x)$

Dedução da equação de difusão



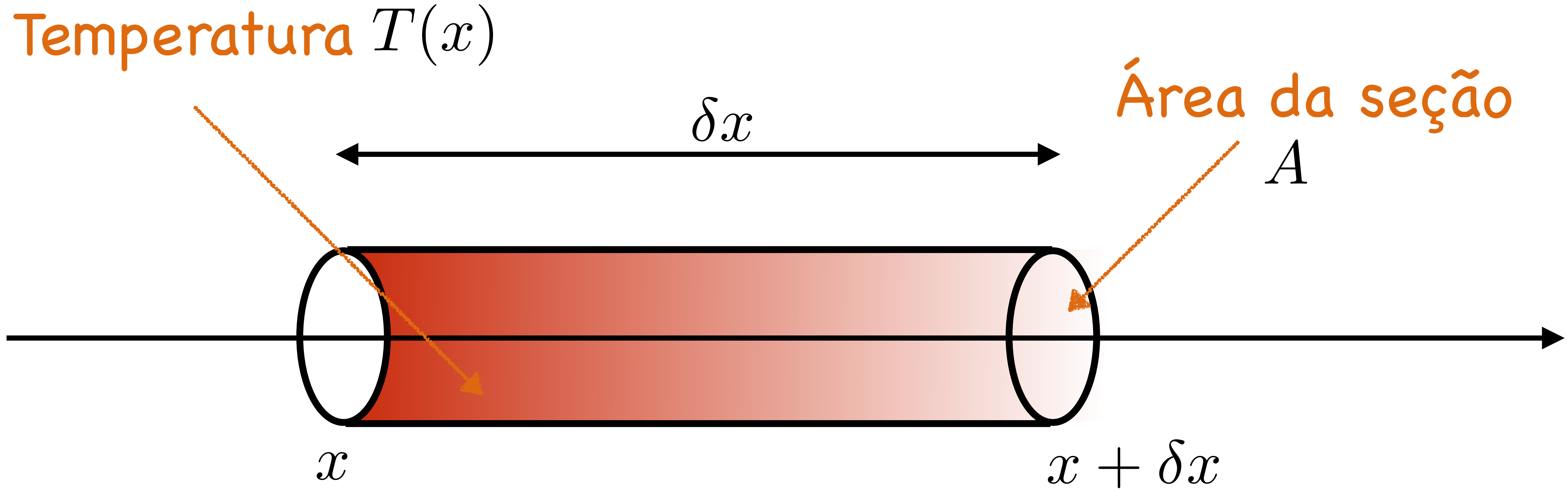
Volume: $\delta V = A\delta x$

No instante t:

Fluxo de calor em x: $q(x)$

Fluxo em $x + \delta x$:

Dedução da equação de difusão



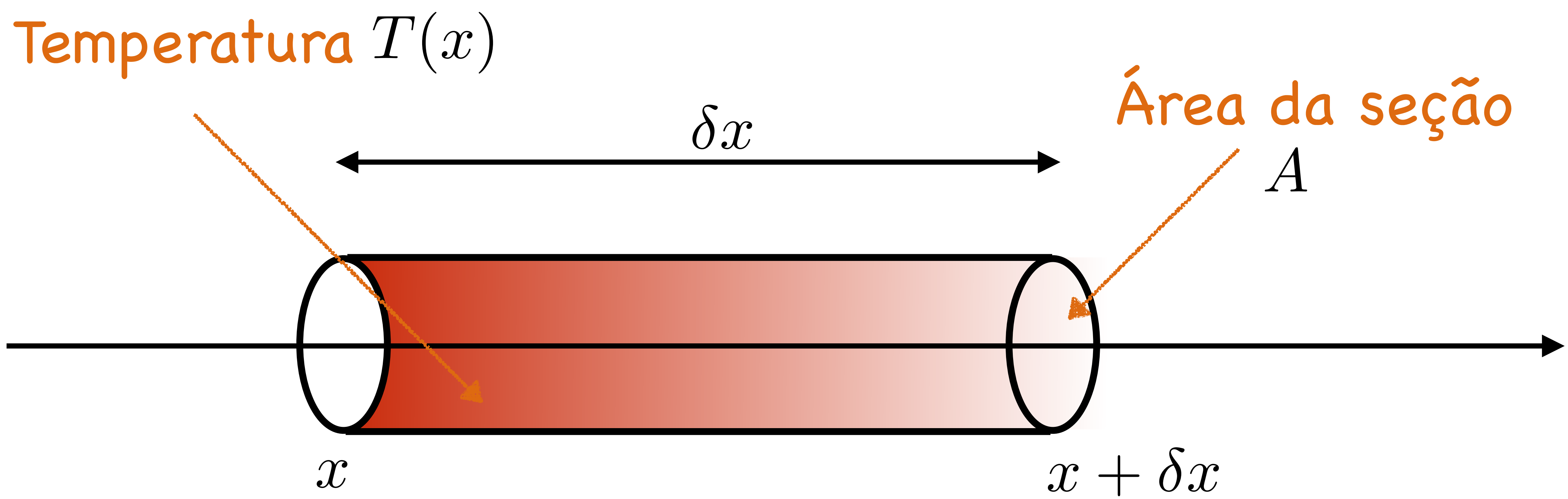
Volume: $\delta V = A\delta x$

No instante t:

Fluxo de calor em x: $q(x)$

Fluxo em $x + \delta x$: $$q(x + \delta x) = q(x) + \delta x \frac{dq}{dx} + \cdots$$

Dedução da equação de difusão



Volume: $\delta V = A\delta x$

No instante t:

Fluxo de calor em x: $q(x)$

Série de Taylor

Fluxo em $x + \delta x$: $$q(x+\delta x) = q(x) + \delta x \frac{dq}{dx} + \cdots$$

Dedução da equação de difusão

Dedução da equação de difusão

Para δx suficientemente pequeno:

Dedução da equação de difusão

Para δx suficientemente pequeno:

$$q(x + \delta x) = q(x) + \delta x \frac{dq}{dx}$$

Dedução da equação de difusão

Para δx suficientemente pequeno:

$$q(x + \delta x) = q(x) + \delta x \frac{dq}{dx}$$

$$q(x + \delta x) - q(x) = \delta x \frac{dq}{dx}$$

Dedução da equação de difusão

Para δx suficientemente pequeno:

$$q(x+\delta x) = q(x) + \delta x \frac{dq}{dx}$$

$$q(x+\delta x) - q(x) = \delta x \frac{dq}{dx}$$

Mas $q = -k\dfrac{dT}{dx}$. Então:

Dedução da equação de difusão

Para δx suficientemente pequeno:

$$q(x+\delta x) = q(x) + \delta x \frac{dq}{dx}$$

$$q(x+\delta x) - q(x) = \delta x \frac{dq}{dx}$$

Mas $q = -k\dfrac{dT}{dx}$. Então:

$$q(x+\delta x) - q(x) = \delta x \frac{d}{dx}\left[-k\frac{dT}{dx}\right]$$

Dedução da equação de difusão

$$q(x + \delta x) - q(x) = \delta x \frac{d}{dx}\left[-k\frac{dT}{dx}\right]$$

Dedução da equação de difusão

$$q(x+\delta x) - q(x) = \delta x \frac{d}{dx}\left[-k\frac{dT}{dx}\right]$$

Se *k* é constante:

Dedução da equação de difusão

$$q(x+\delta x) - q(x) = \delta x \frac{d}{dx}\left[-k\frac{dT}{dx}\right]$$

Se *k* é constante:

$$q(x+\delta x) - q(x) = \delta x \left[-k\frac{d^2T}{dx^2}\right]$$

Dedução da equação de difusão

$$q(x + \delta x) - q(x) = \delta x \frac{d}{dx}\left[-k\frac{dT}{dx}\right]$$

Se *k* é constante:

$$q(x + \delta x) - q(x) = \delta x \left[-k\frac{d^2T}{dx^2}\right]$$

$$\frac{q(x + \delta x) - q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x) - q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x) - q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$\frac{q(x+\delta x) - q(x)}{\delta x}$$

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -\frac{dQ}{dtA}\frac{1}{\delta x}$$

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Quantidade de calor por unidade de tempo por área

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -\frac{\overbrace{dQ}}{dtA}\frac{1}{\delta x}$$

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Quantidade de calor por unidade de tempo por área

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -\frac{\overbrace{dQ}}{dt\,A}\frac{1}{\delta x}$$

Lembrando de calorimetria: calor sensível

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Quantidade de calor por unidade de tempo por área

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -\frac{\overbrace{dQ}}{dtA}\frac{1}{\delta x}$$

Lembrando de calorimetria: calor sensível

$$\Delta Q = \Delta T \cdot C$$

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x) - q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Quantidade de calor por unidade de tempo por área

$$\frac{q(x+\delta x) - q(x)}{\delta x} = -\frac{dQ}{dtA}\frac{1}{\delta x}$$

Lembrando de calorimetria: calor sensível

$$\Delta Q = \Delta T \cdot C$$

Capacidade térmica

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Quantidade de calor por unidade de tempo por área

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -\frac{\overbrace{dQ}}{dtA}\,\frac{1}{\delta x} = -\frac{(dT\ C)}{dtA}\,\frac{1}{\delta x}$$

Lembrando de calorimetria: calor sensível

$$\Delta Q = \Delta T \cdot C$$

Capacidade térmica

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Quantidade de calor por unidade de tempo por área

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -\frac{\overbrace{dQ}}{dtA}\,\frac{1}{\delta x} = -\frac{(dT\;C)}{dtA}\,\frac{1}{\delta x}$$

Lembrando de calorimetria: calor sensível

$$\Delta Q = \Delta T \cdot C \qquad\qquad = \Delta T \cdot c \cdot M$$

Capacidade térmica

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x) - q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$\frac{q(x+\delta x) - q(x)}{\delta x} = -\overbrace{\frac{dQ}{dtA}}^{\text{Quantidade de calor por unidade de tempo por área}}\frac{1}{\delta x} = -\frac{(dT\ C)}{dtA}\frac{1}{\delta x}$$

Lembrando de calorimetria: calor sensível

$$\Delta Q = \Delta T \cdot C \qquad = \Delta T \cdot c \cdot M$$

Capacidade térmica   Calor específico

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Quantidade de calor por unidade de tempo por área

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -\frac{dQ}{dtA}\frac{1}{\delta x} = -\frac{(dT\ C)}{dtA}\frac{1}{\delta x}$$

Lembrando de calorimetria: calor sensível

$$\Delta Q = \Delta T \cdot C \qquad = \Delta T \cdot c \cdot M$$

Massa

Capacidade térmica

Calor específico

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -\overbrace{\frac{dQ}{dtA}}^{\text{Quantidade de calor por unidade de tempo por área}}\frac{1}{\delta x} = -\frac{(dT\ C)}{dtA}\frac{1}{\delta x} = -\frac{dT}{dt}\frac{c\ M}{V}$$

Lembrando de calorimetria: calor sensível

$$\Delta Q = \Delta T \cdot C \qquad = \Delta T \cdot c \cdot M$$

Massa

Capacidade térmica

Calor específico

Dedução da equação de difusão

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Quantidade de calor por unidade de tempo por área

$$\frac{q(x+\delta x)-q(x)}{\delta x} = -\frac{\overbrace{dQ}}{dtA}\frac{1}{\delta x} = -\frac{(dT\ C)}{dtA}\frac{1}{\delta x} = -\frac{dT}{dt}\frac{c\ M}{V} = -\frac{dT}{dt}c\rho$$

Lembrando de calorimetria: calor sensível

$$\Delta Q = \Delta T \cdot C \qquad = \Delta T \cdot c \cdot M$$

Massa

Capacidade térmica

Calor específico

Dedução da equação de difusão

Assim chegamos na equação de difusão

$$c\rho \frac{dT}{dt} = k \frac{d^2T}{dx^2}$$

Dedução da equação de difusão

Assim chegamos na equação de difusão

$$c\rho\frac{dT}{dt} = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Se T não varia com o tempo $\left(\frac{dT}{dt} = 0\right)$

Dedução da equação de difusão

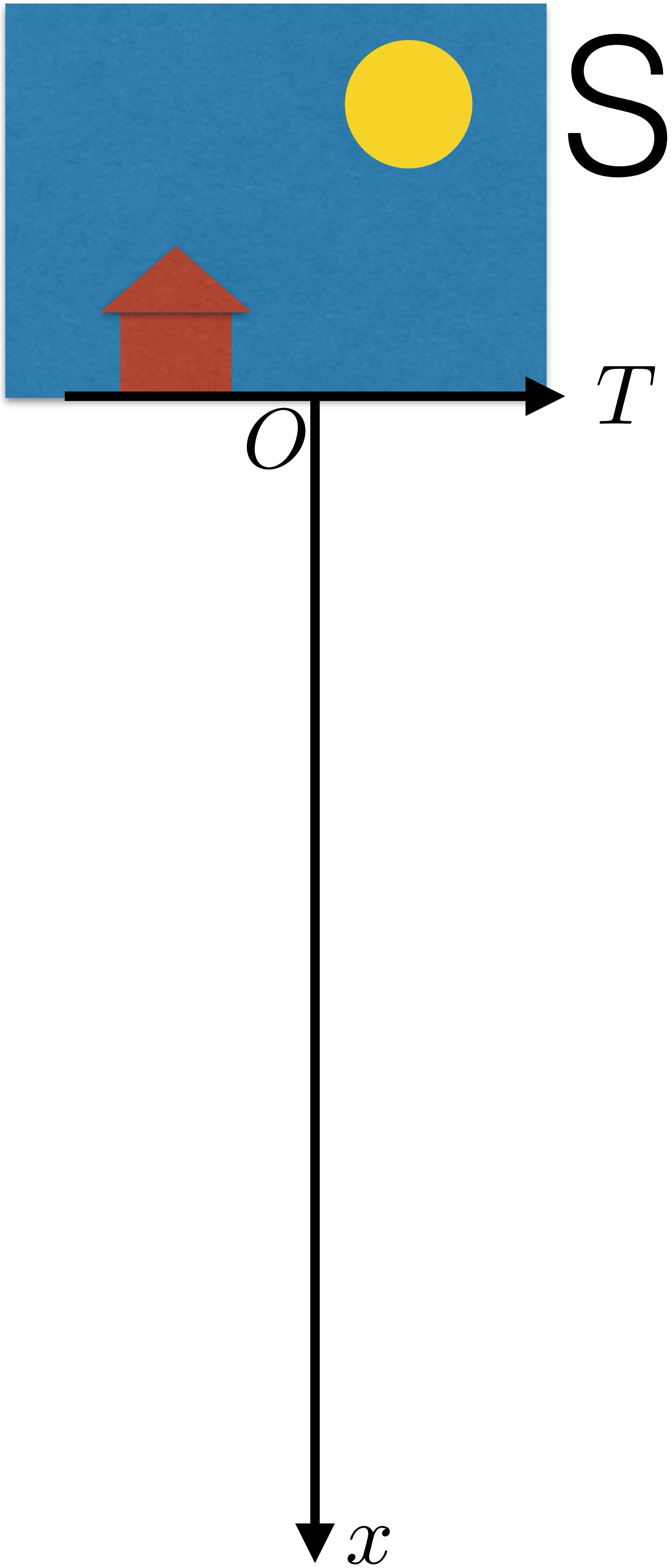
Assim chegamos na equação de difusão

$$c\rho\frac{dT}{dt} = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Se T não varia com o tempo $\left(\frac{dT}{dt} = 0\right)$

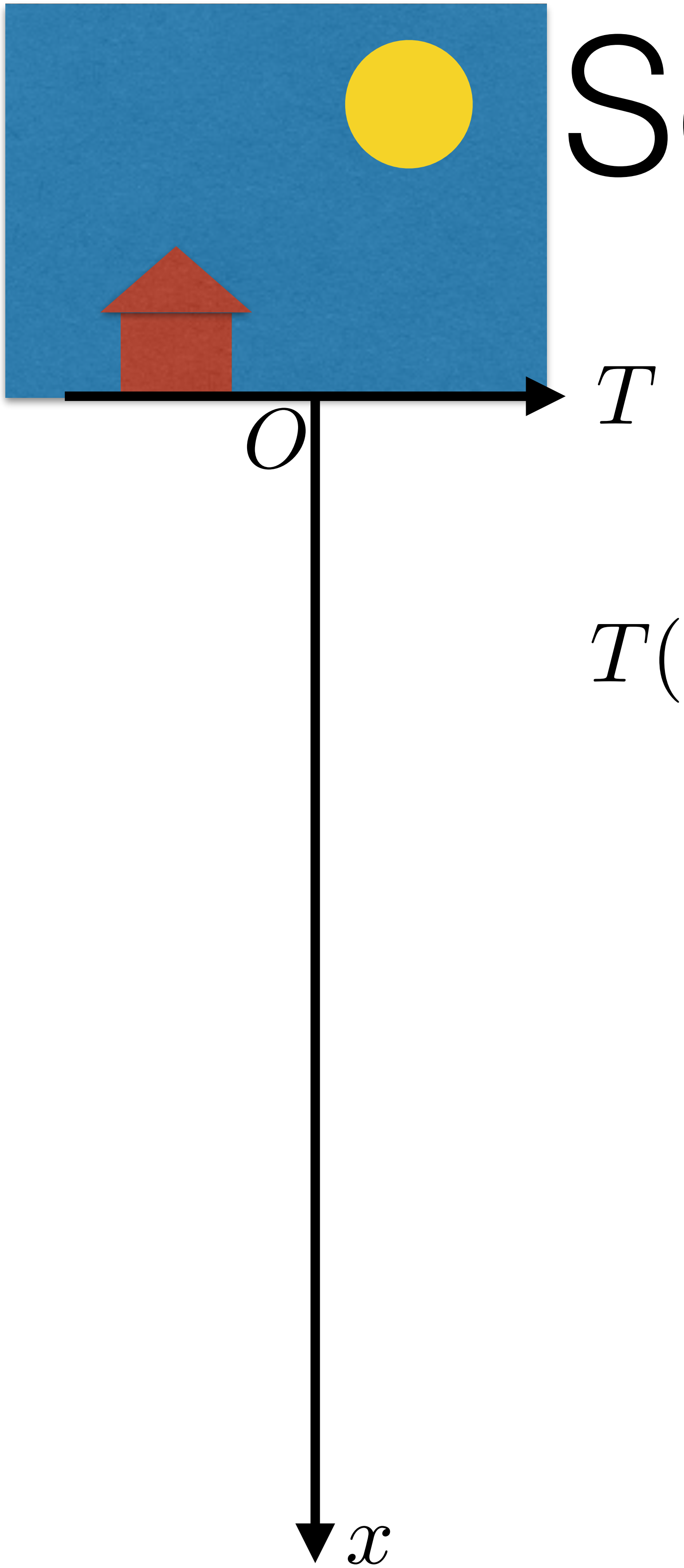
$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Solução geral



$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

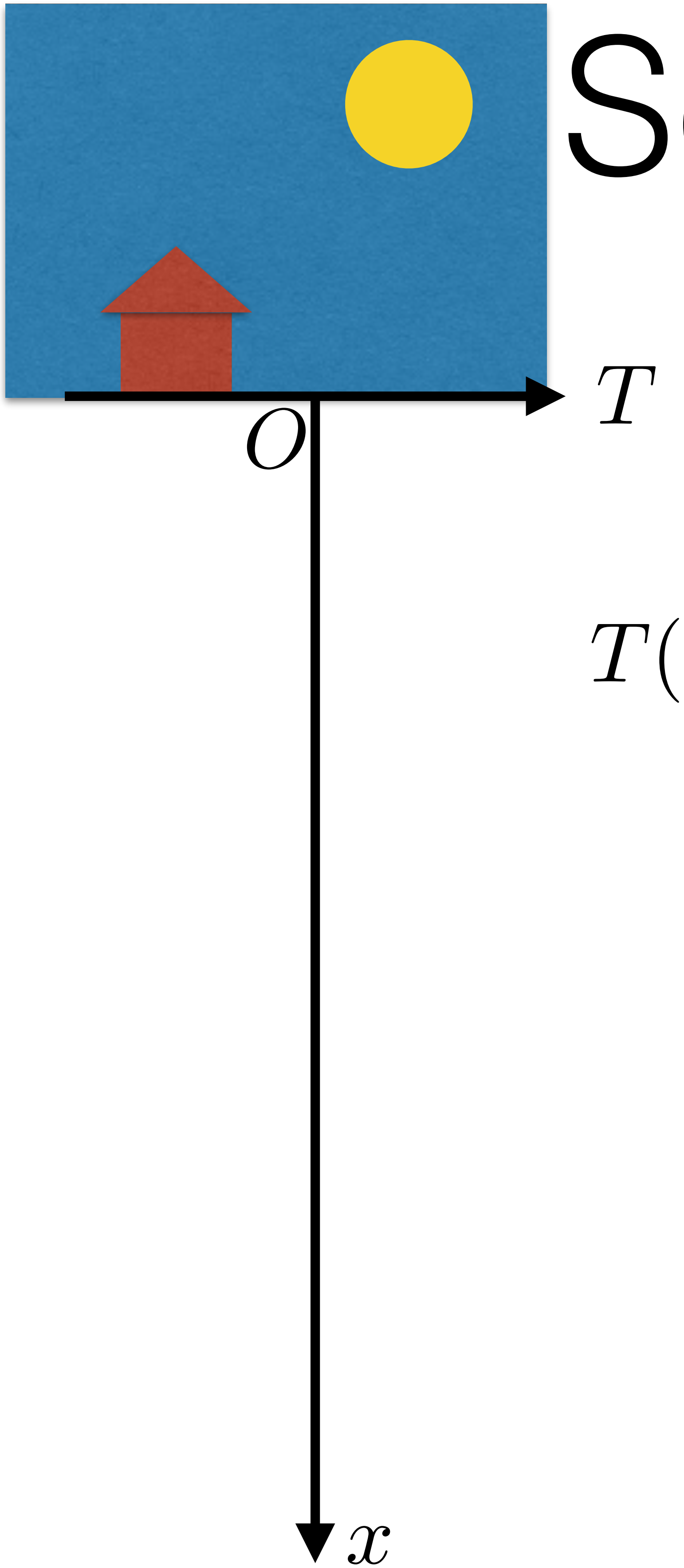
Solução geral



$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$T(x) = T_0 + a_1 \cdot x$$

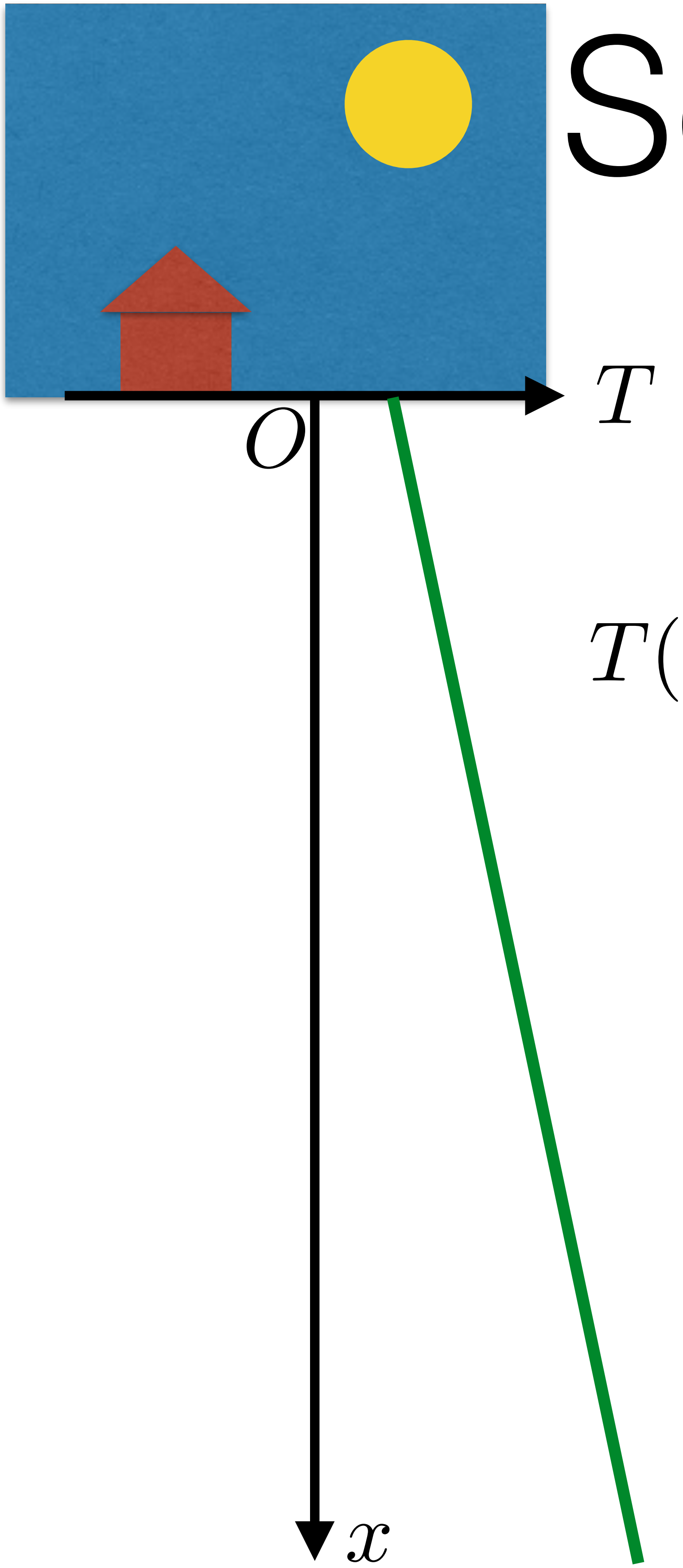
Solução geral



$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$T(x) = T_0 + a_1 \cdot x \qquad \frac{dT}{dx} = a_1$$

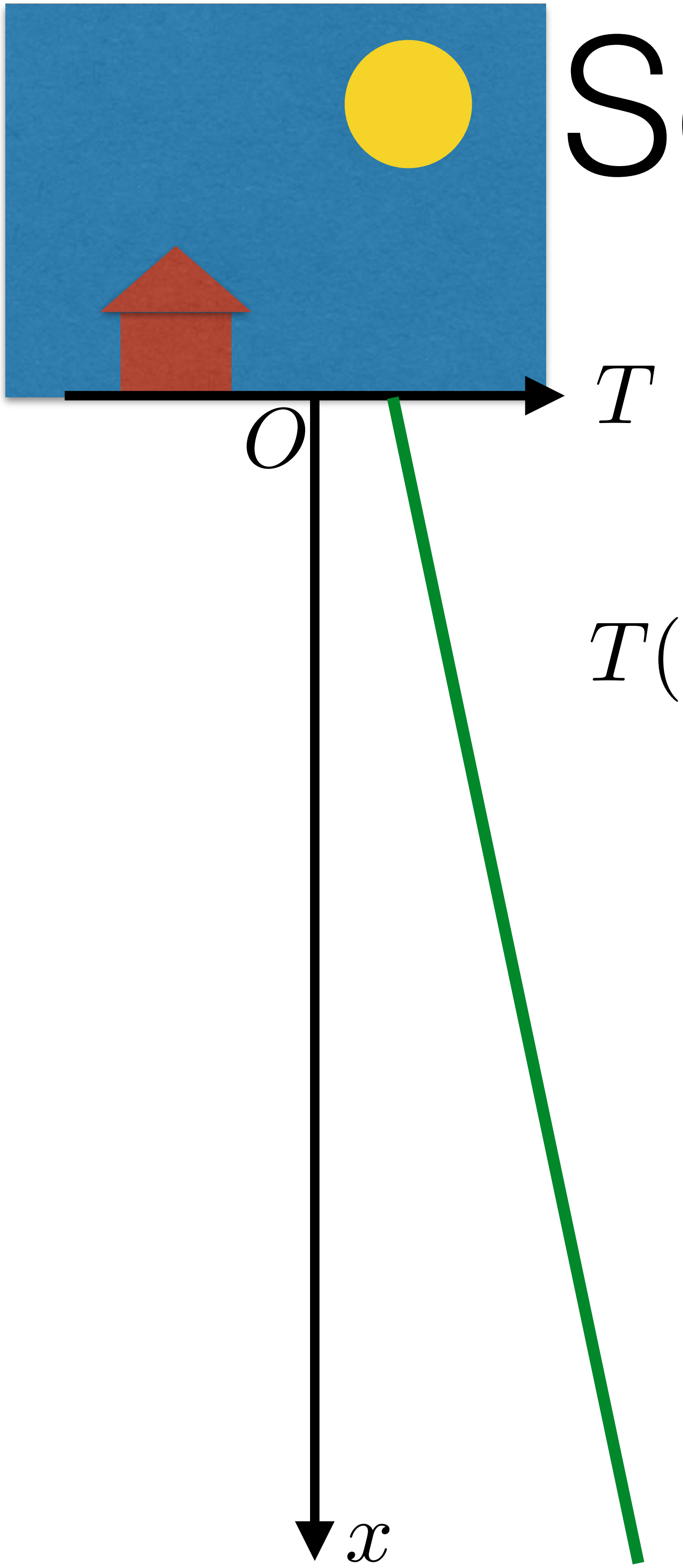
Solução geral



$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$T(x) = T_0 + a_1 \cdot x \qquad \frac{dT}{dx} = a_1$$

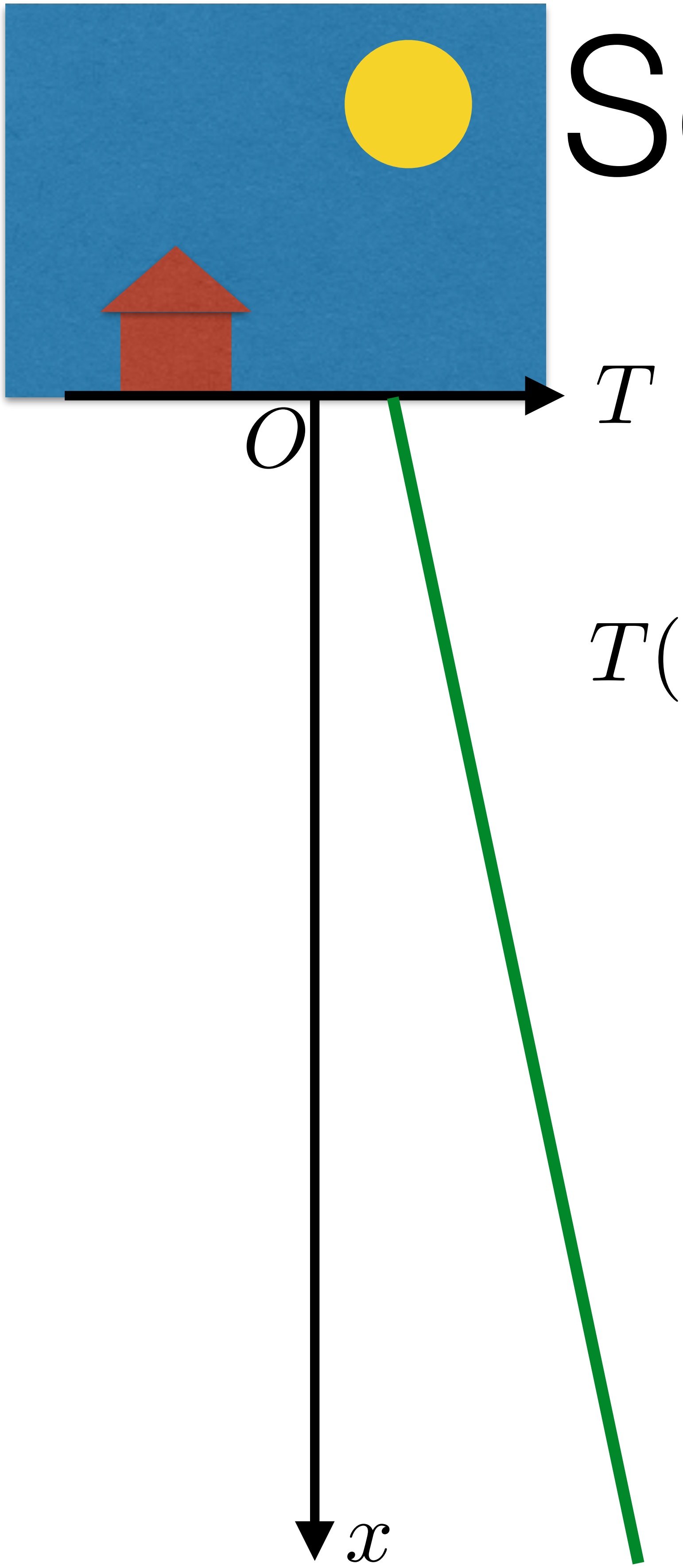
Solução geral



$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$T(x) = T_0 + a_1 \cdot x \qquad \frac{dT}{dx} = a_1 \qquad \frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

Solução geral

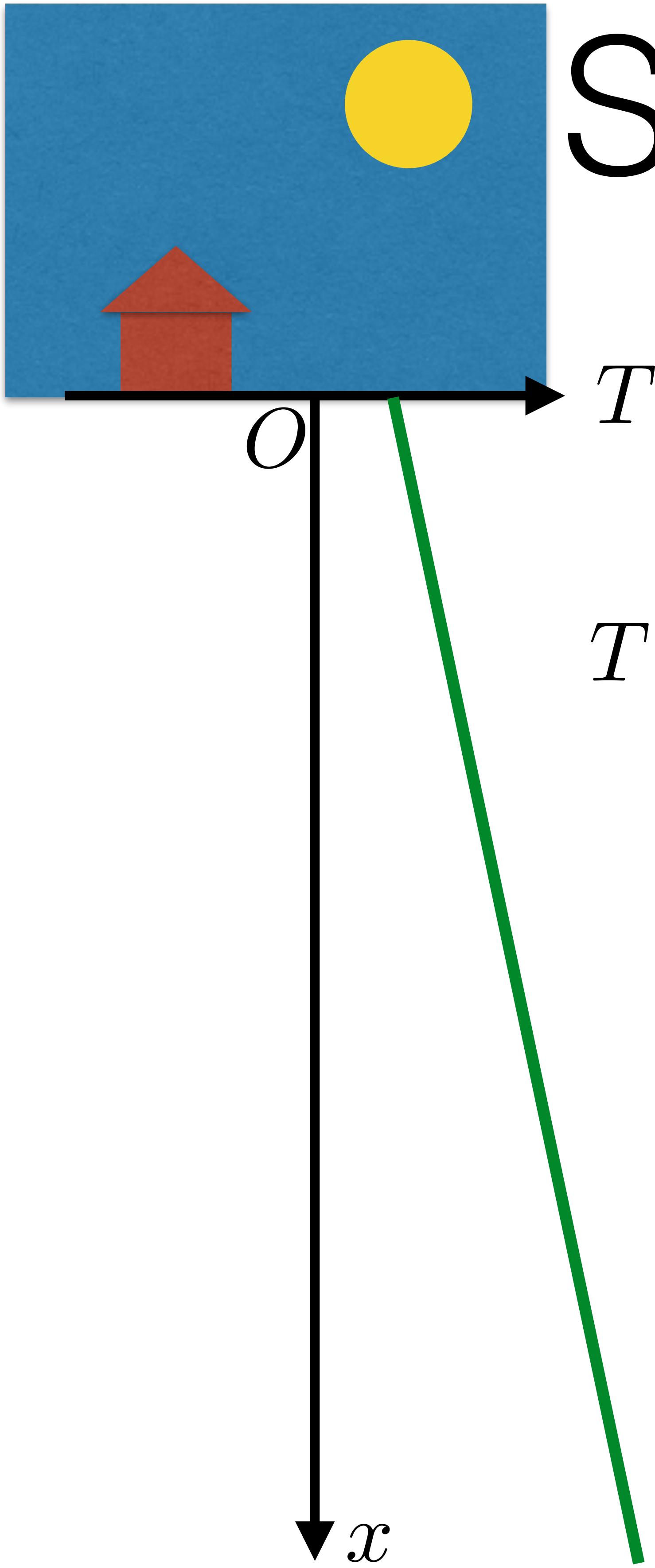


$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$T(x) = T_0 + a_1 \cdot x \qquad \frac{dT}{dx} = a_1 \qquad \frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

$$q = -k\frac{dT}{dx}$$

Solução geral

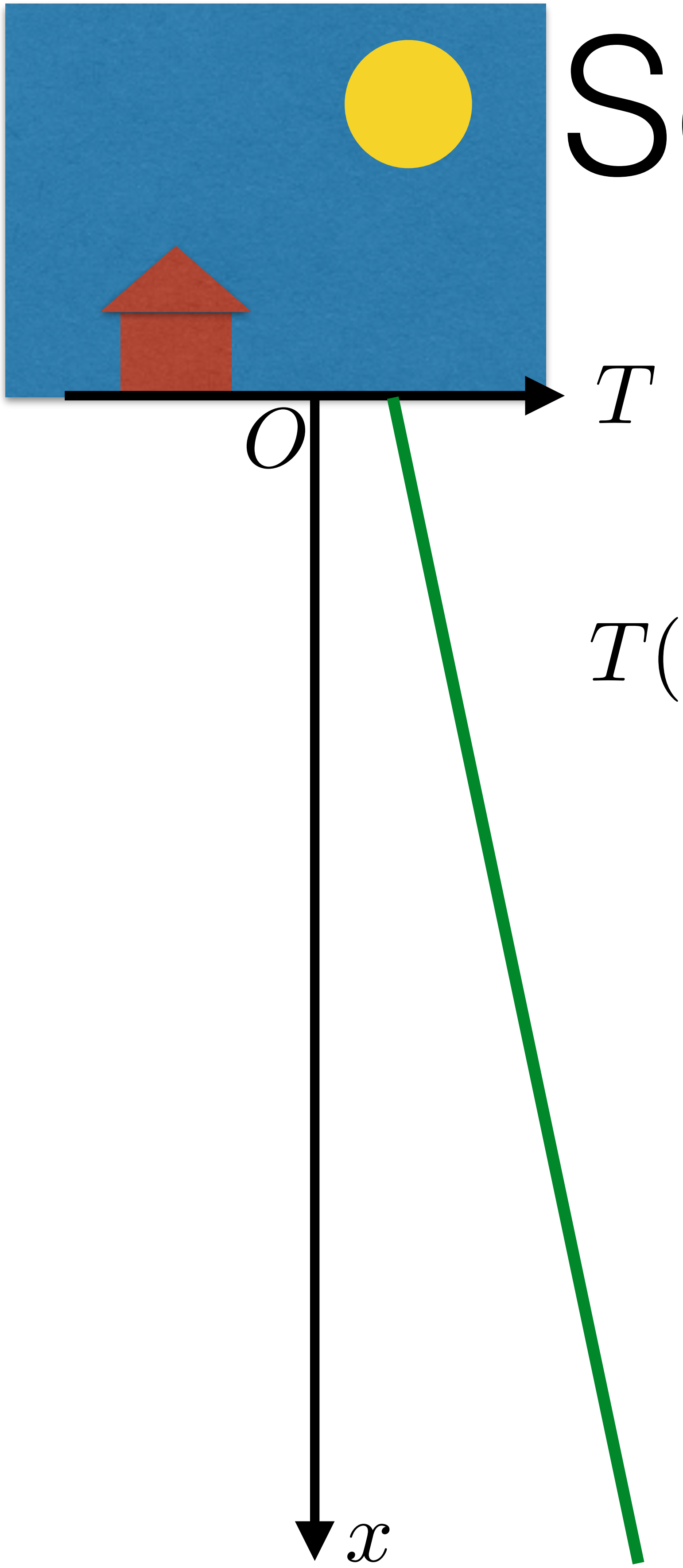


$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$T(x) = T_0 + a_1 \cdot x \qquad \frac{dT}{dx} = a_1 \qquad \frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

$$q = -k\frac{dT}{dx} \quad \longrightarrow$$

Solução geral

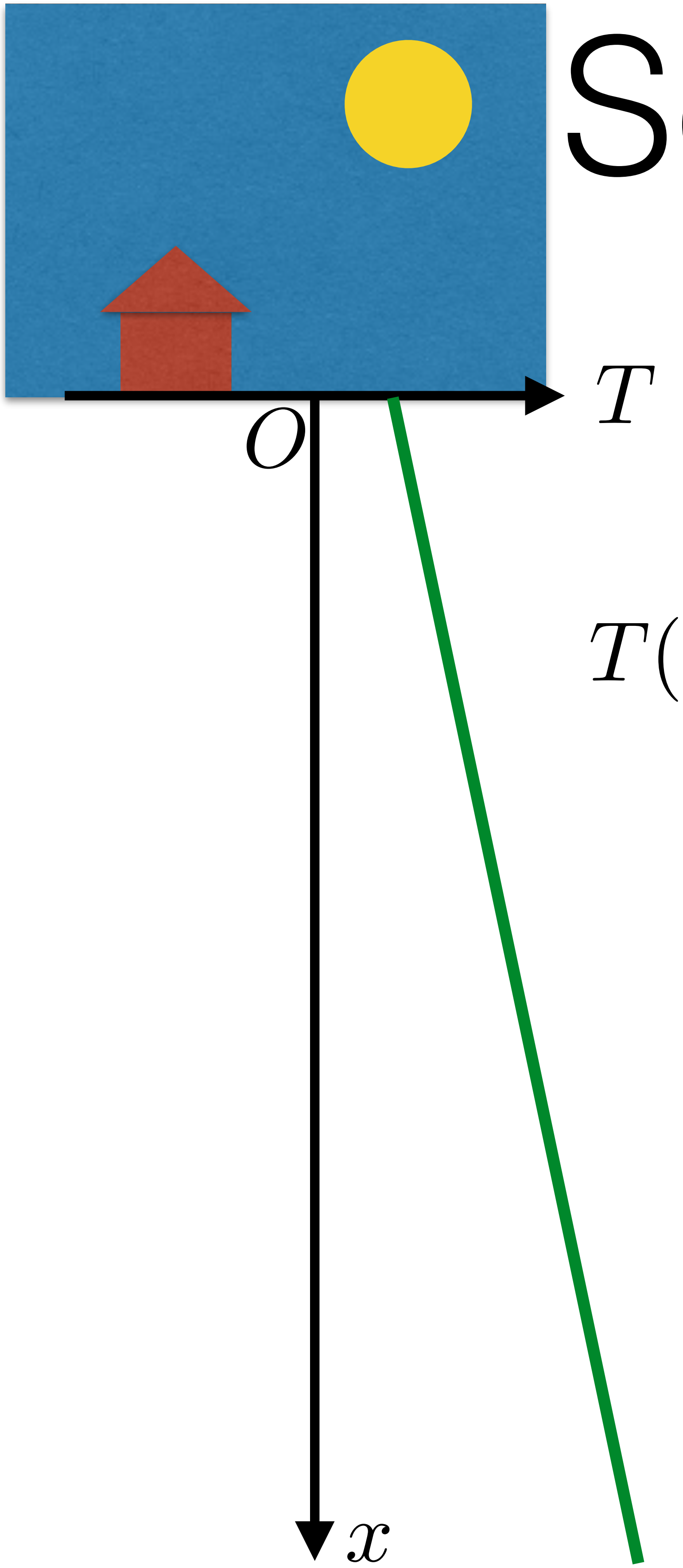


$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$T(x) = T_0 + a_1 \cdot x \qquad \frac{dT}{dx} = a_1 \qquad \frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

$$q = -k\frac{dT}{dx} \longrightarrow a_1 = -\frac{q}{k}$$

Solução geral



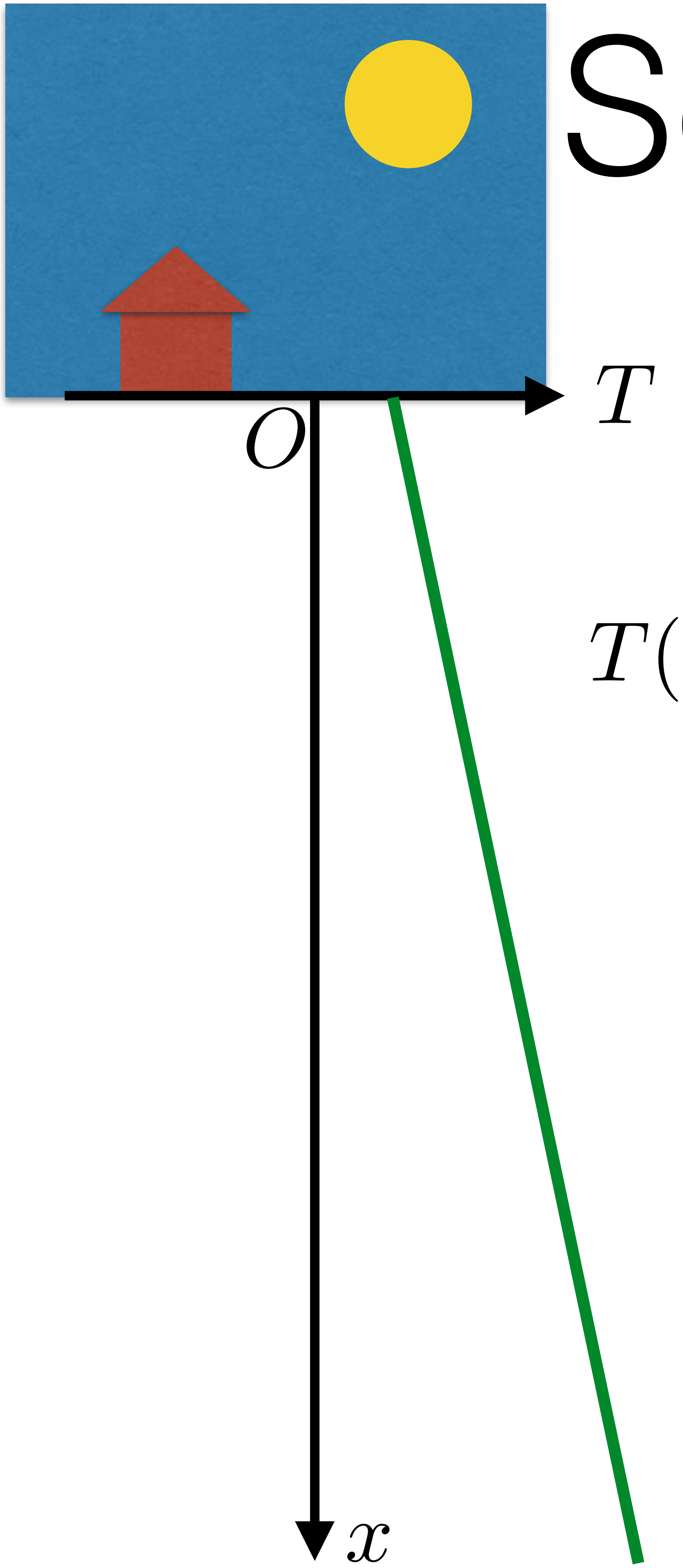
$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$T(x) = T_0 + a_1 \cdot x \qquad \frac{dT}{dx} = a_1 \qquad \frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

$$q = -k\frac{dT}{dx} \longrightarrow a_1 = -\frac{q}{k}$$

$$q_0 = 50 \text{ mW/m}^2$$

Solução geral



$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

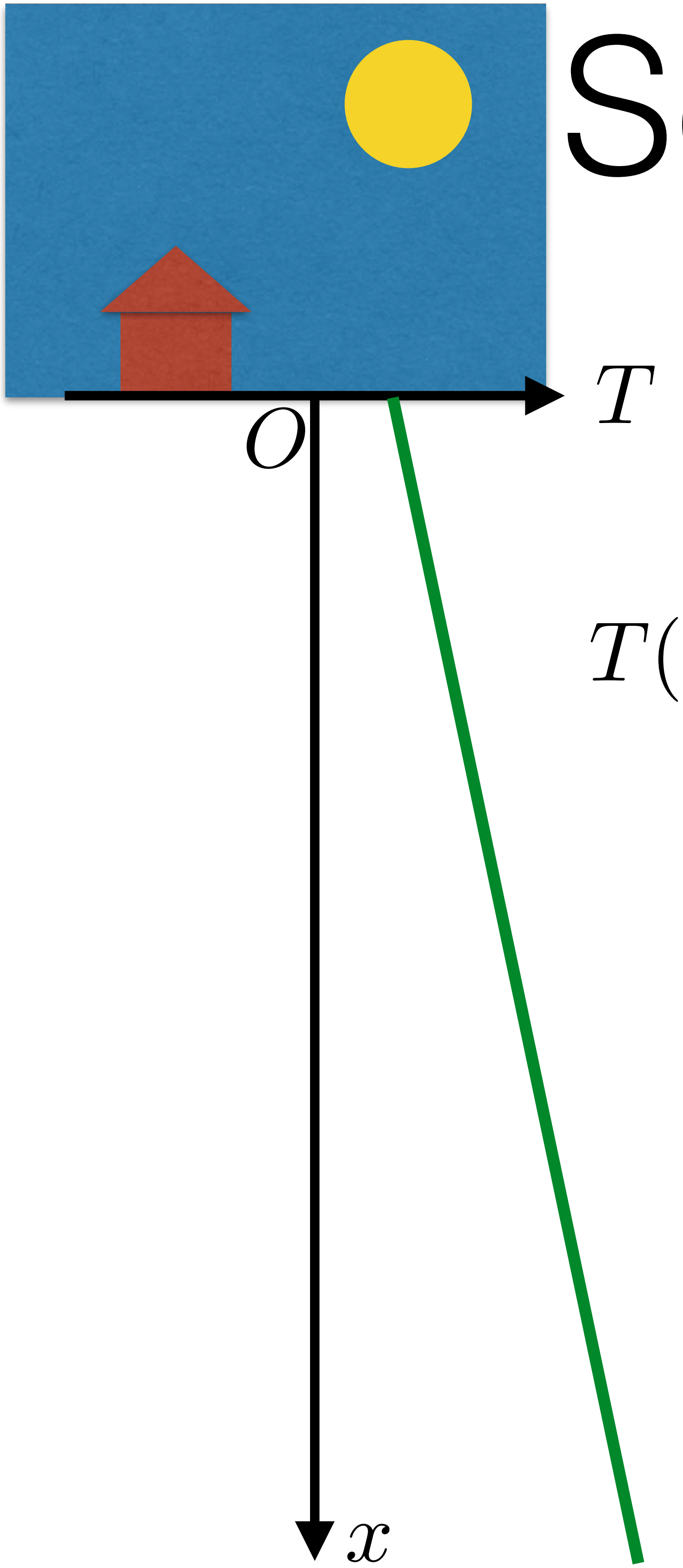
$$T(x) = T_0 + a_1 \cdot x \qquad \frac{dT}{dx} = a_1 \qquad \frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

$$q = -k\frac{dT}{dx} \longrightarrow a_1 = -\frac{q}{k}$$

$$q_0 = 50\ \mathrm{mW/m^2}$$

$$k = 2\ \mathrm{W\ K^{-1}m^{-1}}$$

Solução geral



$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2}$$

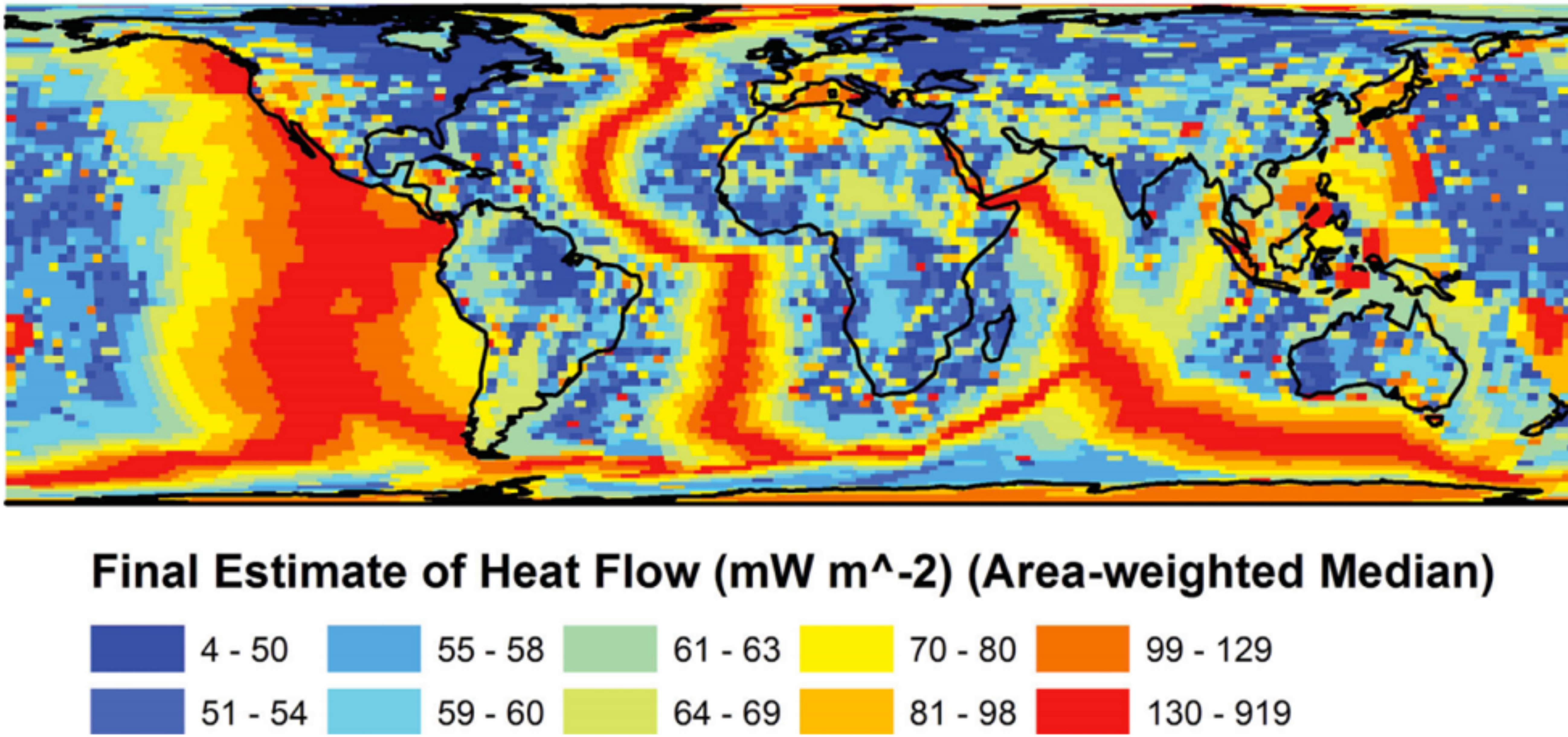
$$T(x) = T_0 + a_1 \cdot x \qquad \frac{dT}{dx} = a_1 \qquad \frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

$$q = -k\frac{dT}{dx} \longrightarrow a_1 = -\frac{q}{k}$$

$$q_0 = 50\ \mathrm{mW/m^2}$$

$$k = 2\ \mathrm{W\ K^{-1}m^{-1}}$$

$$a_1 = 25\ \mathrm{K/km}$$


Final Estimate of Heat Flow (mW m^-2) (Area-weighted Median)
4 - 50
51 - 54
55 - 58
59 - 60
61 - 63
64 - 69
70 - 80
81 - 98
99 - 129
130 - 919

Davies (2013)

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

Taxa de produção de calor
por unidade de massa
(W/kg)

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

Taxa de produção de calor por unidade de massa (W/kg)

densidade

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

Taxa de produção de calor
por unidade de massa
(W/kg)

densidade

$$\rho H = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

Taxa de produção de calor por unidade de massa (W/kg)

densidade

$$\rho H = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + c_1$$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

Taxa de produção de calor por unidade de massa (W/kg)

densidade

$$\rho H = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + c_1 \rightarrow \rho H x = q + c_1$$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

Taxa de produção de calor por unidade de massa (W/kg)

densidade

$$\rho H = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + c_1 \rightarrow \rho H x = q + c_1$$

Para $x = 0$, $q = -q_0$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

Taxa de produção de calor por unidade de massa (W/kg)

densidade

$$\rho H = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + c_1 \rightarrow \rho H x = q + c_1$$

Para $x = 0$, $q = -q_0 \quad \rightarrow c_1 = q_0$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

Taxa de produção de calor por unidade de massa (W/kg)

densidade

$$\rho H = -k\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + c_1 \rightarrow \rho H x = q + c_1$$

Para $x = 0$, $q = -q_0 \quad \rightarrow c_1 = q_0$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + q_0$$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + q_0$$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + q_0$$

$$\rho H\frac{x^2}{2} = -kT + q_0 x + c_2$$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + q_0$$

$$\rho H \frac{x^2}{2} = -kT + q_0 x + c_2$$

Para $x = 0$, $T = T_0$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + q_0$$

$$\rho H\frac{x^2}{2} = -kT + q_0 x + c_2$$

Para $x = 0$, $T = T_0 \quad \rightarrow c_2 = kT_0$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + q_0$$

$$\rho H \frac{x^2}{2} = -kT + q_0 x + c_2$$

Para $x = 0$, $T = T_0 \quad \rightarrow c_2 = kT_0$

Assim

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + q_0$$

$$\rho H\frac{x^2}{2} = -kT + q_0 x + c_2$$

Para $x = 0$, $T = T_0 \quad \rightarrow c_2 = kT_0$

Assim

$$T = T_0 + \frac{q_0}{k}x - \frac{\rho H}{2k}x^2$$

Produção de calor radiogênico

$$0 = k\frac{d^2T}{dx^2} + \rho H$$

$$H = 9.6 \times 10^{-10}\ \mathrm{W/kg}$$

$$\rho = 2800\ \mathrm{kg/m^3}$$

$$T_0 = 20^\circ\mathrm{C}$$

$$\rho H x = -k\frac{dT}{dx} + q_0$$

$$\rho H\frac{x^2}{2} = -kT + q_0 x + c_2$$

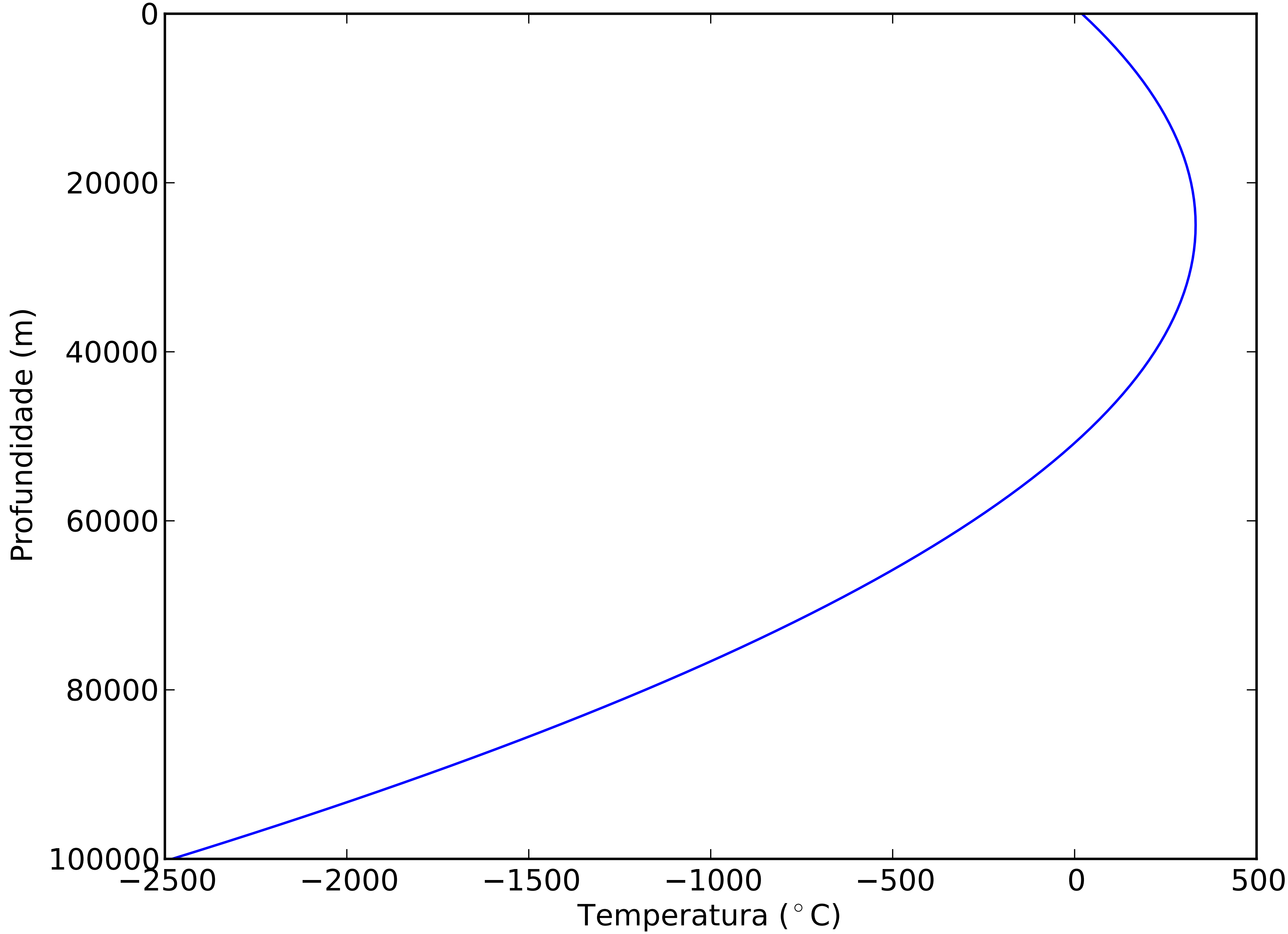
Para $x = 0$, $T = T_0 \quad \rightarrow c_2 = kT_0$

Assim

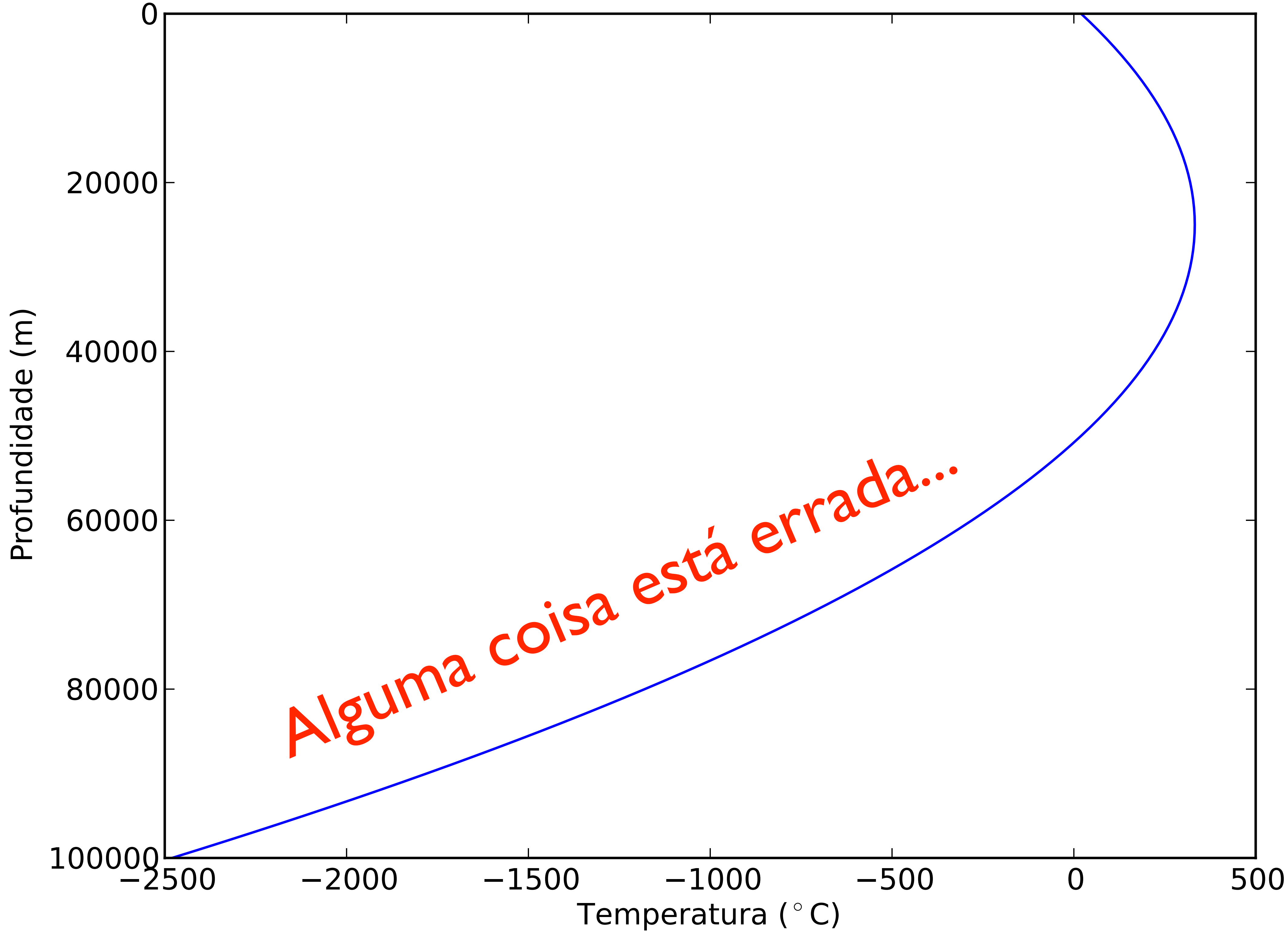
$$T = T_0 + \frac{q_0}{k}x - \frac{\rho H}{2k}x^2$$

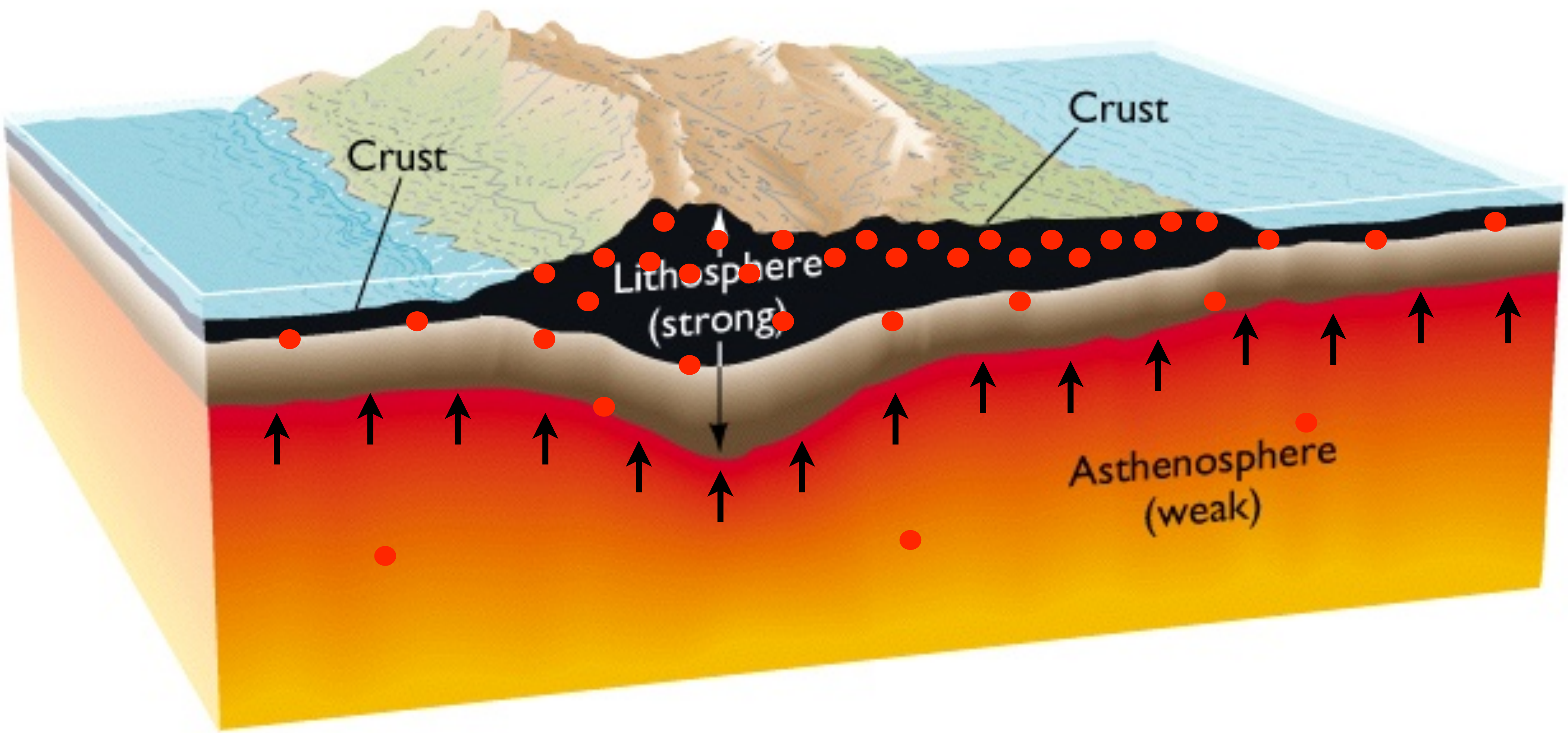
Vamos plotar!!

Litosfera continental

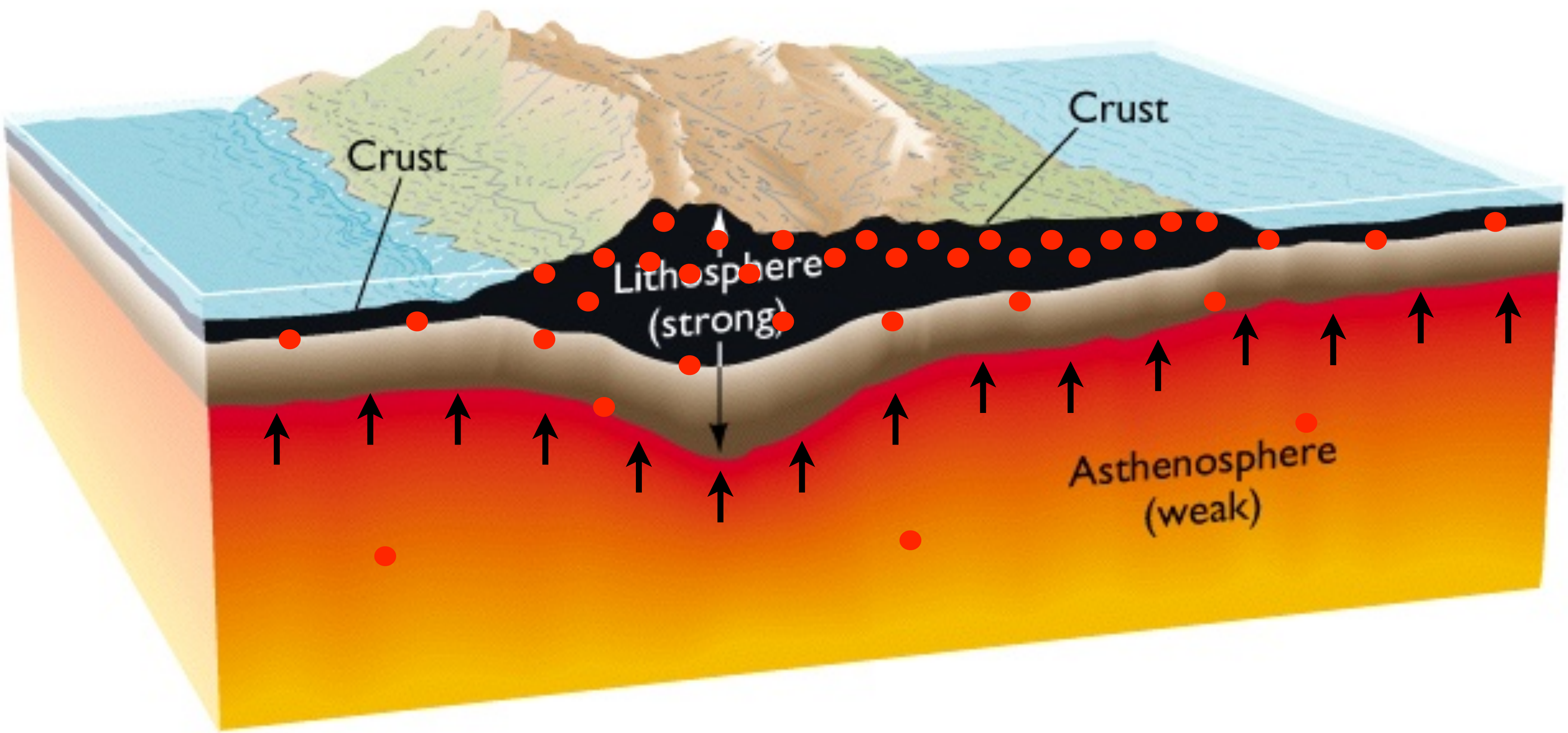


Litosfera continental

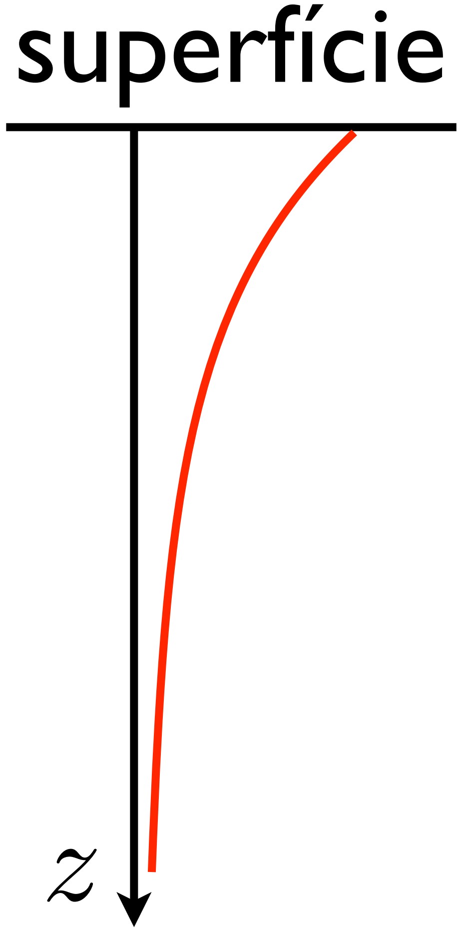



Crust
Crust
Lithosphere
(strong)
Asthenosphere
(weak)

H não é constante!

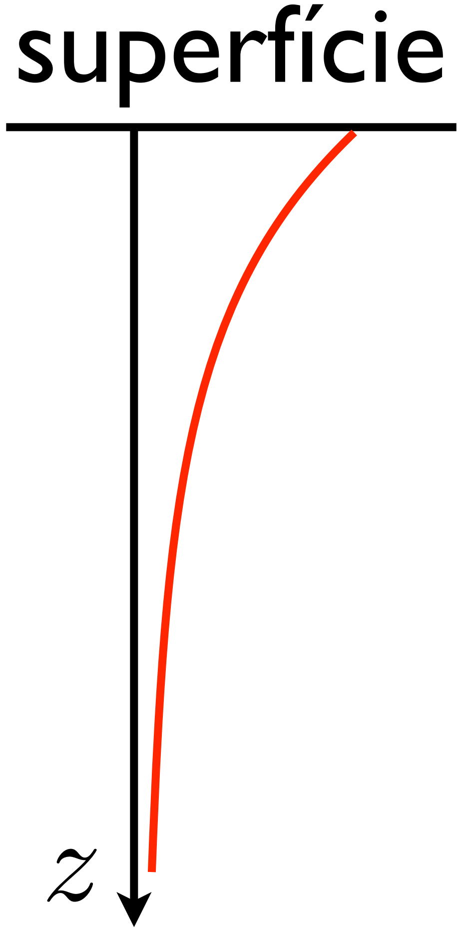


Litosfera continental



$$H = H_0 e^{-z/h_r}$$

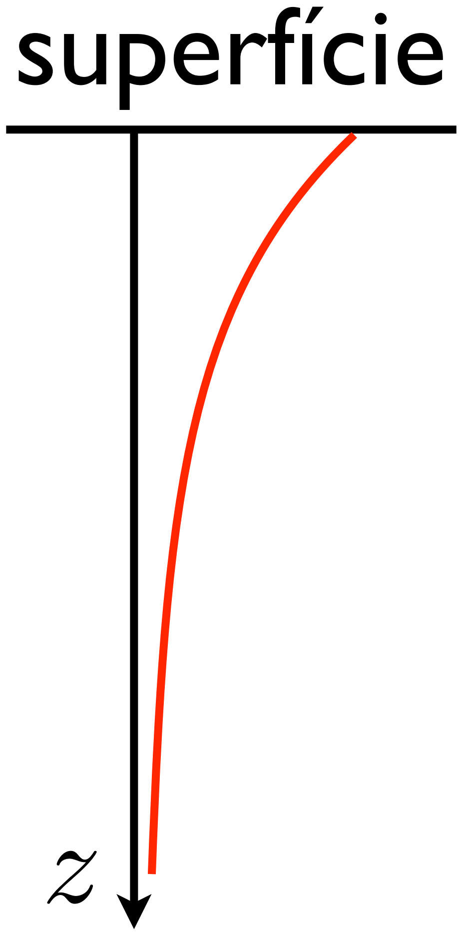
Litosfera continental



$$H = H_0 e^{-z/h_r}$$

$$k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho H = 0$$

Litosfera continental

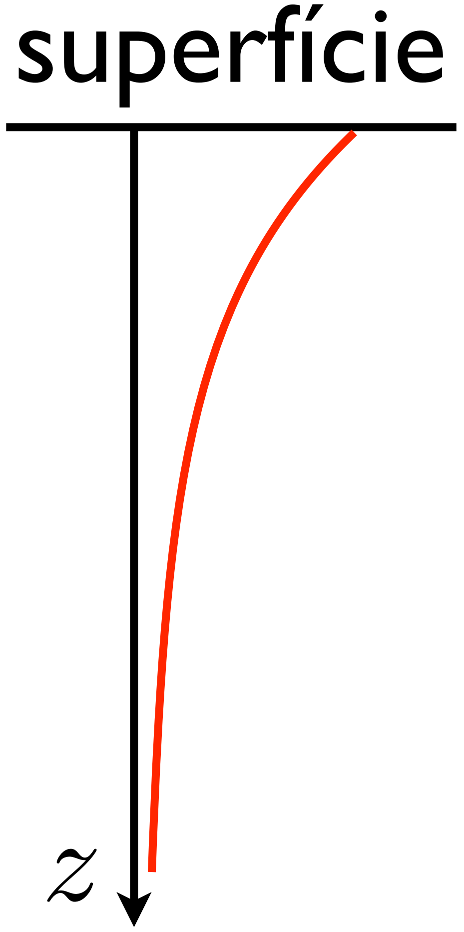


$$H = H_0 e^{-z/h_r}$$

$$k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho H = 0$$

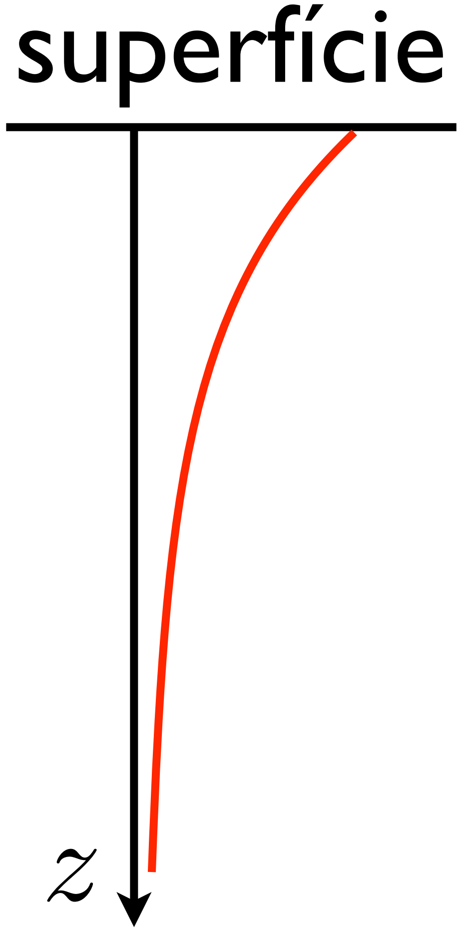
$$k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho H_0 e^{-z/h_r} = 0$$

Litosfera continental



$$k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho H_0 e^{-z/h_r} = 0$$

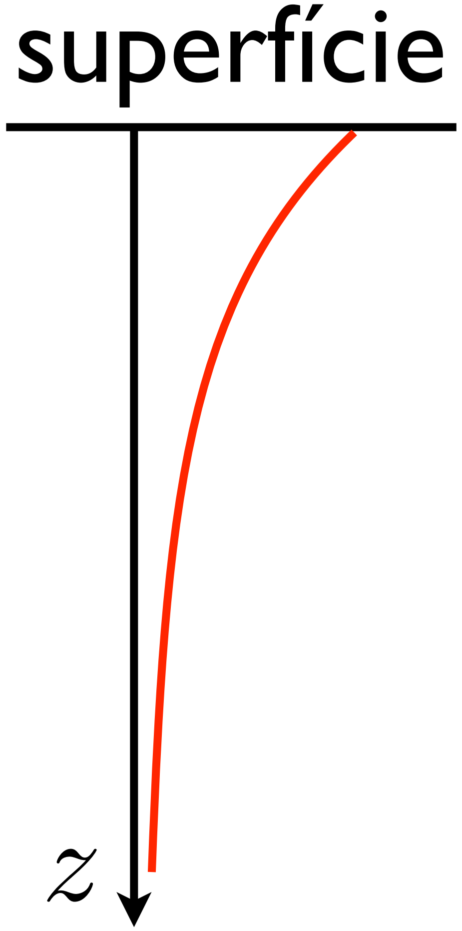
Litosfera continental



$$k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho H_0 e^{-z/h_r} = 0$$

$$k\frac{\partial T}{\partial z} - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

Litosfera continental

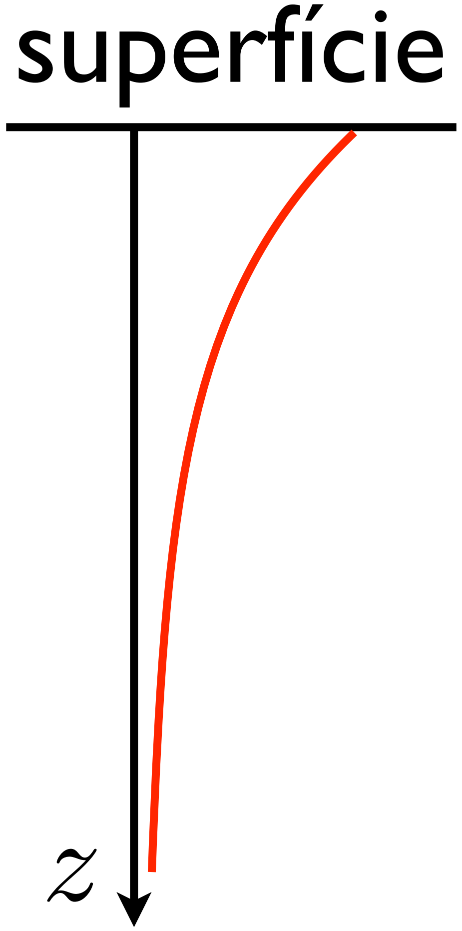


$$k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho H_0 e^{-z/h_r} = 0$$

$$k\frac{\partial T}{\partial z} - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

$$-q - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

Litosfera continental



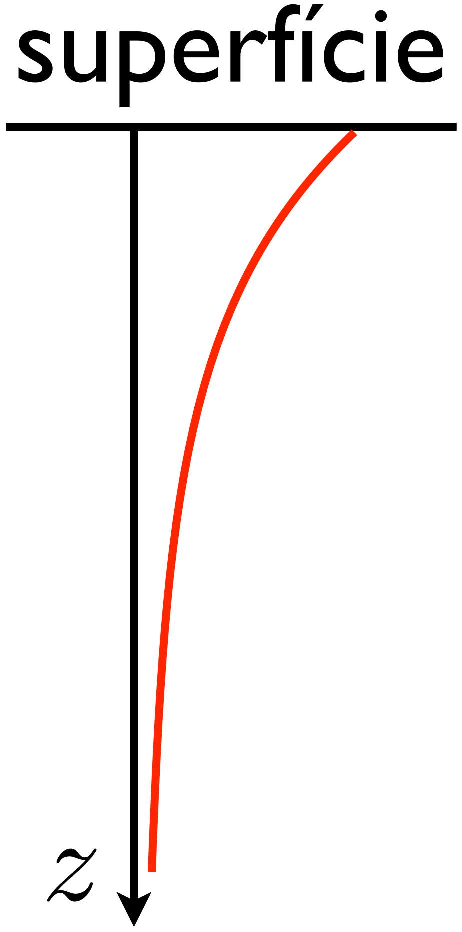
$$k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho H_0 e^{-z/h_r} = 0$$

$$k\frac{\partial T}{\partial z} - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

$$-q - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

$$z \to \infty; q \to -q_m$$

Litosfera continental



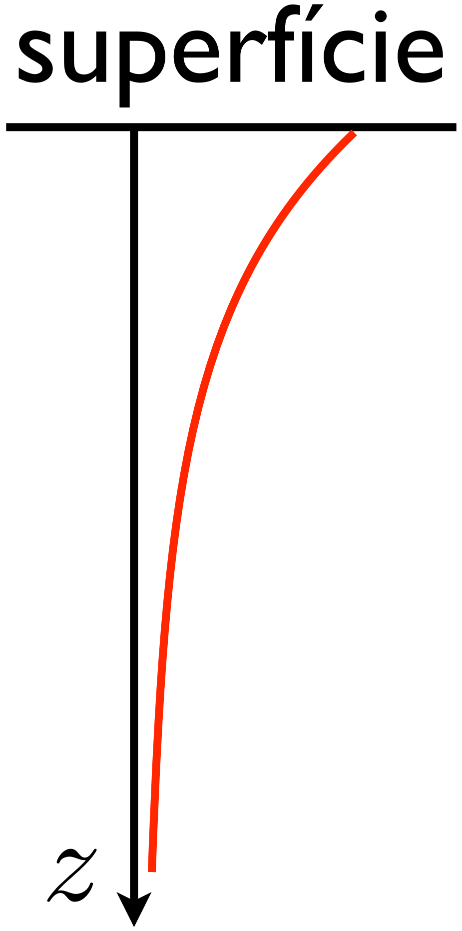
$$k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho H_0 e^{-z/h_r} = 0$$

$$k\frac{\partial T}{\partial z} - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

$$-q - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

$$z \to \infty; q \to -q_m \qquad c_1 = q_m$$

Litosfera continental



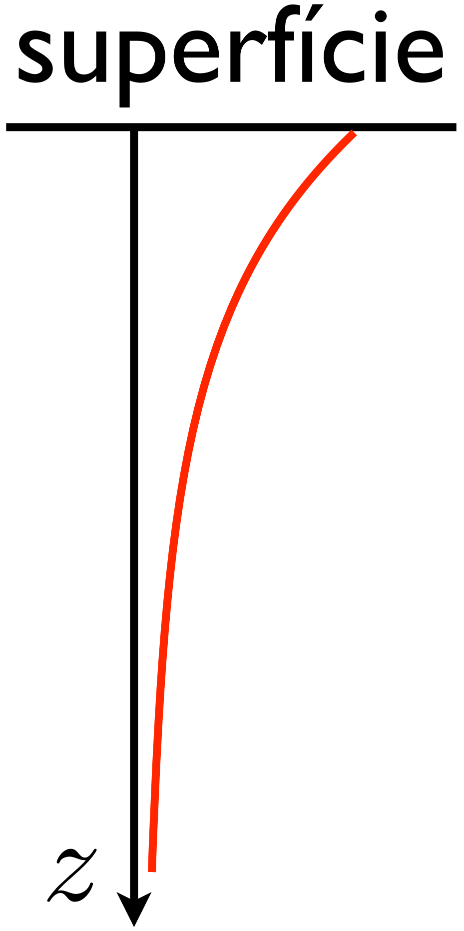
$$k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho H_0 e^{-z/h_r} = 0$$

$$k\frac{\partial T}{\partial z} - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

$$\boxed{-q - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1}$$

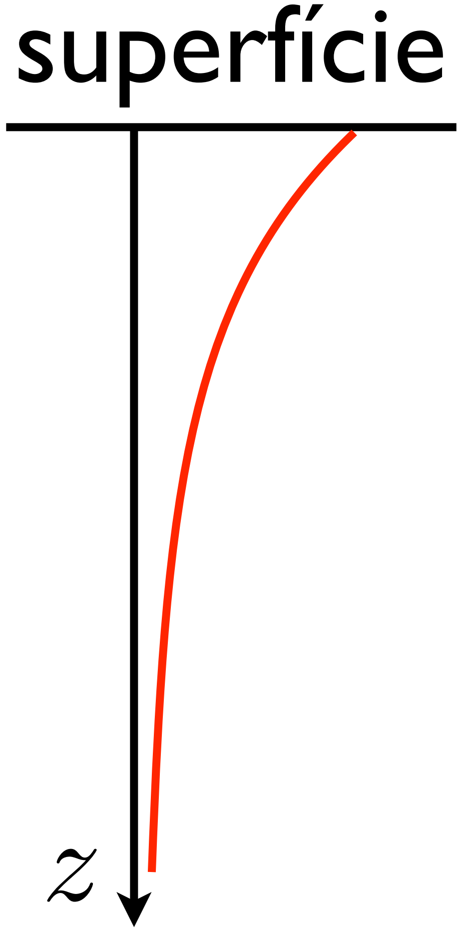
$$z \to \infty; q \to -q_m \qquad c_1 = q_m$$

Litosfera continental



$$k\frac{\partial T}{\partial z} - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

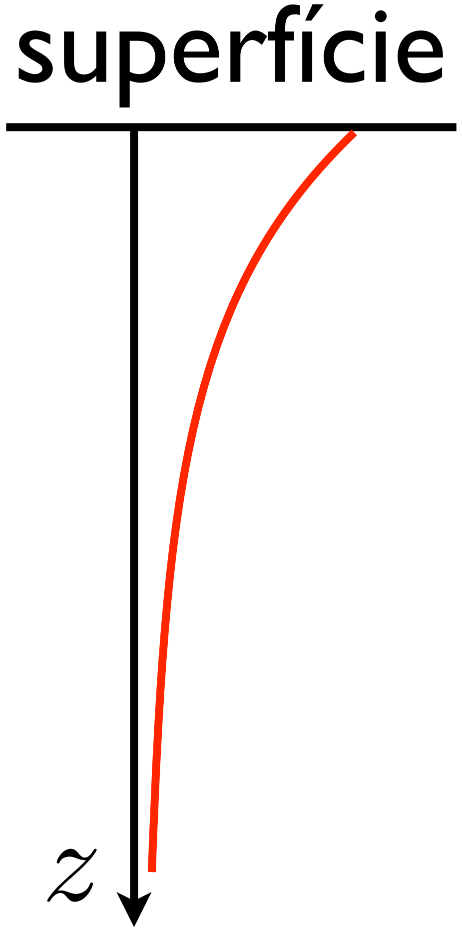
Litosfera continental



$$k\frac{\partial T}{\partial z} - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

$$kT + h_r^2 \rho H_0 e^{-z/h_r} = q_m z + c_2$$

Litosfera continental

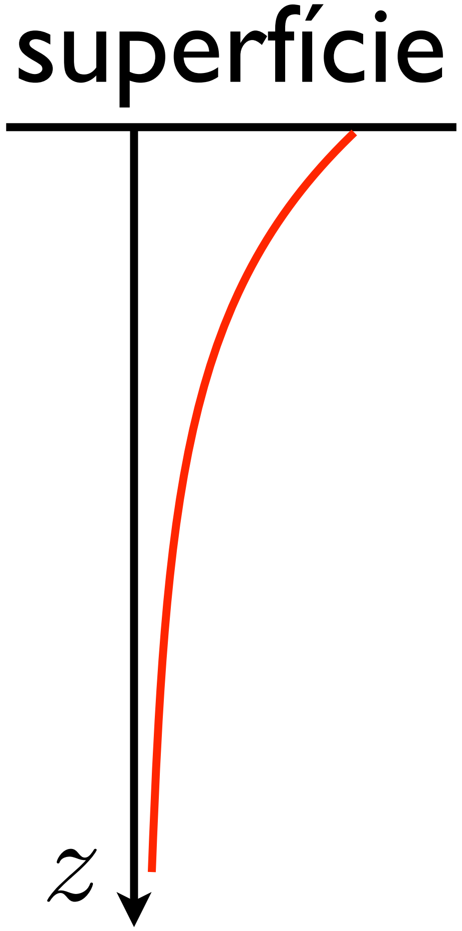


$$k\frac{\partial T}{\partial z} - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

$$kT + h_r^2 \rho H_0 e^{-z/h_r} = q_m z + c_2$$

$$T(0) = T_0$$

Litosfera continental

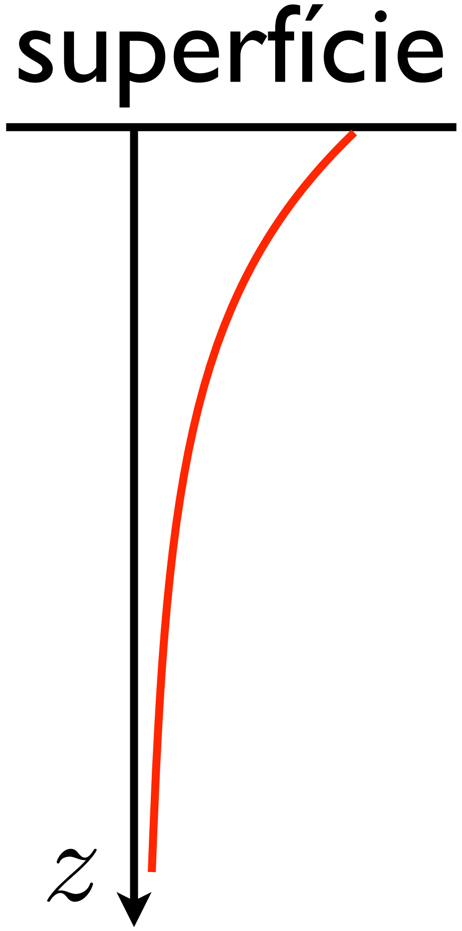


$$k\frac{\partial T}{\partial z} - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

$$kT + h_r^2 \rho H_0 e^{-z/h_r} = q_m z + c_2$$

$$T(0) = T_0 \qquad\qquad c_2 = kT_0 + h_r^2 \rho H_0$$

Litosfera continental



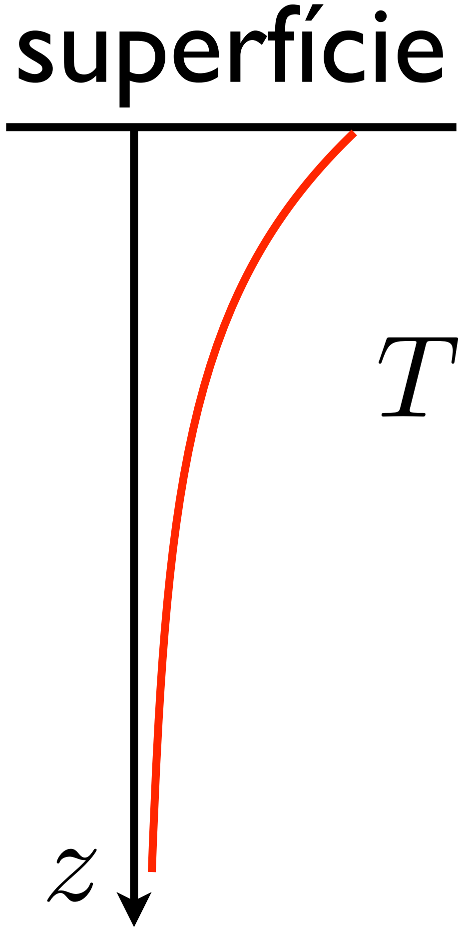
$$k\frac{\partial T}{\partial z} - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = c_1$$

$$kT + h_r^2 \rho H_0 e^{-z/h_r} = q_m z + c_2$$

$$T(0) = T_0 \qquad\qquad c_2 = kT_0 + h_r^2 \rho H_0$$

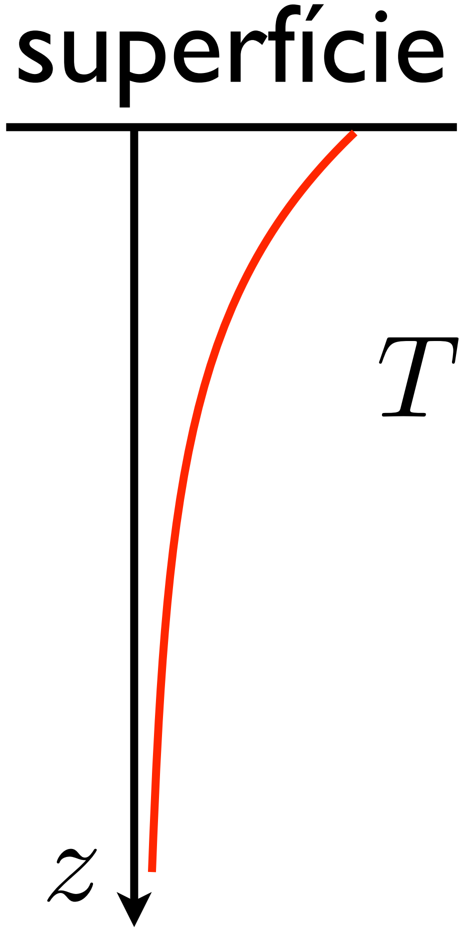
$$T = T_0 + \frac{q_m z}{k} + \frac{h_r^2 \rho H_0}{k}\left(1 - e^{-z/h_r}\right)$$

Litosfera continental



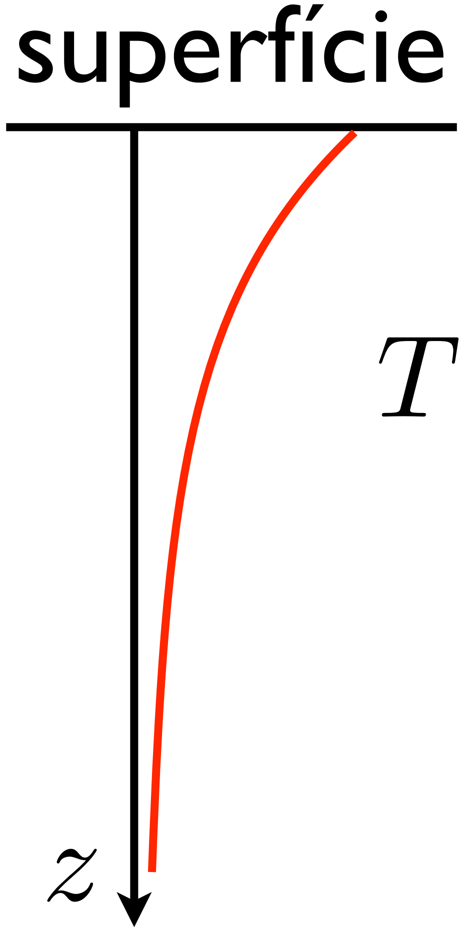
$$T = T_0 + \frac{q_m z}{k} + \frac{h_r^2 \rho H_0}{k}\left(1 - e^{-z/h_r}\right)$$

Litosfera continental



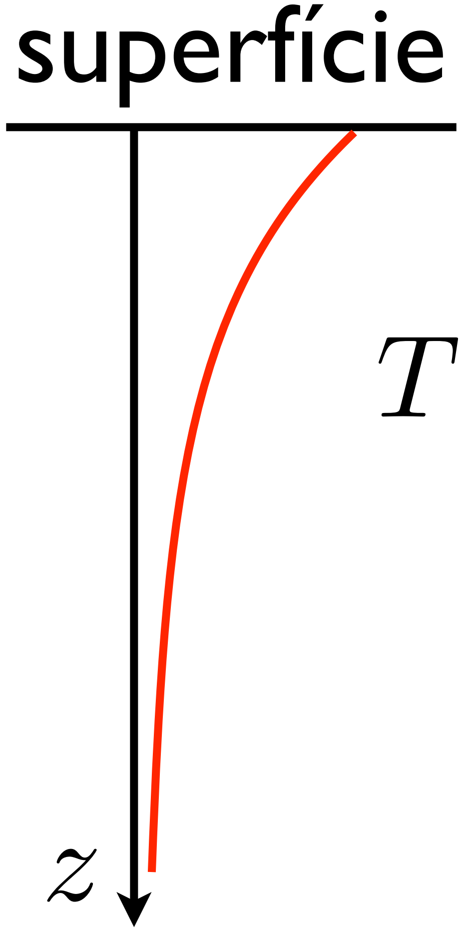
$$T = T_0 + \frac{q_m z}{k} + \frac{h_r^2 \rho H_0}{k}\left(1 - e^{-z/h_r}\right)$$

Litosfera continental



$$T = T_0 + \frac{q_m z}{k} + \frac{h_r^2 \rho H_0}{k}\left(1 - e^{-z/h_r}\right)$$

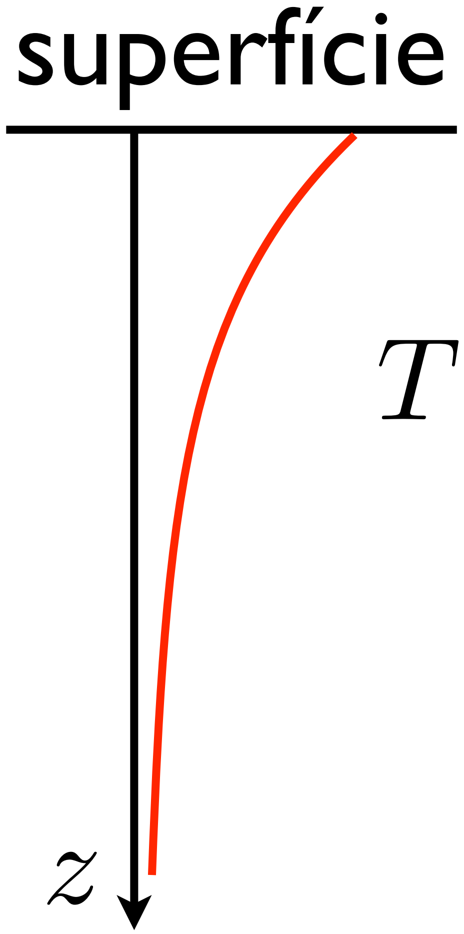
Litosfera continental



$$T = T_0 + \frac{q_m z}{k} + \frac{h_r^2 \rho H_0}{k}\left(1 - e^{-z/h_r}\right)$$

$$-q - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = q_m$$

Litosfera continental

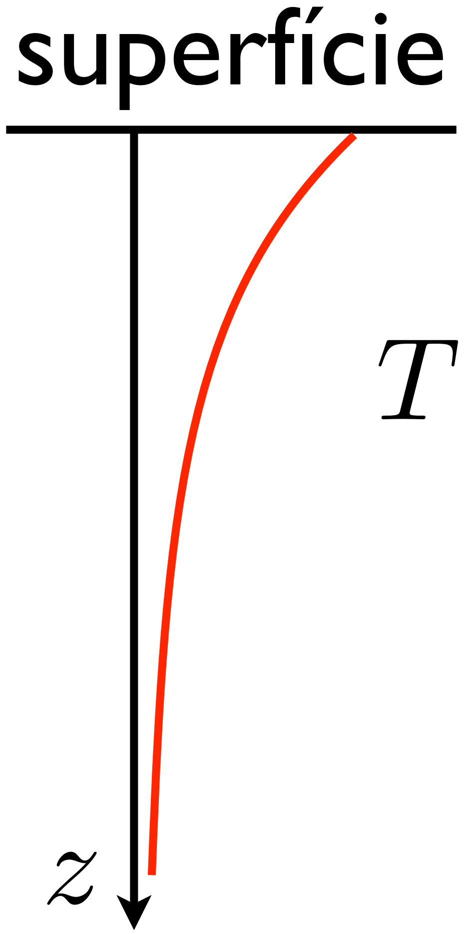


$$T = T_0 + \frac{q_m z}{k} + \frac{h_r^2 \rho H_0}{k}\left(1 - e^{-z/h_r}\right)$$

$$-q - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = q_m$$

$$q(0) = -q_0$$

Litosfera continental



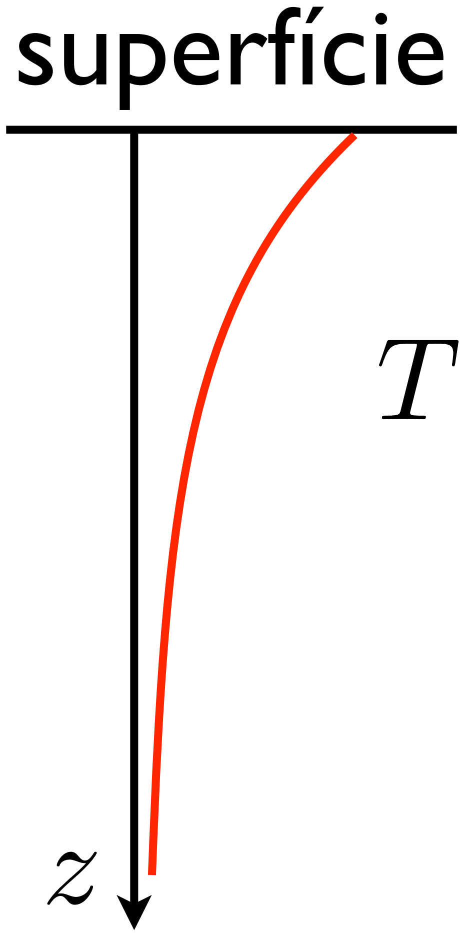
$$T = T_0 + \frac{q_m z}{k} + \frac{h_r^2 \rho H_0}{k}\left(1 - e^{-z/h_r}\right)$$

$$-q - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = q_m$$

$$q(0) = -q_0$$

$$q_0 = q_m + h_r \rho H_0$$

Litosfera continental



$$T = T_0 + \frac{q_m z}{k} + \frac{h_r^2 \rho H_0}{k}\left(1 - e^{-z/h_r}\right)$$

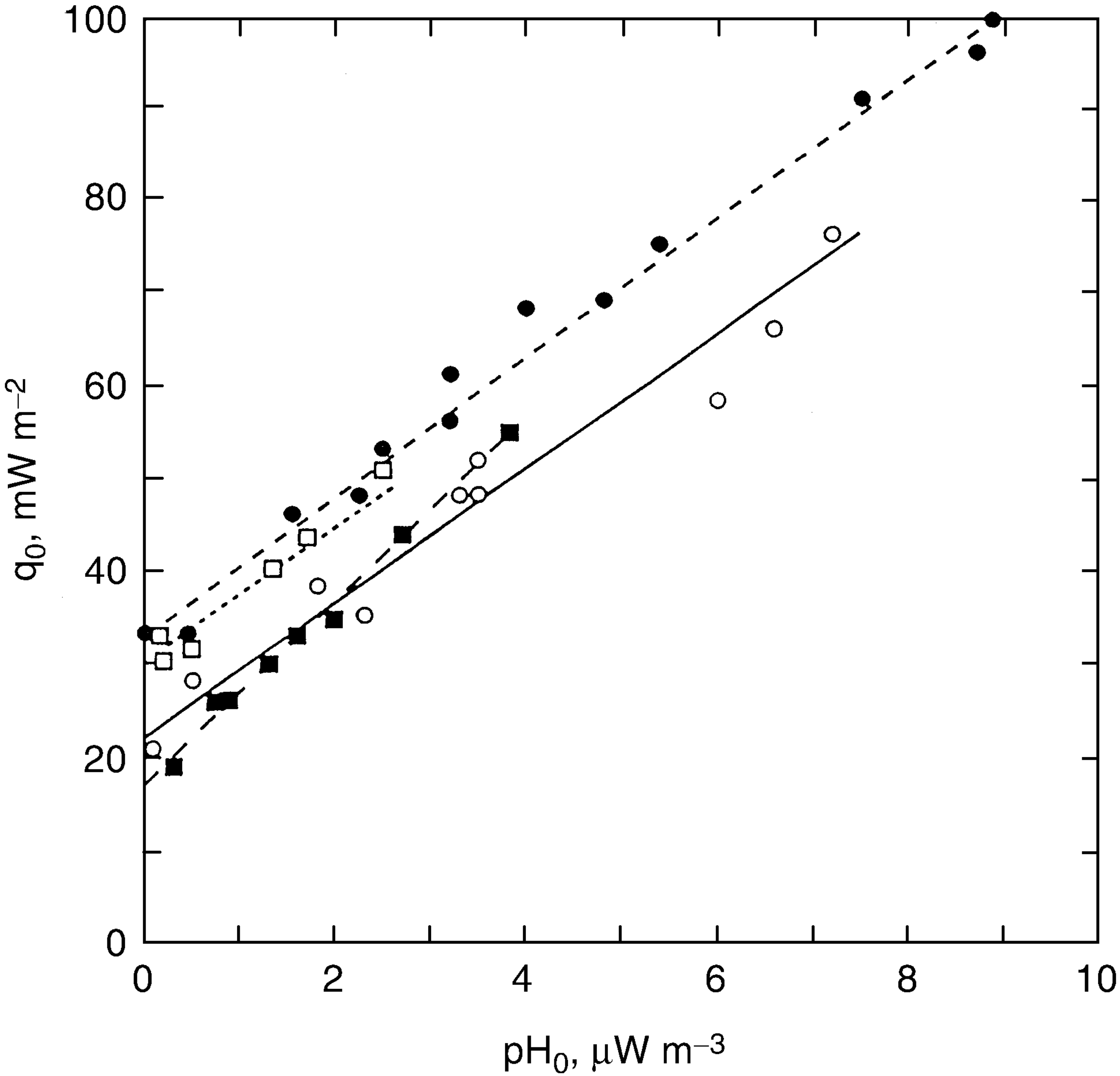
$$-q - h_r \rho H_0 e^{-z/h_r} = q_m$$

$$q(0) = -q_0$$

$$q_0 = q_m + h_r \rho H_0$$

$$f(x) = a + bx$$

Litosfera continental



Litosfera continental

$$T = T_0 + \frac{q_m z}{k} + \frac{h_r^2 \rho H_0}{k}\left(1 - e^{-z/h_r}\right)$$

$$T_0 = 20^\circ\mathrm{C}$$

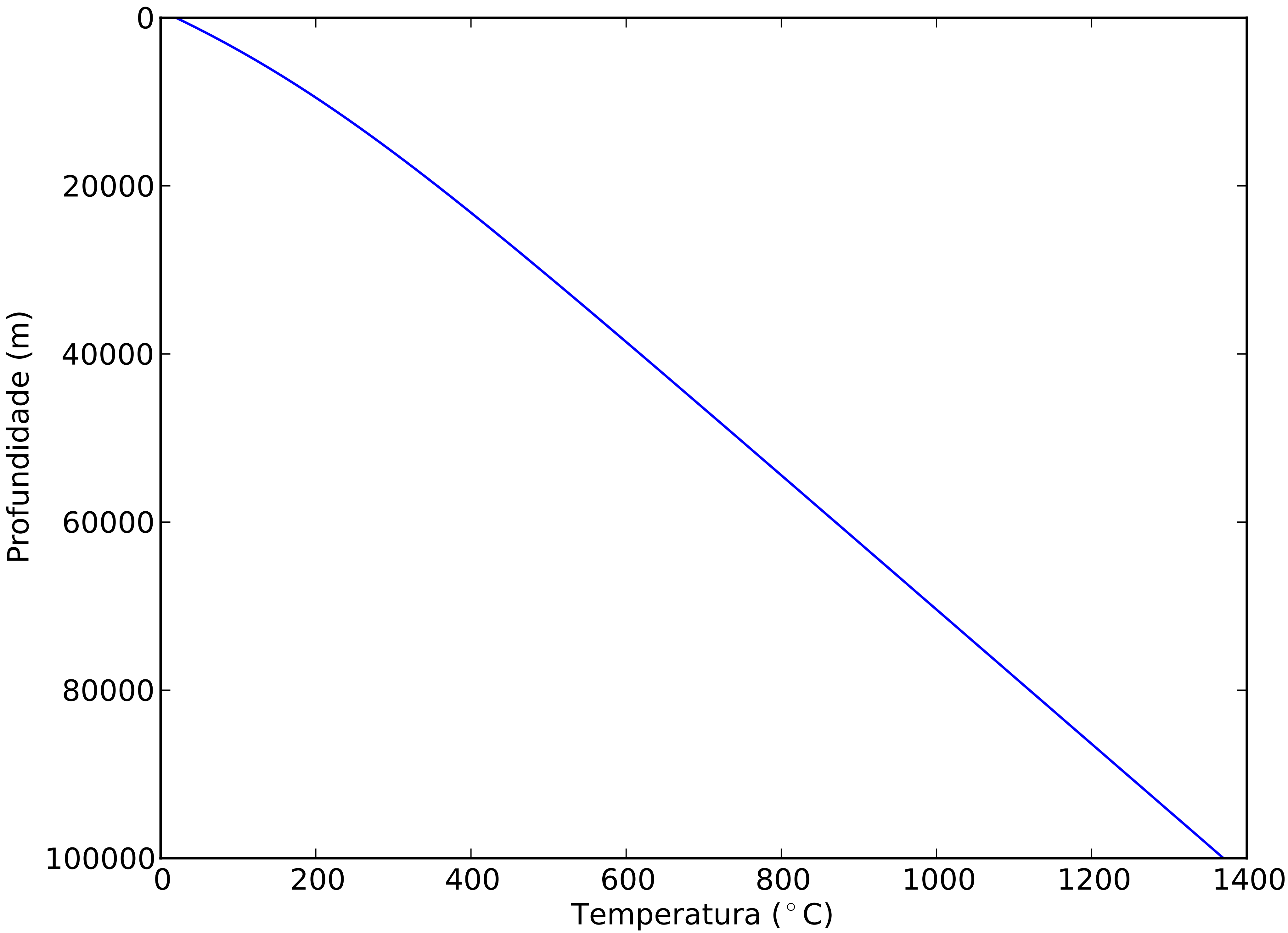
$$q_m = 25\ \mathrm{mW/m^2}$$

$$k = 2\ \mathrm{W\ K^{-1} m^{-1}}$$

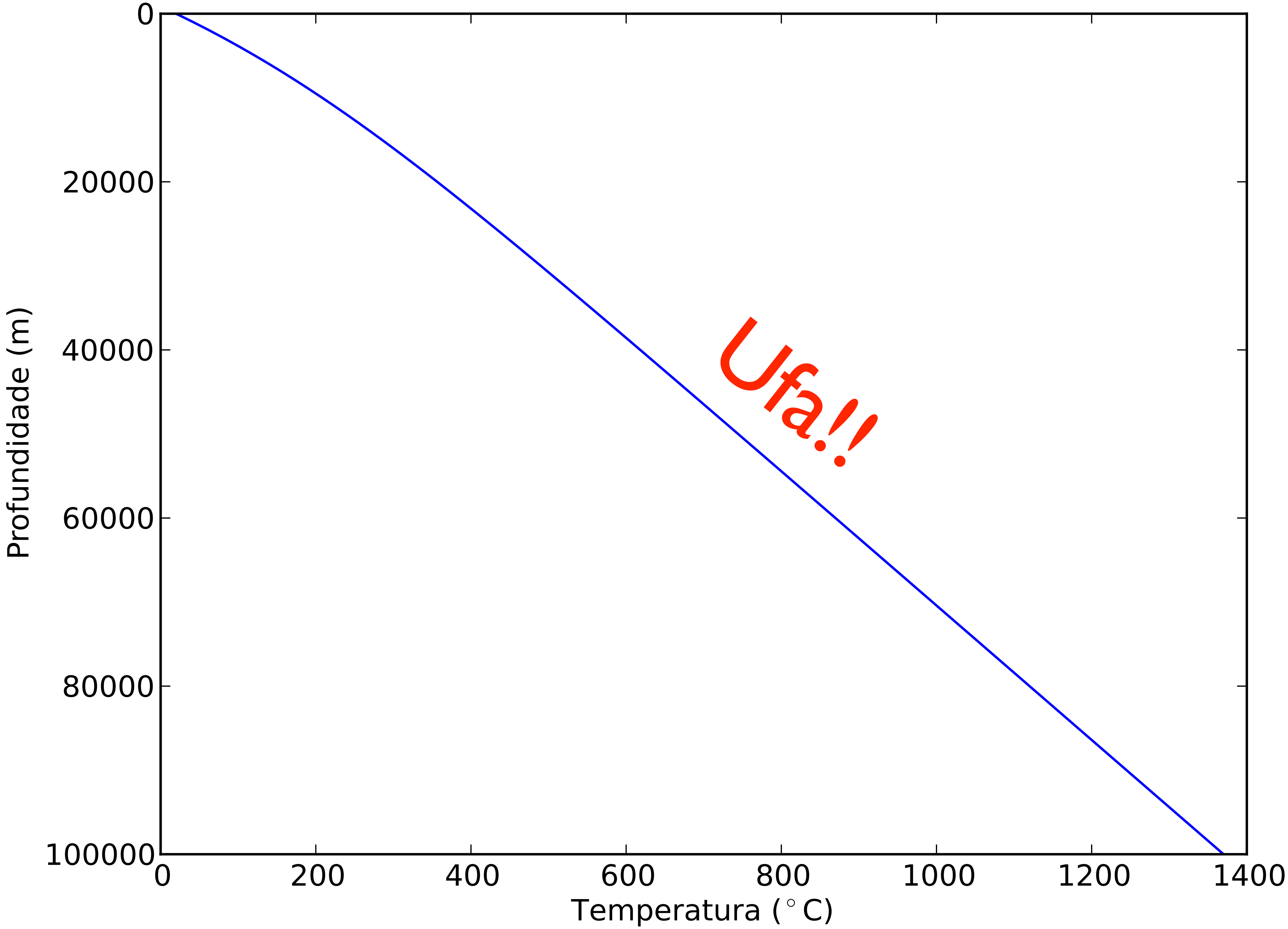
$$\rho H = 2 \times 10^{-6}\ \mathrm{W/m^3}$$

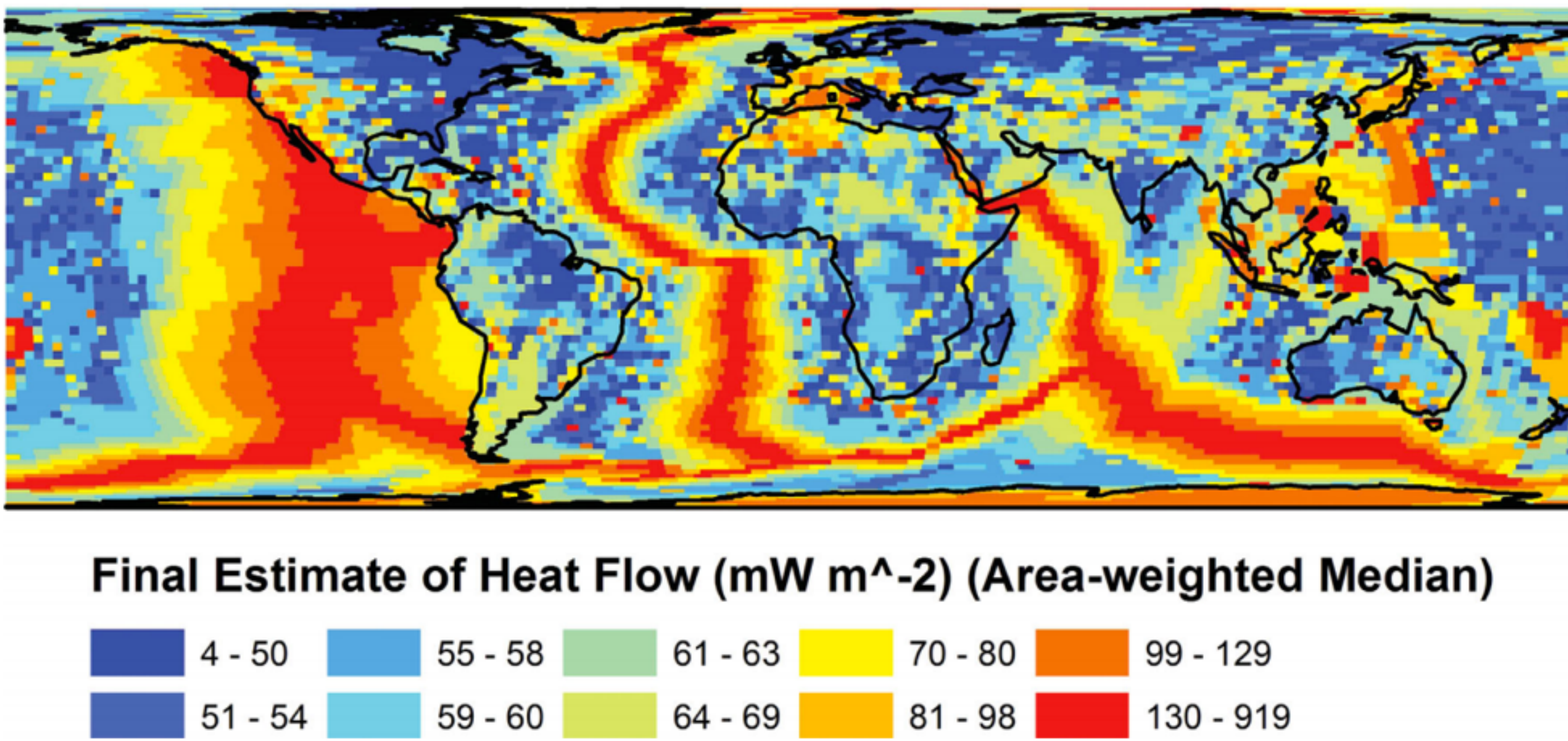
$$h_r = 10\ \mathrm{km}$$

Litosfera continental



Litosfera continental




Final Estimate of Heat Flow (mW m^-2) (Area-weighted Median)
4 - 50
51 - 54
55 - 58
59 - 60
61 - 63
64 - 69
70 - 80
81 - 98
99 - 129
130 - 919

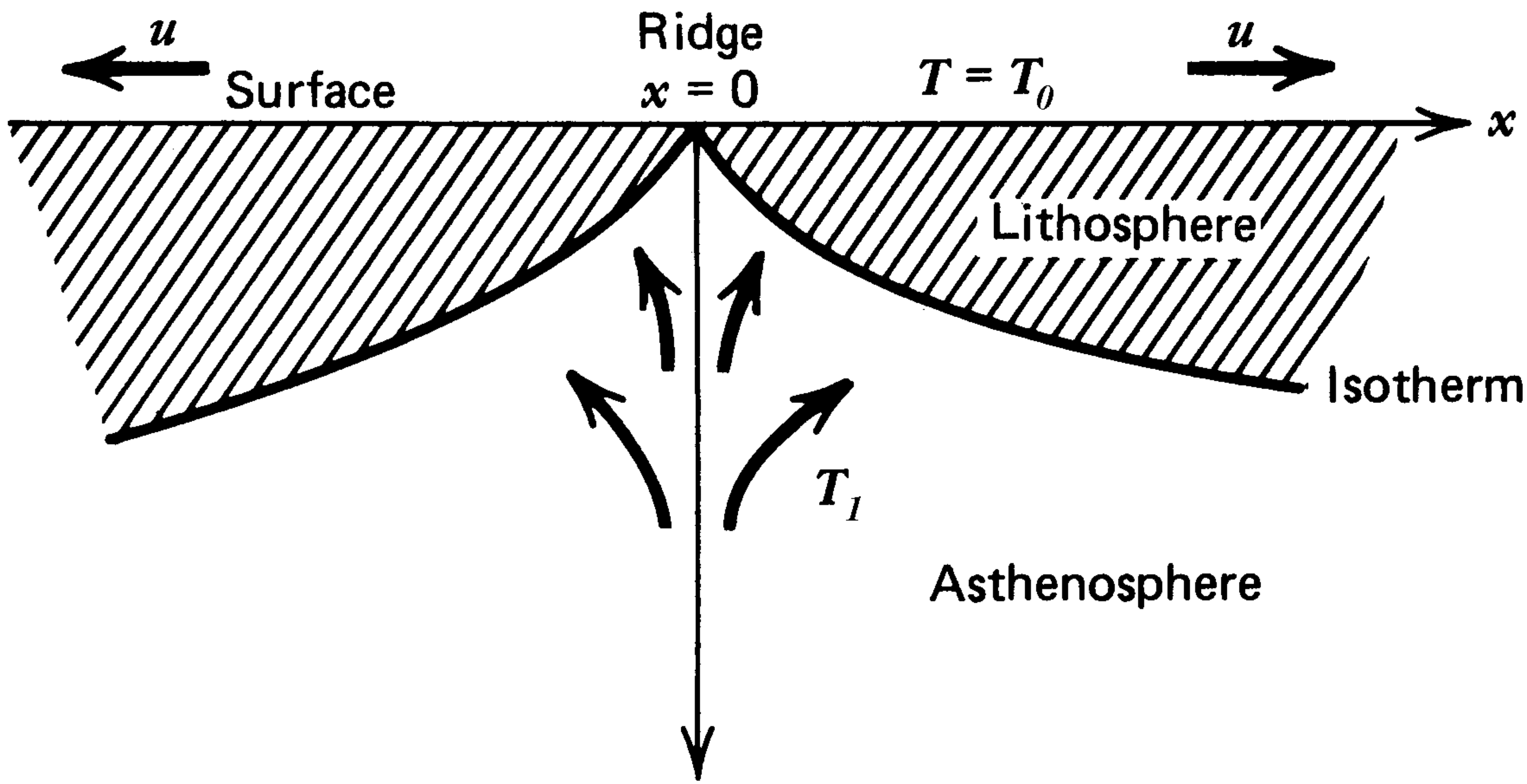
Davies (2013)

Litosfera oceânica: estado transiente

$$c\rho \frac{dT}{dt} = k \frac{d^2T}{dx^2}$$

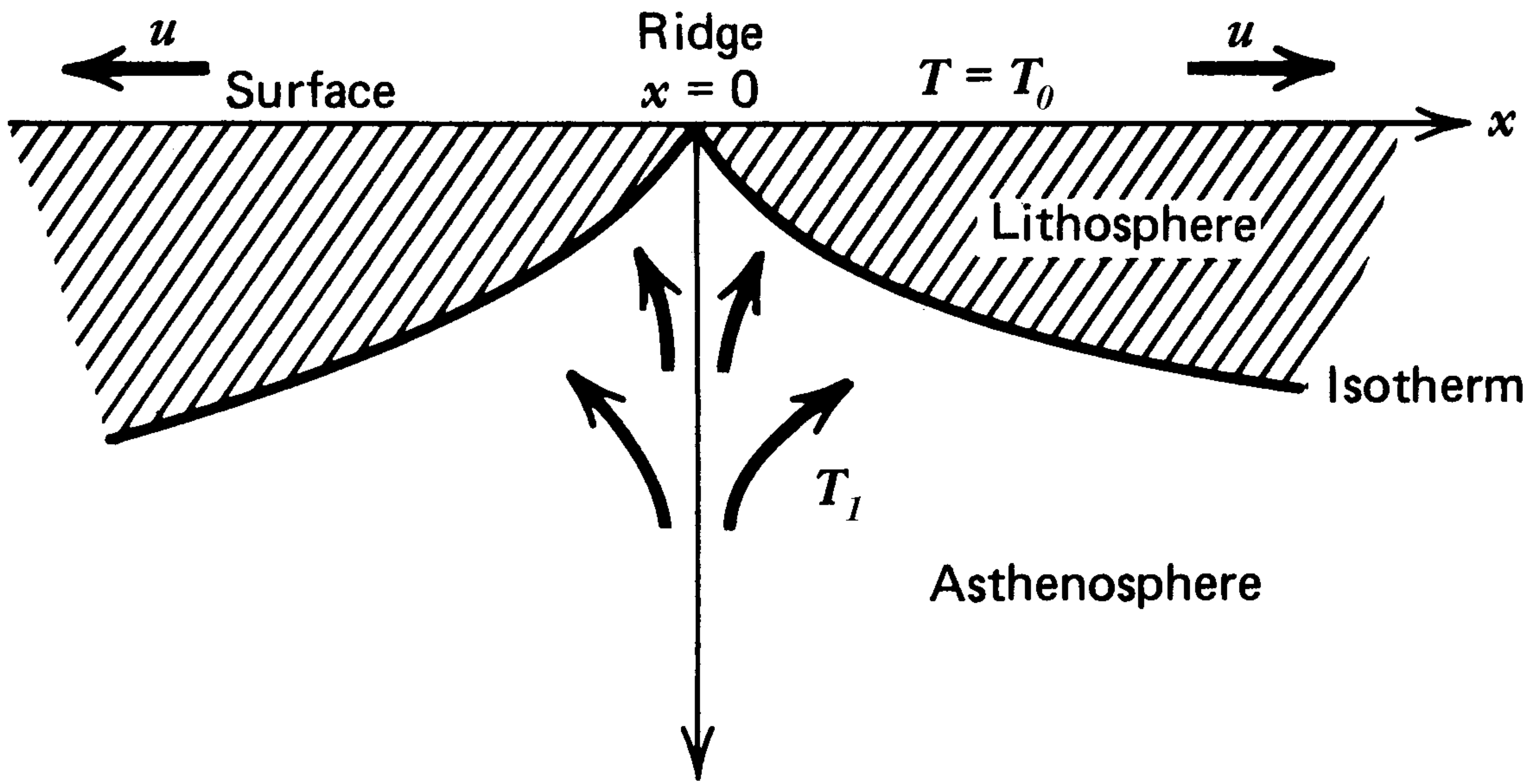
$$\kappa = \frac{k}{c\rho}$$

$$\frac{dT}{dt} = \kappa \frac{d^2T}{dx^2}$$



$$\frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = \mathrm{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa t}}\right)$$

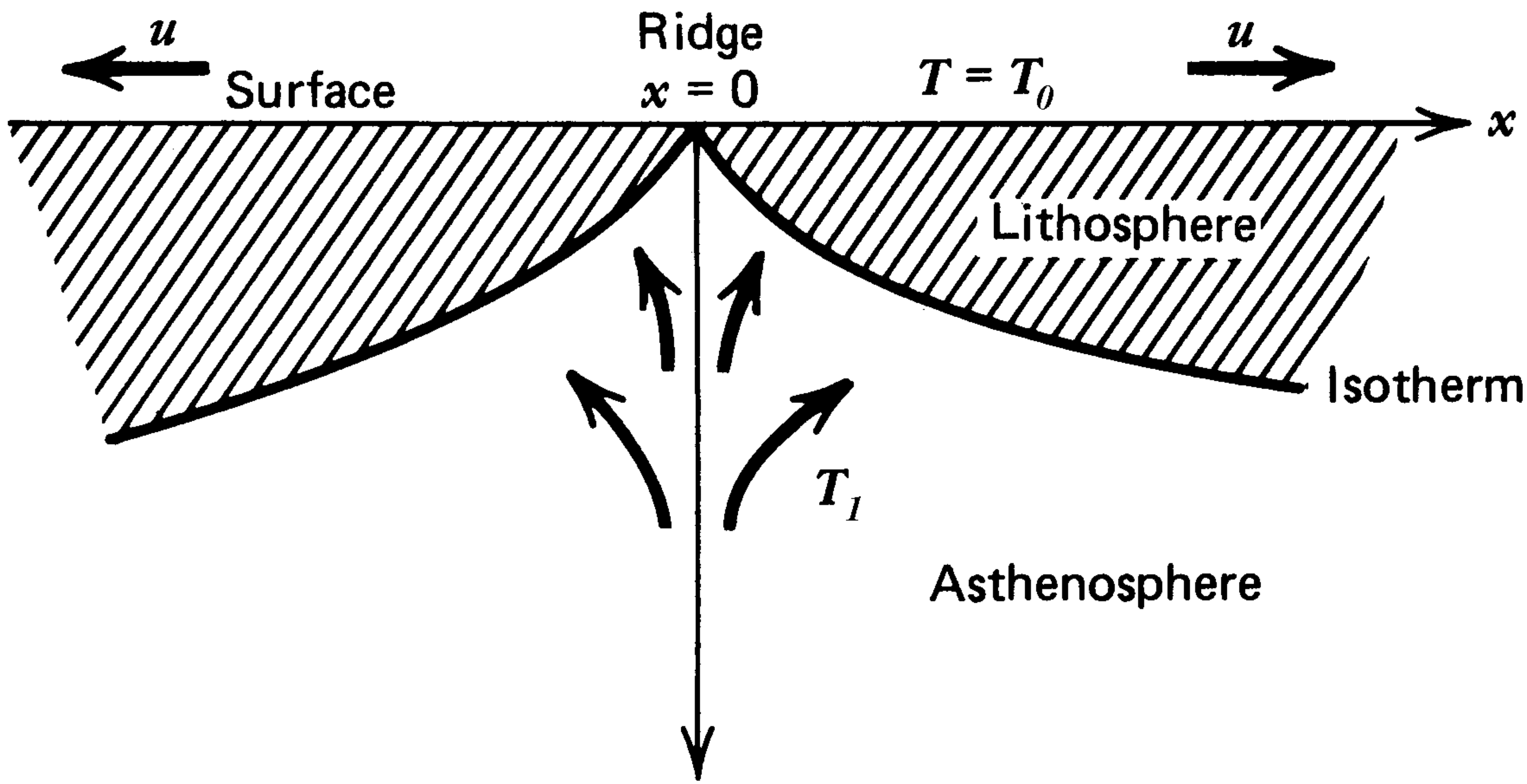
$$T(z,t)$$



$$\frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = \mathrm{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa t}}\right)$$

$$T(z,t)$$

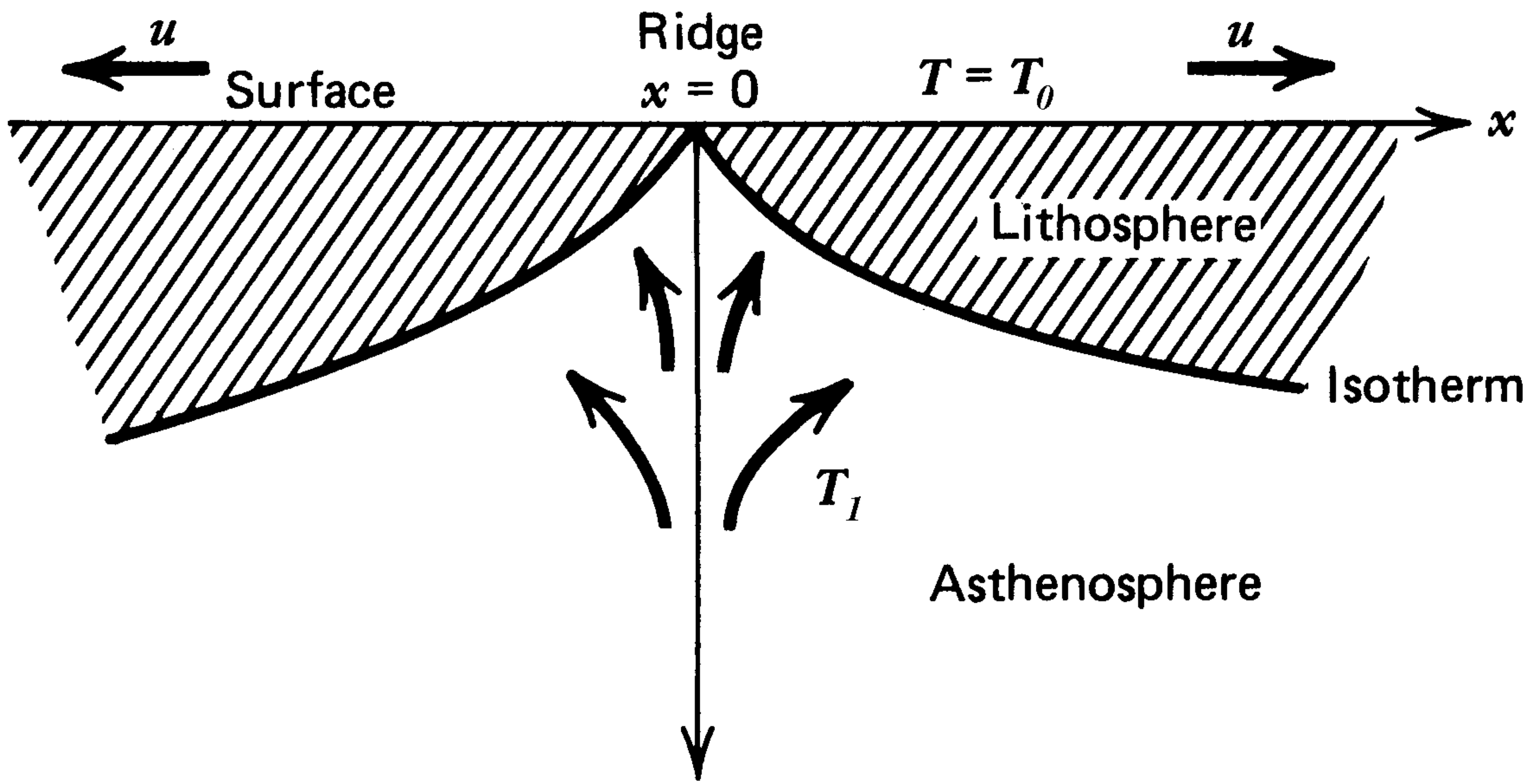
$$T(z,0)=T_1$$



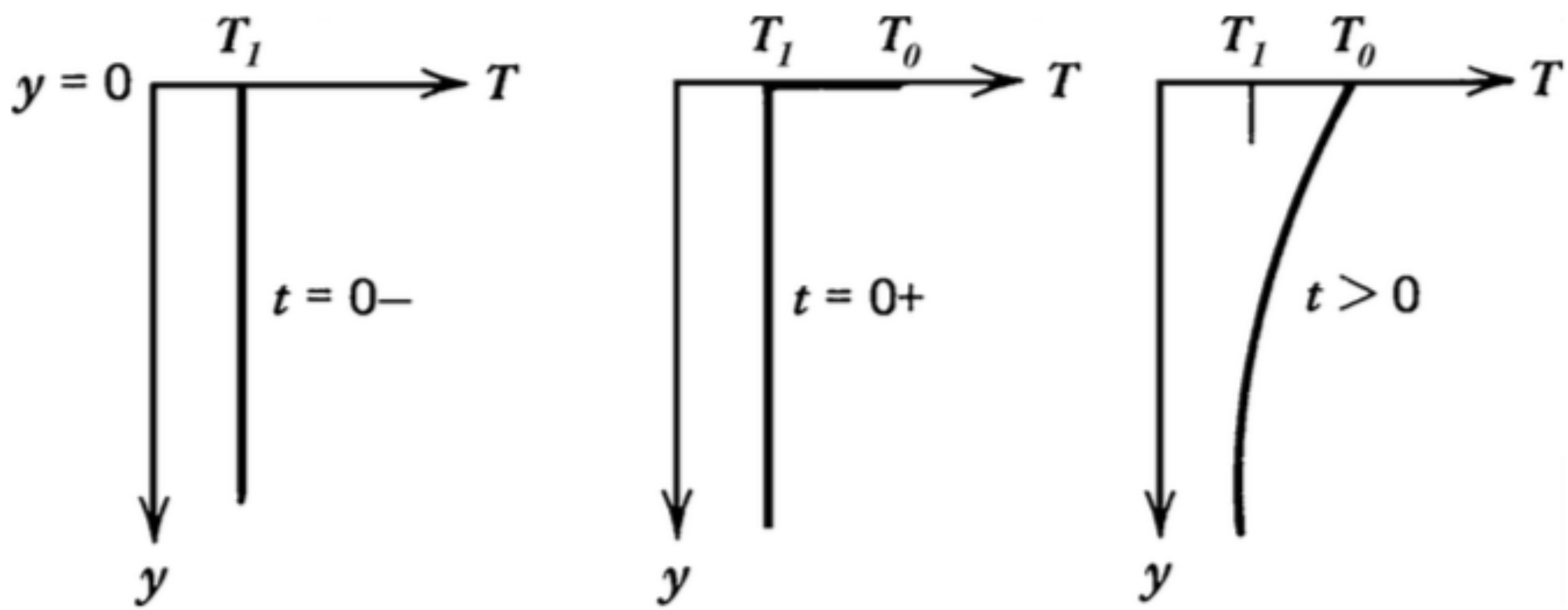
$$\frac{T-T_0}{T_1-T_0}=\operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa t}}\right)$$

$$T(z,t)$$

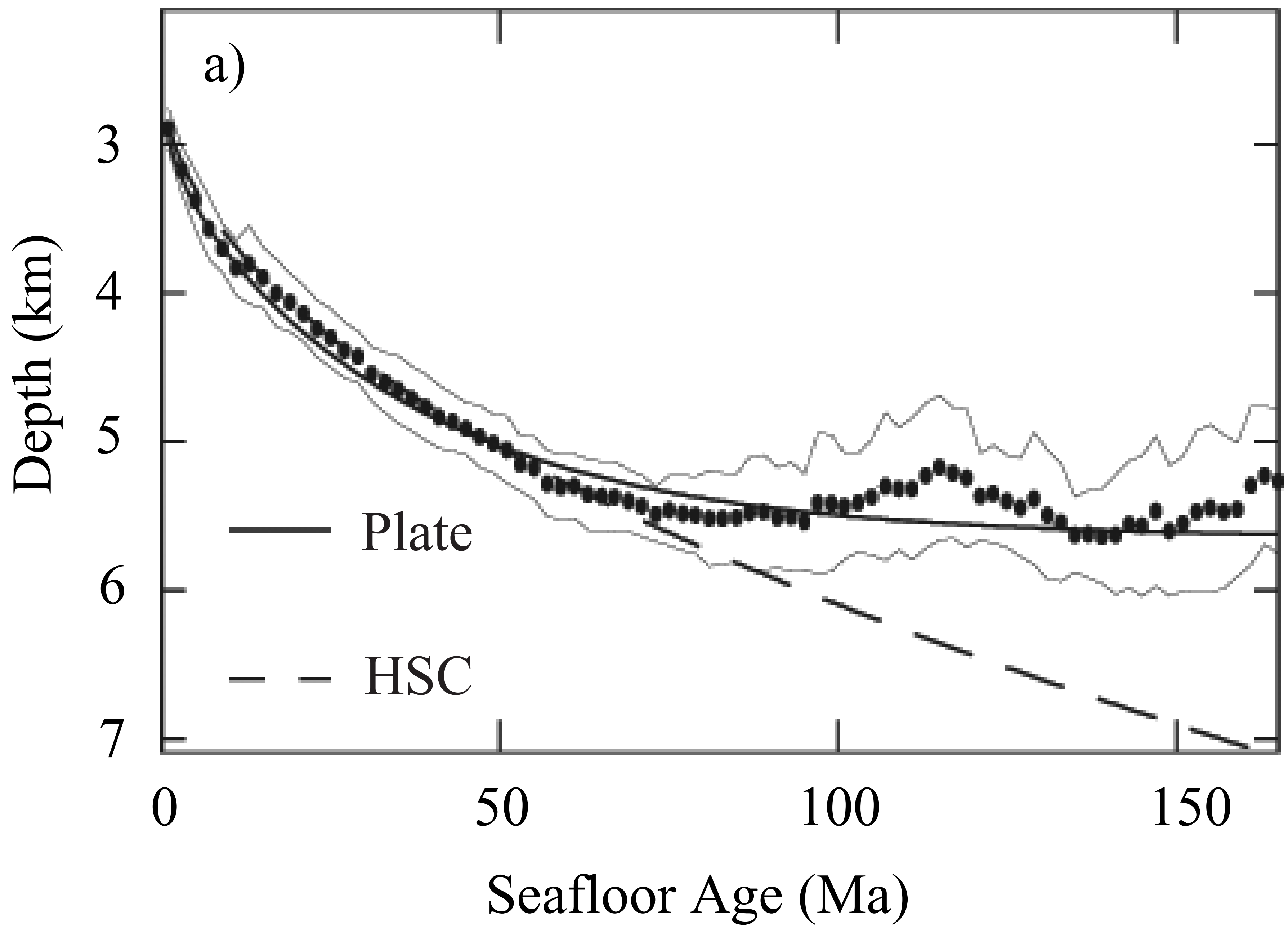
$$T(z,0)=T_1 \qquad T(0,t)=T_0$$



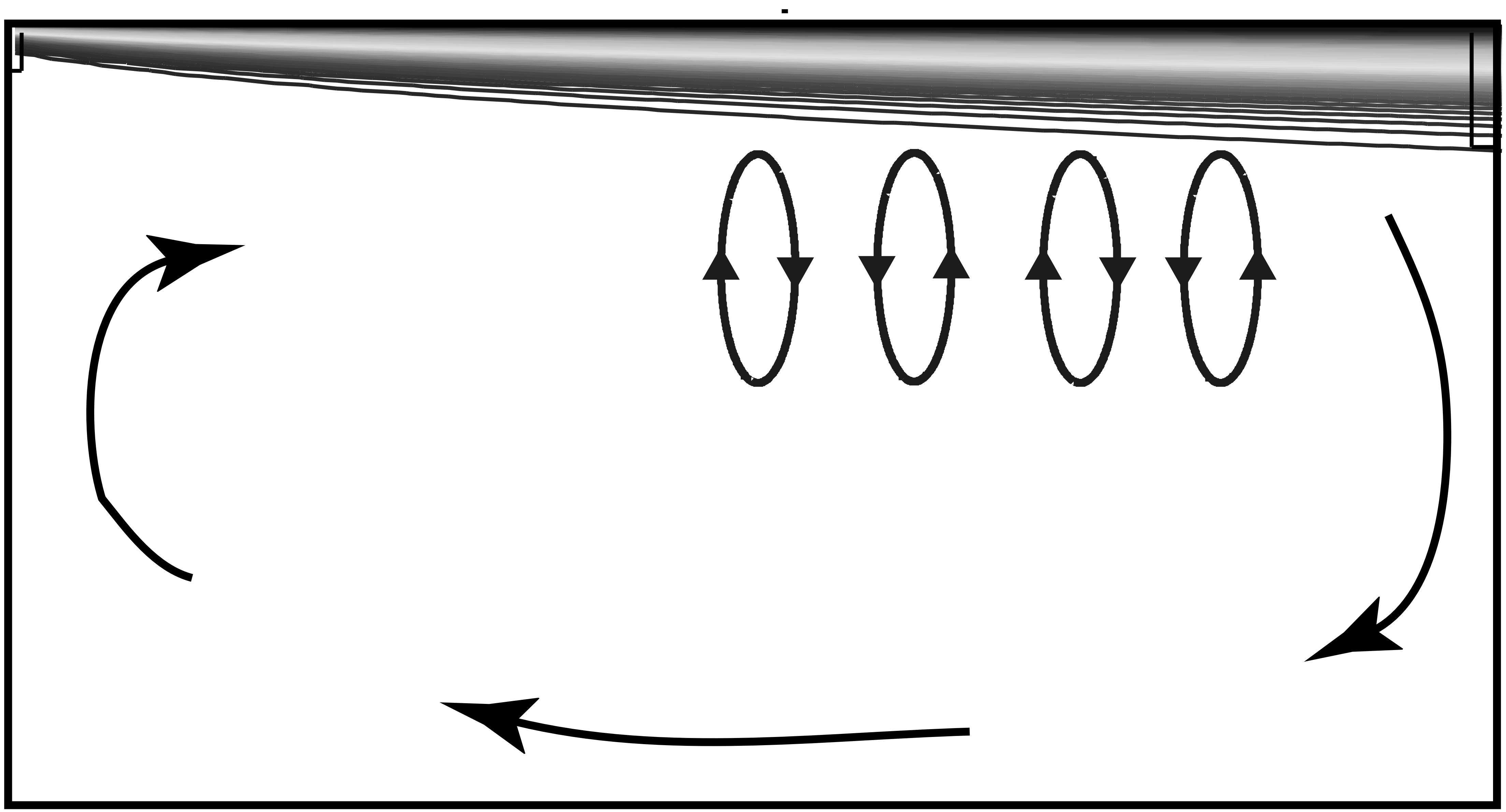
$$\frac{T-T_0}{T_1-T_0}=\operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa t}}\right)$$


T_1
$y = 0$
T
$t = 0-$
y
T_1
T_0
T
$t = 0+$
y
T_1
T_0
T
$t > 0$
y

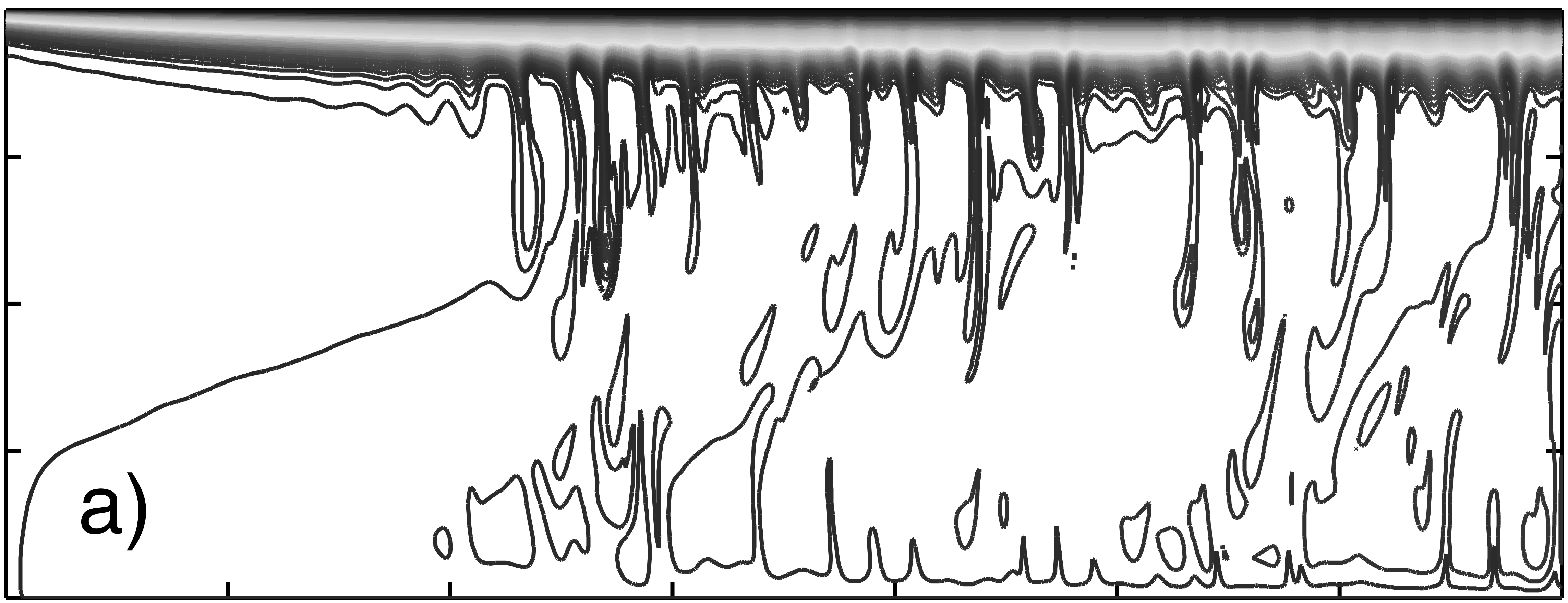
Litosfera oceânica



Litosfera oceânica



Litosfera oceânica



Exercício

Problem 4.9 Assume that the radioactive elements in the Earth are uniformly distributed through a near-surface layer. The surface heat flow is 70 mW m^{-2}, and there is no heat flow into the base of the layer. If $k = 4$ W m^{-1} K^{-1}, $T_0 = 0°C$, and the temperature at the base of the layer is 1200°C, determine the thickness of the layer and the volumetric heat production.