PMR3409 – Controle II

LISTA #4 – Transformação de filtros analógicos para digitais

Prof. Eduardo Cabral

1) Dado o seguinte sistema dinâmico descrito pela sua função de transferência:

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Pede-se:

a) Obtenha os equivalentes em tempo discreto desse sistema usando as freqüências de amostragem 1,9999 rad/s e 8 rad/s.

b) Calcule os pólos e zeros dos sistemas em tempo discreto.

c) Calcule as respostas temporais da saída dos dois sistemas discretizados a uma entrada na forma de degrau unitário. O que você observa de diferente entre as respostas para as duas freqüências de amostragens diferentes?

2) Escolha uma freqüência de amostragem adequada e obtenha a aproximação digital dos seguintes controladores analógicos pelos métodos de Tustin e casamento de pólos e zeros.

a) $G(s) = \dfrac{2s}{(s+10)}$

b) $G(s) = \dfrac{4(s+2)}{s}$

c) $G(s) = \dfrac{5(s+1)}{(s+2)}$

d) $G(s) = \dfrac{10(s+1)}{s(s+2)}$

e) $G(s) = \dfrac{4(s+1)(s+3)}{(s+4)(s+2)}$

3) Obtenha as equações de diferenças equivalentes aos controladores digitais obtidos pelo método do casamento de pólos e zeros da questão (2).

4) Dado o filtro analógico descrito pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{(s-13)^2}{(s-7)(s-23)}$$

Pede-se:

a) Obtenha uma aproximação digital para este filtro utilizando o método bilinear com uma freqüência de amostragem de 30Hz.

b) Observa-se que essa função de transferência implementa um filtro tipo "notch", ou seja, um filtro projetado para eliminar uma faixa determinada de freqüências, que no caso é em torno de 3,33 Hz. Usando o Matlab faça o Diagrama de Bode do filtro analógico e do filtro digital e verifique se o filtro digital de fato rejeita a faixa de freqüências para a qual foi projetado.

5) Dada a função de transferência de um controlador digital obtido pela discretização de um controlador contínuo $G(s)$ utilizando-se a técnica do casamento de pólos e zeros com período de amostragem T_a = 0,1 segundos. Pergunta-se:

$$G_D(z) = \frac{1 - 0{,}9z^{-1}}{1 - 0{,}6z^{-1}}$$

(a) Qual é a expressão de $G(s)$?

(b) Qual é a expressão para a equação de diferenças equivalente a $G_D(z)$?

(c) Qual a solução para a saída do controlador se o erro varia na forma de um degrau unitário e se no instante inicial a saída é igual a 1?

Solução

1a) $G(z) = \dfrac{0{,}0001571}{z-1}$, $G(z) = \dfrac{0{,}5(z-1)}{z^2+1}$

1b) Para f_a = 1,9999 rad/s, pólo = 1, sem zeros finitos. Nesse caso f_a foi mal escolhida e ocorre problema de *alising*.

Para f_a = 8 rad/s, pólos = $\pm j$, zero = 1

2a) $T_a = 0{,}01\text{s}$, $G(z) = \dfrac{1{,}905z - 1{,}905}{z - 0{,}9048}$, $G(z) = \dfrac{1{,}903z - 1{,}903}{z - 0{,}9048}$

2b) $T_a = 0{,}1\text{s}$, $G(z) = \dfrac{4{,}4z - 3{,}6}{z-1}$, $G(z) = \dfrac{4{,}413z - 3{,}613}{z-1}$

2d) $T_a = 0{,}05\text{s}$, $G(z) = \dfrac{0{,}244z^2 + 0{,}0119z - 0{,}2321}{z^2 - 1{,}905z + 0{,}9048}$, $G(z) = \dfrac{0{,}4881z - 0{,}4643}{z^2 - 1{,}905z + 0{,}9048}$

2e) $T_a = 0{,}02\text{s}$, $G(z) = \dfrac{0{,}09902z^2 + 0{,}0001961z - 0{,}09706}{z^2 - 1{,}961z + 0{,}9608}$, $G(z) = \dfrac{0{,}1981z - 0{,}1942}{z^2 - 1{,}961z + 0{,}9608}$

3a) $u(k) = 0{,}9048u(k-1) + 1{,}903e(k) - 1{,}903e(k-1)$

3b) $u(k) = u(k-1) + 4{,}413e(k) - 3{,}613e(k-1)$

3d) $u(k) = 1{,}905u(k-1) - 0{,}9048u(k-2) + 0{,}4881e(k-1) - 0{,}4643e(k-2)$

3e) $u(k) = 1{,}961u(k-1) - 0{,}9608u(k-2) + 0{,}1981e(k-1) - 0{,}1942e(k-2)$

4a) $G(z) = \dfrac{1{,}126z^2 - 3{,}499z + 2{,}717}{z^2 - 3{,}507z + 2{,}836}$

5a) $G(s) = \dfrac{1{,}212s + 1{,}277}{s + 5{,}108}$

5b) $u(k) = 0{,}6u(k-1) + e(k) - 0{,}9e(k-1)$