

LISTA #2 – Transformada Z PMR3409 – Controle II

Prof. Eduardo Cabral

1) Obtenha a Transformada Z para as seguintes funções causais ($f(kT) = 0$ para $k < 0$).

a) $f(kT) = 3[1 - \cos(2kT)]$, para $k \geq 0$

b) $f(kT) = \sin(5kT + \pi/3)$, para $k \geq 0$

c) $f(kT) = 2kTe^{-kT} 1(kT - 2T)$, onde $1(kT)$ é o degrau unitário

d) $f(t) = kT \sin(3kT)$, para $k \geq 0$

e) $f(t) = 3e^{-2kT} \sin[\pi(kT - T)] 1(kT - T)$, onde $1(kT)$ é o degrau unitário

$$f) f(kT) = \begin{cases} 0, & \text{para } k < 0, \text{ e } k > 4 \\ 3, & \text{para } 0 \leq k \leq 2 \\ -3, & \text{para } 2 < k < 4 \end{cases}$$

$$g) f(kT) = \begin{cases} 0, & \text{para } k < 0; \\ kT, & \text{para } 0 \leq k < 1; \\ T, & \text{para } 1 \leq k < 3; \\ 4T - kT, & \text{para } 3 \leq k < 4; \\ 0, & \text{para } t \geq 4. \end{cases}$$

$$h) f(kT) = \begin{cases} 0, & \text{para } t < 1; \\ (kT)^2 - 4kT + 3, & \text{para } 1 \leq k \leq 3; \\ 0, & \text{para } k > 3. \end{cases}$$

2) Ache as Transformadas Inversa Z das seguintes funções.

a) $F(z) = \frac{1 + z^{-1}}{1 - 3z^{-1} + 2z^{-2}}$

b) $F(z) = \frac{z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2,5z^{-1} + z^{-2}}$

c) $F(z) = \frac{z^{-2}}{1 - \sqrt{2}z^{-1} + z^{-2}}$

d) $F(z) = \frac{\sqrt{2} - z^{-1}}{1 - \sqrt{2}z^{-1} + z^{-2}}$

e) $F(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1,5z^{-1} + 0,5z^{-2}}$

f) $F(z) = \frac{z^{-1}}{1 - 0,6065z^{-1} + 0,3679z^{-2}}$

g) $F(z) = \frac{z^{-1} - 0,3033z^{-2}}{1 - 0,6065z^{-1} + 0,3679z^{-2}}$

$$\text{h) } F(z) = \frac{2}{1 + 3z^{-1} + 2z^{-2}}$$

$$\text{i) } F(z) = \frac{z^{-3}}{1 - z^{-1} - 2z^{-2}}$$

3) Aplicando os teoremas do valor final e do valor inicial ache os valores final e inicial de $f(kT)$, cujas Transformadas Z são dadas abaixo.

$$\text{a) } F(z) = \frac{5}{z^2(z+1)}$$

$$\text{b) } F(z) = \frac{1}{(z+1)^2}$$

Solução

$$1\text{a) } F(z) = 3 \left(\frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{1 - z^{-1} \cos(2T)}{1 - 2z^{-1} \cos(2T) + z^{-2}} \right)$$

$$1\text{c) } F(z) = \frac{4e^{-2T} z^{-2}}{1 - e^{-T} z^{-1}} + \frac{2e^{-3T} z^{-3}}{(1 + e^{-T} z^{-1})^2}$$

$$1\text{d) } F(z) = \frac{zT \sin(3T)(z^2 - 1)}{(z^2 - 2z \cos(3T) + 1)^2}$$

$$1\text{e) } F(z) = \frac{3e^{-4T} z^{-2} \sin(\pi T)}{1 - 2e^{-2T} z^{-1} \cos(\pi T) + 2e^{-4T} z^{-2}}$$

$$1\text{f) } F(z) = \frac{3(1 - 2z^{-2} + z^{-4})}{(1 - z^{-1})}$$

$$1\text{h) } F(z) = \frac{2T(-z^{-2} - z^{-4})}{(1 - z^{-1})^2} + \frac{T(1 + z^{-1})(z^{-2} - z^{-4})}{(1 - z^{-1})^3}$$

$$2\text{a) } f(kT) = -2 + 3x2^k$$

$$2\text{b) } f(kT) = -0,5^{k-1} + 2x2^{k-1}, \text{ para } k \geq 1$$

$$2\text{c) } f(kT) = \sqrt{2} \sin[\pi(k-1)/4], \text{ para } k \geq 1$$

$$2\text{d) } f(kT) = \sqrt{2} \cos[\pi(k-1)/4], \text{ para } k \geq 1$$

$$2\text{f) } f(kT) = 1,9037e^{-0,5k} \sin(k\pi/3)$$

$$2\text{g) } f(kT) = e^{-0,5(k-1)} \sin[(k-1)\pi/3]$$

$$2\text{h) } f(kT) = -2 \cos(k\pi) + 4x2^k \cos(k\pi)$$

$$3\text{b) } f(0) = 0; f(\infty) = 0$$