MAT230 – Geometria e Desenho Geométrico I – 2/2019
Licenciatura em Matemática – Diurno (T42) – *Profa. Ana Paula Jahn*

RESUMO 1: AXIOMAS DA GEOMETRIA EUCLIDEANA
(a partir de E.E. Moise)

A Geometria Euclideana é uma teoria que inicia tratando de três conceitos básicos: **ponto, reta** e **plano**. Estes termos não são definidos – chamados **termos primitivos** – mas suas propriedades fundamentais são fixadas pelos **postulados** ou **axiomas**.

Para descrever a teoria, usa-se a linguagem da teoria dos conjuntos. Os modelos para a teoria, chamados **espaços geométricos**, são constituídos por:

- um conjunto S cujos elementos são pontos;
- e duas coleções de subconjuntos não vazios de S: $L \subset S$ e $P \subset S$, respectivamente, os conjuntos das **retas** e dos **planos** do espaço.

Para deixar evidente a presença dos três objetos básicos que constituem um modelo da teoria, iremos representá-los por uma terna ordenada de conjuntos: $< S, L, P >$

Diremos que a terna $< S, L, P >$ é uma **geometria de incidência espacial** se estiverem satisfeitos os postulados abaixo.

Obs.: Para fixarmos a notação, a menos de menção explícita, usaremos letras romanas maiúsculas A, B, C,... para indicar pontos; letras romanas minúsculas a, b, c,... para indicar retas; e letras gregas minúsculas π , ϕ , ... para indicar planos.

Postulados de incidência[1]

I.0 – Todas as retas e todos os planos são conjuntos de pontos.

I.1 – Para cada par de pontos P e Q distintos, existe exatamente uma reta à qual ambos pertencem. Tal reta será denotada por $\overleftrightarrow{PQ}$.

DEF1: Dois pontos A e B são chamados **colineares** (conceito definido) se existe uma reta r tal que $A, B \in r$.

I.2 – Dados 3 pontos P, Q e R distintos e não colineares, existe exatamente um plano ao qual todos pertencem. Tal plano será denotado por $\pi = PQR$.

DEF2: Três pontos A, B, C são chamados **coplanares** (conceito definido) se existe um plano π tal que $A, B, C \in \pi$.

I.3 – Se dois pontos P e Q distintos estão em um plano, então todos os pontos da reta $\overleftrightarrow{PQ}$ estão no mesmo plano.

I.4 – Se dois planos têm algum ponto em comum, então sua intersecção é uma reta.

I.5 – Toda reta contém pelo menos dois pontos distintos. Existem pelo menos três pontos distintos não colineares. Todo plano contém pelo menos três pontos distintos não colineares. Existem pelo menos quatro pontos distintos não coplanares.

---

[1] De "incidir", do latim *incidere*, que significa "cair em" ou "cair sobre".