

**MAT230 –
Aula 1**

**Sistema Axiomático
e Axiomas de
Incidência**

Profa. Ana Paula Jahn

Diurno – 2/2019

Axiomático

- o adj.
 1. Que é **referente a axioma**;
 2. Diz-se do que não é possível contestar; do que é indiscutível;
 3. Aquilo que é **evidente** ou **claro**; o que é **intuitivo**;
 4. (Matemática) Relativo ao método de apresentar uma teoria tendo como **ponto de partida um conjunto de axiomas**.

Fonte: <http://www.lexico.pt/axiomatico/>

Acesso em: 05/07/2017

Teoria Axiomática

- Em **Matemática** e em **Lógica**, uma **teoria axiomática** é uma teoria baseada num **conjunto de axiomas** a partir dos quais **são deduzidos teoremas** utilizando procedimentos bem definidos (por exemplo, um **conjunto de regras lógicas**).
- Os **axiomas** são estabelecidos sem dedução (aceitos sem demonstração) e tomados como **ponto de partida** para a dedução dos teoremas.
- Os **teoremas** (já demonstrados) podem ser utilizados para a dedução de outros teoremas.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_axiomática

Acesso em: 05/07/2017

Sistema Axiomático-dedutivo

- Adotam-se algumas propriedades bastante simples e universalmente aceitas como **axiomas** ou **postulados**.
- A partir destes axiomas ou postulados e com o **uso da lógica dedutiva**, tenta-se decidir se outras declarações – **não mais tão óbvias** – são, ou não, verdadeiras.

- Um **sistema axiomático** consiste num conjunto de verdades acerca de uma determinada realidade, organizado de tal forma que todos os conceitos são definidos a partir de alguns poucos **conceitos básicos**, chamados **termos primitivos**, os quais **não se define** e que são conhecidos intuitivamente. Esses conceitos são então articulados por meio de algumas **proposições primitivas**, chamadas **axiomas** (ou **postulados**), que **não se demonstram**, pois sua veracidade é evidente pela intuição que temos acerca do domínio em estudo. As demais proposições, os **teoremas**, são então obtidos por **demonstração** a partir dos axiomas.

Fonte: <http://www.icmc.usp.br/pessoas/manfio/Fundamentos.pdf>
Acesso em 05/07/2015

- Um **sistema axiomático** deve satisfazer **três condições**:
- ser **consistente**, ou seja, os axiomas não podem contradizer uns aos outros, por si mesmos ou por suas consequências;
- ser **completo**, no sentido de serem suficientes para provar todas as proposições formuladas no contexto da teoria em questão;
- cada axioma deve ser **independente** dos demais, no sentido de que não é consequência deles, sob pena de ser supérfluo.

Fonte: <http://www.icmc.usp.br/pessoas/manfio/Fundamentos.pdf>
Acesso em 05/07/2015

Euclides e *Os Elementos*

- Euclides é, provavelmente, o autor científico melhor sucedido que já existiu. Seu famoso livro, *Os Elementos*, é um tratado sobre geometria e teoria dos números. Por cerca de dois mil anos, todo estudante que aprendeu geometria, aprendeu-a de Euclides. E durante todo esse tempo, *Os Elementos* serviram como modelo de raciocínio lógico para todo o mundo. Ninguém sabe, hoje, exatamente, o quanto da geometria contida nos *Elementos* é trabalho de Euclides. Alguma parte dela pode ter sido baseada em livros que já existiam antes e algumas das ideias mais importantes são atribuídas a Eudoxus, que viveu mais ou menos na mesma época. De qualquer forma, dos livros que chegaram até nós, *Os Elementos* é o primeiro que apresenta a geometria de uma forma lógica, organizada, partindo de algumas suposições simples e desenvolvendo-se por raciocínio lógico

(Moise e Downs, 1971).

Geometria Euclideana

- Entes primitivos: **PONTO**, **RETA** e **PLANO**
 - **Axiomas de Incidência**
 - Estabelecem relações entre os 3 entes primitivos
 - Expressam a ideia de “*estar em*”
 - Postulados de **existência** e **determinação** de pontos e retas; de **inclusão** (estar contido/ contém e intersecção de conjuntos)
- (**Ver resumo**)

Geometria Euclideana

Exercícios: Demonstre os seguintes teoremas:

- **Teorema 1:** Duas retas distintas se interceptam em, no máximo, um único ponto.
- **Teorema 2:** Se uma reta intercepta um plano que não a contém, a intersecção é um único ponto.

Geometria Euclideana

- **Teorema 3:** Dados uma reta e um ponto fora dela, existe exatamente um único plano que os contenha.
- **Teorema 4:** Se duas retas se interceptam, determinam um único plano.

Demonstrações

o **Justificativas para os passos dedutivos**

1. **por hipótese** - cada demonstração começa com a(s) hipótese(s) (e termina com a tese - pelo menos quase todas);
2. **por definição**;
3. **por axioma**;
4. **por teorema** – um que foi provado anteriormente (daí a conveniência de enumerá-los);
5. **por afirmação anterior na mesma demonstração** (não se pode usar passos de demonstrações de outros teoremas);
6. **por regra ou argumento da lógica**