Física IV para Engenharia Elétrica – 4320293

Primeira Série de Exercícios

6 – 29/08/2013

1. Uma onda eletromagnética plana, harmônica, de frequência f propaga-se no vácuo no sentido positivo do eixo x e incide sobre um bloco material, com índice de refração $n > 1$ e permeabilidade magnética igual à do vácuo, que preenche todo o semi-espaço $x > 0$.

a. Escreva a expressão do campo elétrico incidente, $\vec{E}(x, y, z, t)$, em termos de E_0, c e f, sabendo-se que o campo elétrico tem amplitude E_0, oscila apenas na direção y e assume seu valor máximo no instante $t = 0$ no ponto $x = 0$.

b. Escreva as condições de contorno que devem ser satisfeitas pelos campos elétricos incidente, $\vec{E}$, refletido, $\vec{E}_r$, e transmitido, $\vec{E}_t$, na interface entre os dois meios, em $x = 0$.

c. Se é dado que $E_{0t}/E_{0r} = 4$, onde E_{0r} e E_{0t} são as amplitudes das ondas refletida e transmitida, respectivamente, determine E_{0t}/E_0.

---

2. Considere uma película delgada de vidro, com espessura d e índice de refração $n_1 = 1{,}4$, recobrindo um material com índice de refração $n_2 = 1{,}2$. Uma luz monocromática de comprimento de onda λ, vindo do ar ($n = 1$), incide normalmente sobre a película.

a. Determine a expressão entre d em função de λ para que haja interferência construtiva no feixe de luz refletido pela película.

b. Determine a expressão entre d em função de λ para que haja interferência construtiva no feixe de luz transmitido no material após a película.

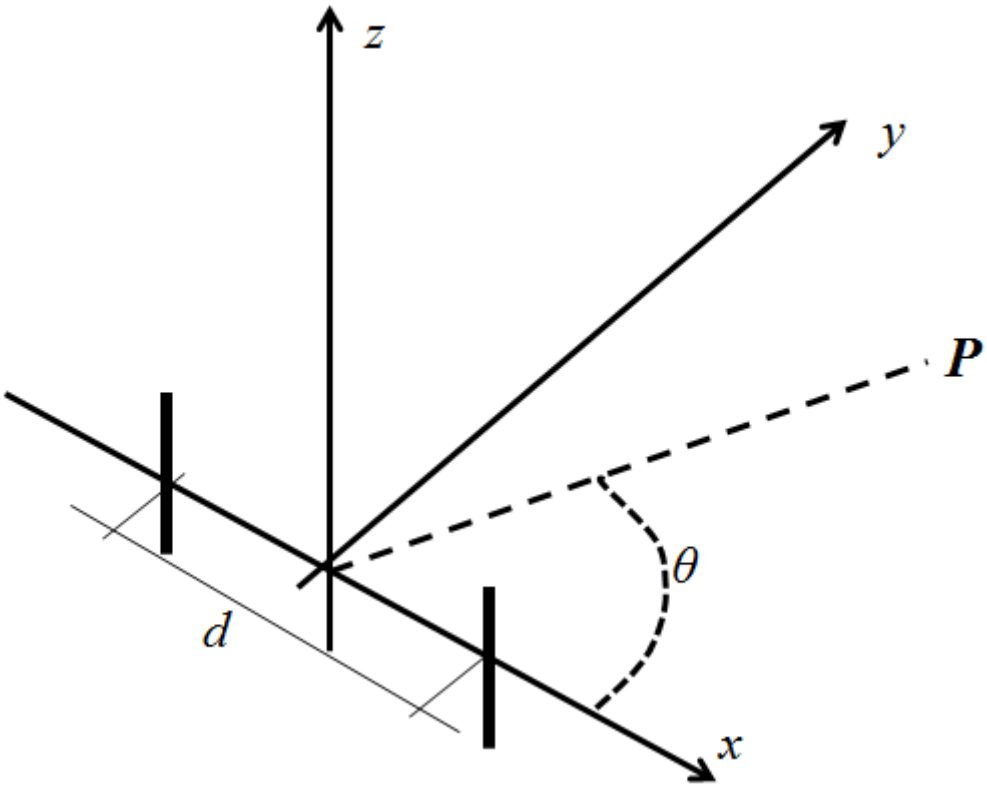
c. Determine se existe um valor da espessura d em que as condições especificadas nos itens a. e b. possam ser simultaneamente satisfeitas.

---

3. Duas antenas de rádio lineares paralelas ao eixo z estão separadas de uma distância d, conforme indicado na figura. Cada uma delas tem um diagrama de radiação isotrópico, ou seja, radiam com a mesma intensidade em todas as direções perpendiculares ao seu eixo. Ambas emitem um sinal de mesma frequência, mas o sinal da antena 1 está adiantado com relação ao sinal da antena 2 de 180^0.

a. Determine os valores do ângulo θ para is quais a intensidade do sinal recebido em um ponto P, situado a uma distância $r \gg d$ seja máxima.

b. Determine a intensidade média $I(\theta)$ como função de I_0 e θ, onde I_0 é a intensidade de qualquer uma das antenas, tomada isoladamente, no ponto P.



---

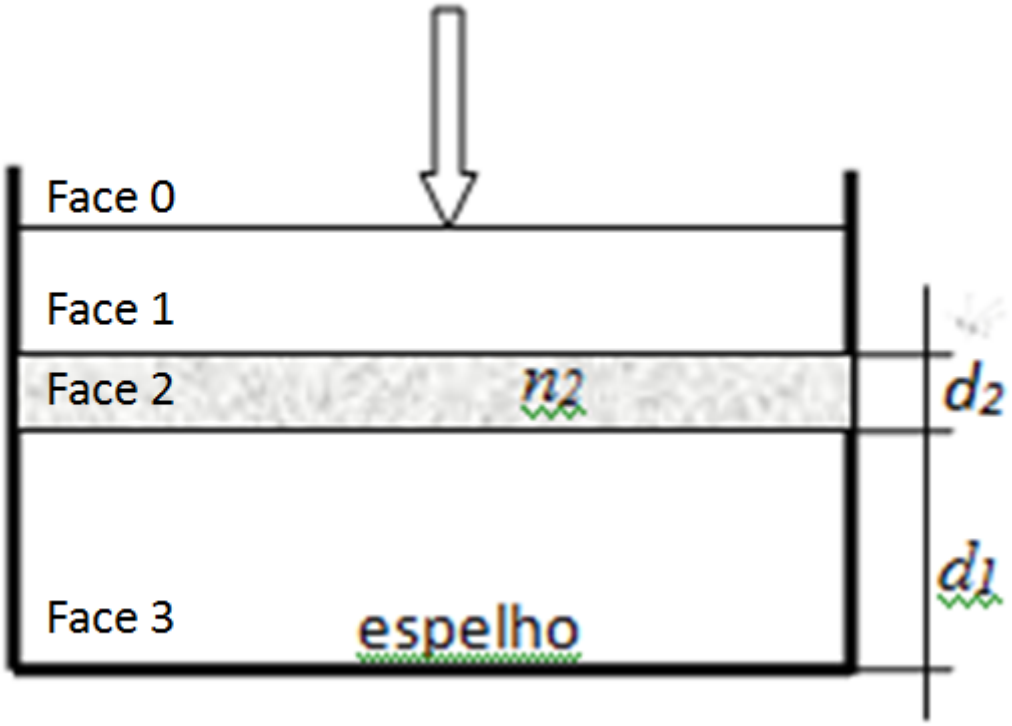
4. Uma placa de vidro, com índice de refração n_2, está mergulhada em um recipiente com líquido de índice de refração n_1, sendo $n_2 > n_1$, que tem em seu fundo um espelho reflector. Um feixe de luz incide normalmente sobre a superfície do líquido, passando pela placa e atingindo o espelho.

a. Indique as diferenças de fase entre o raio incidente e o raio refletido em cada interface, face0, face 1, face 2, face 3.

b. Determine a condição para que haja interferência construtiva entre os feixes refletidos pelas face 1 e 2.

c. Determine a condição para que haja interferência construtiva entre os feixes refletidos pelas face 1 e 3.

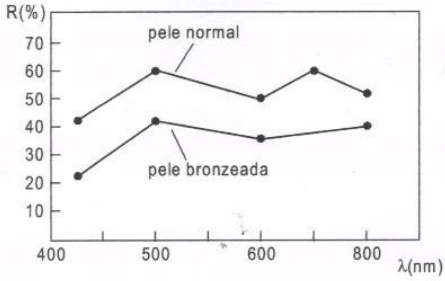
d. Determine a relação entre d_1 e d_2 para que as duas condições anteriores sejam satisfeitas para qualquer comprimento de onda.



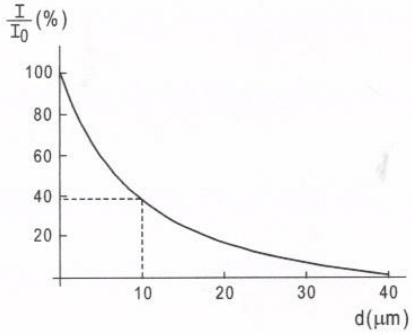
Faça os dois problemas em anexo, que fizeram parte de uma antiga prova do chamado PROVÃO.

Atenção: Para responder às questões de números 20 e 21 considere as informações e os gráficos abaixo.

A pele humana tem propriedade de refletir, absorver e transmitir luz. Um diagnóstico importante para detectar manchas (melanoma) é a medida da refletância da pele, definida como $\mathbf{R} = \frac{I_r}{I_i}$, onde I_i e I_r são, respectivamente, as intensidades da luz incidente e refletida, em **incidência normal**, à superfície da pele. O gráfico I representa a refletância da pele do braço de um **caucasiano**, em função do comprimento de onda, em duas condições: pele normal e pele bronzeada.



I



II

Dado:

$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2$$

(M. Trainer, **Phys. Education**. v. 37, p. 536, 2002)

20. Os resultados do gráfico I indicam que

(A) o índice de refração da pele bronzeada é maior que o da pele normal.

(B) o índice de refração da pele bronzeada é menor que o da pele normal.

(C) os índices de refração são iguais, mas a pele bronzeada absorve mais luz por se aproximar melhor de um corpo negro.

(D) a relação entre os índices de refração das duas peles só poderia ser calculada se a medida fosse feita fora da pele normal.

(E) os valores dos índices de refração não influem na quantidade de luz refletida.

21. O gráfico II mostra como a intensidade da luz decresce com a profundidade, ao penetrar em uma mancha. Pode-se concluir que a relação $\frac{B}{B_0}$ entre o campo magnético da luz numa profundidade de 10 μm dentro da mancha e o campo magnético na superfície da mancha é, aproximadamente,

(A) 2,5

(B) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

(C) 1

(D) $\frac{2}{\sqrt{10}}$

(E) 0,4

Questão 8

Recentemente surgiu grande interesse sobre materiais com índice de refração negativo, primeiro porque foi descoberta uma forma de produzi-los e em segundo lugar porque com esses materiais é possível fazer lentes perfeitas. [D.R. Smith et al, Phys. Rev. Lett. 84, 4184 (2000)]. Neste problema vamos utilizar as equações de Maxwell para investigar o comportamento do campo eletromagnético nesses materiais.

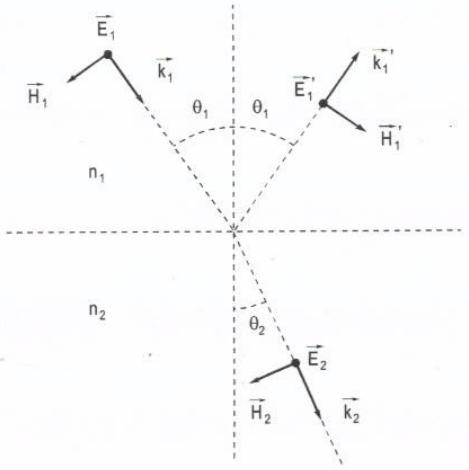
a) Considere uma onda eletromagnética plana se propagando num meio material com constante dielétrica $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ e permeabilidade magnética $\mu = \mu_r \mu_0$, onde ε_r e μ_r são os valores dessas constantes relativos aos do vácuo, ε_0 e μ_0. Suponha a onda se propagando na direção z, de forma que os campos elétrico e intensidade de campo magnético sejam dados por

$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(kz-\omega t)}$ e $\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(kz-\omega t)}$.

Utilizando as equações de Maxwell $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ e $\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, onde $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ e $\vec{B} = \mu \vec{H}$, demonstre que as relações vetoriais envolvendo $\vec{E}_0$, $\vec{H}_0$, e $\vec{k} = k\hat{e}_z$ são $\vec{k} \times \vec{E}_0 = \omega \mu \vec{H}_0$ e $\vec{k} \times \vec{H}_0 = -\omega \varepsilon \vec{E}_0$. **(2,5 pontos)**

b) Considere o vetor campo elétrico na direção x, ou seja, $\vec{E}_0 = E_0 \hat{e}_x$. Determine a direção e o sentido de $\vec{H}_0$ nos casos (i) $\varepsilon > 0$; $\mu > 0$ e (ii) $\varepsilon < 0$; $\mu < 0$ e mostre que, em ambos, a expressão para o índice de refração, definido por $n = c/v_f$, onde $c = (\mu_0 \varepsilon_0)^{-1/2}$ e v_f é a velocidade de fase da onda, é dada por $n^2 = \varepsilon_r \mu_r$. **(2,5 pontos)**

c) De acordo com essa expressão, tanto faz ter $\varepsilon > 0 ; \mu > 0$ ou $\varepsilon < 0 ; \mu < 0$, porque n^2 será sempre positivo. No entanto, considerando a incidência de uma onda na interface entre dois meios, é possível demonstrar que o sinal negativo da raíz $\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ tem que ser tomado no segundo caso (ii) do item anterior. Considere uma onda plana incidente na interface entre dois meios, com índices de refração n_1 e n_2, como mostrado na figura. Os campos elétricos das ondas incidente, $\vec{E}_1$, refletida, $\vec{E}_1'$, e refratada, $\vec{E}_2$, são paralelos à interface e os ângulos de incidência, θ_1, e de refração, θ_2, satisfazem a lei de Snell $n_1 \text{sen}(\theta_1) = n_2 \text{sen}(\theta_2)$. Imponha as condições de contorno às componentes paralelas e normais do campo eletromagnético na interface entre os meios e, no caso $\varepsilon > 0$; $\mu > 0$ no meio 1 e $\varepsilon < 0$; $\mu < 0$ no meio 2, determine o sinal do ângulo θ_2 e de n_2 para que as condições de contorno e a lei de Snell sejam simultaneamente satisfeitas.



(2,5 pontos)

Dados:

$E_{t1} = E_{t2}$, $H_{t1} = H_{t2}$, $D_{n1} = D_{n2}$, $B_{n1} = B_{n2}$