

## Sumário

Vetores e o movimento em duas dimensões .....	2
Vetores .....	2
1) Soma de vetores representados com versores .....	2
2) RHK E.2 2.1 – Deslocamento resultante em função do ângulo entre os vetores .....	2
3) RHK E.2 2.7 – Direção relativa entre vetores .....	2
4) Representação gráfica da soma e diferença de vetores .....	2
5) Soma e transformação da representação analítica para módulo, direção e sentido .....	2
6) RHK E2.2.9 - Transformação da representação analítica para módulo, direção e sentido .....	3
7) Passeio na caverna mapeada por vetores .....	3
8) Transformação da representação analítica para módulo, direção e sentido.....	3
9) RHK E.2 2.8 – Uma equação vetorial .....	3
10) Movimento do pombo correio por vetores .....	4
Duas partículas em um plano .....	4
11) RHK P.4.1 – Colisão de partículas em MRU .....	4
Cinemática vetorial .....	4
12) Dedução da aceleração a partir das velocidades em 2 instantes .....	4
13) Da descrição textual e esquemática para as equações horárias e gráficos de movimento I ..	4
14) Da descrição textual e esquemática para as equações horárias e gráficos de movimento II ..	5
15) Equação horária a partir da aceleração e condições iniciais .....	5
16) RHK E.4.3 - Derivadas do vetor posição e forma da trajetória .....	6

## Vetores e o movimento em duas dimensões

### Vetores

1) Soma de vetores representados com versores

Considere os vetores  $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -\vec{j} + 4\vec{k}$  e  $\vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}$ .

Determine

- $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ;
- $|\vec{a} + \vec{c}|$
- $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ .

2) RHK E.2 2.1 – Deslocamento resultante em função do ângulo entre os vetores

Considere dois deslocamentos, um com 3 m de intensidade e outro com 4 m.

Mostre como esses vetores deslocamentos podem ser combinados para dar um deslocamento resultante de intensidade:

- 7 m
- 1 m
- 5 m

3) RHK E.2 2.7 – Direção relativa entre vetores

Considere os vetores  $\vec{a} = 5\vec{i} + 3\vec{j}$  e  $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ , representados na notação dos versores unitários.

Determine:

- A soma,  $\vec{a} + \vec{b}$
- O módulo e a direção dessa soma;

Você pode dar a direção do vetor soma por meio do ângulo formado com qualquer direção que quiser; uma escolha comum é a direção do versor  $\vec{i}$ .

4) Representação gráfica da soma e diferença de vetores

Considere os vetores: 
$$\begin{cases} \vec{a} = -3\vec{i} + 4\vec{j} \\ \vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} \\ \vec{c} = -4\vec{j} \end{cases}$$

Represente graficamente os seguintes vetores, usando um papel quadriculado, e escreva as suas representações analíticas:

- $\vec{a} + \vec{b}$
- $\vec{a} + \vec{c}$
- $\vec{a} - \vec{b}$
- $\vec{c} - \vec{b}$

5) Soma e transformação da representação analítica para módulo, direção e sentido

$\vec{A} = 4,00\vec{i} + 3,00\vec{j}$  e  $\vec{B} = 5,00\vec{i} - 2,00\vec{j}$  são dois vetores e sua diferença é  $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$ .

Determine:

- o módulo, direção e sentido de  $\vec{A}$  e de  $\vec{B}$ .
- a expressão para  $\vec{C}$  em função dos versores unitários.
- o módulo, a direção e o sentido de  $\vec{C}$ .
- o módulo, a direção e o sentido de  $\vec{C}$  obtidos por medições de um diagrama em escala.
- se os resultados dos dois últimos itens coincidem e explique qualquer diferença observada.

6) RHK E2.2.9 - Transformação da representação analítica para módulo, direção e sentido  
 Dados dois vetores,  $\vec{a} = 4,0\vec{i} - 3,0\vec{j}$  e  $\vec{b} = 6,0\vec{i} + 8,0\vec{j}$ , determine os módulos e as direções (avaliadas a partir do sentido positivo do eixo  $x$ ) de

- $\vec{a}$ ;
- $\vec{b}$ ;
- $\vec{a} + \vec{b}$ ;
- $\vec{a} - \vec{b}$ ;
- $\vec{b} - \vec{a}$

7) Passeio na caverna mapeada por vetores

Uma espeleóloga pesquisa uma caverna. Ela primeiro percorre 180 m em linha reta, de leste para o oeste, depois caminha 210 m em uma direção formando  $45^\circ$  com a direção anterior e em sentido do sul para o leste; a seguir, percorre 90 m a  $30^\circ$  no sentido do norte para o oeste. Depois de um *quarto* deslocamento não medido, ela retorna ao ponto de partida.

- Faça um diagrama em escala dos deslocamentos
- A partir do diagrama, determine o módulo, a direção e o sentido do *quarto* deslocamento

8) Transformação da representação analítica para módulo, direção e sentido

Determine o módulo, a direção e o sentido dos vetores representados pelos seguintes pares de componentes:

- $A_x = -8,60$  cm,  $A_y = 5,20$  cm;
- $A_x = -9,70$  m,  $A_y = -2,456$  m;
- $A_x = 7,75$  km,  $A_y = -2,70$  km.

9) RHK E.2 2.8 – Uma equação vetorial

Dois vetores são dados por  $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$  e  $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ .

Determine:

- $\vec{a} + \vec{b}$ ;
- $\vec{a} - \vec{b}$ ;
- o vetor  $\vec{c}$  tal que  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$ .

10) Movimento do pombo correio por vetores

Um pombo correio é solto em um ponto A e é observado ao longo de seu vôo. Ele voa 10 km para o sul e, então, percorre 15 km para o leste. Posteriormente, voa 10 km para o sudeste e, finalmente, 5 km para o sul até atingir seu destino em B.

Ignore a curvatura da terra.

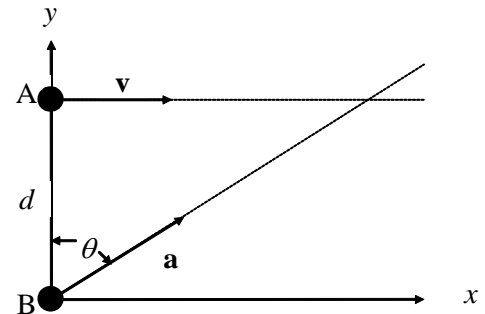
**Determine** graficamente a distância mínima entre A e B.

### Duas partículas em um plano

11) RHK P.4.1 – Colisão de partículas em MRU

Uma partícula A se move ao longo da linha  $y = d$  ( $d = 30$  m) com velocidade constante  $\vec{v}$  ( $v = 3,0$  m/s) paralela ao eixo  $x$  positivo, veja figura ao lado. Uma segunda partícula B parte da origem com velocidade nula e aceleração constante  $\vec{a}$  de módulo  $0,40$  m/s<sup>2</sup> no mesmo instante em que a partícula A passa pelo eixo  $y$ . As partículas colidem.

Determine o ângulo  $\theta$ , entre  $\vec{a}$  e o eixo positivo  $y$ .



### Cinemática vetorial

12) Dedução da aceleração a partir das velocidades em 2 instantes

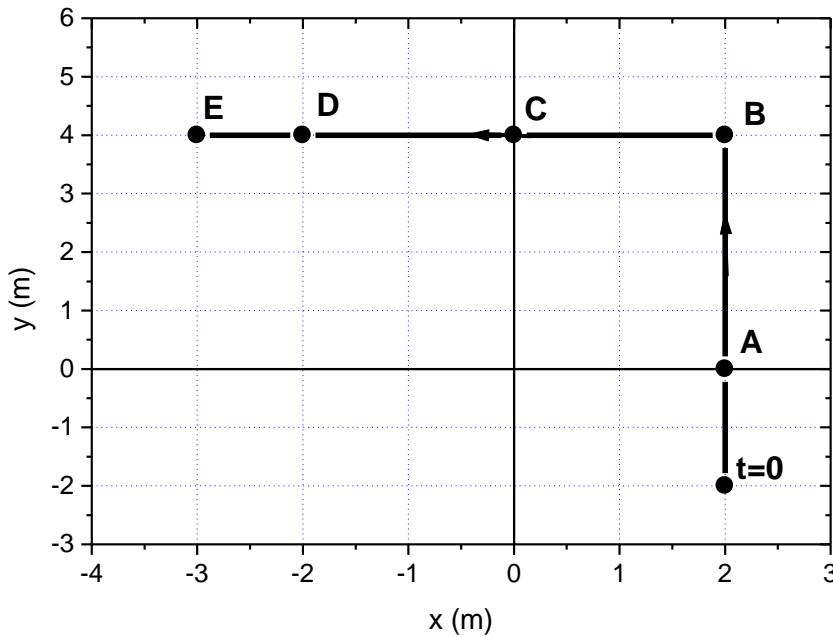
O vento acelera uma prancha a vela sobre a superfície de um lago congelado com intensidade constante. Em certo instante, a prancha tem velocidade igual a  $6,3 \mathbf{i} - 8,4 \mathbf{j}$ , em m/s. Três segundos mais tarde, o barco está momentaneamente com velocidade nula.

Determine a aceleração da prancha durante o intervalo de tempo a que o enunciado se refere.

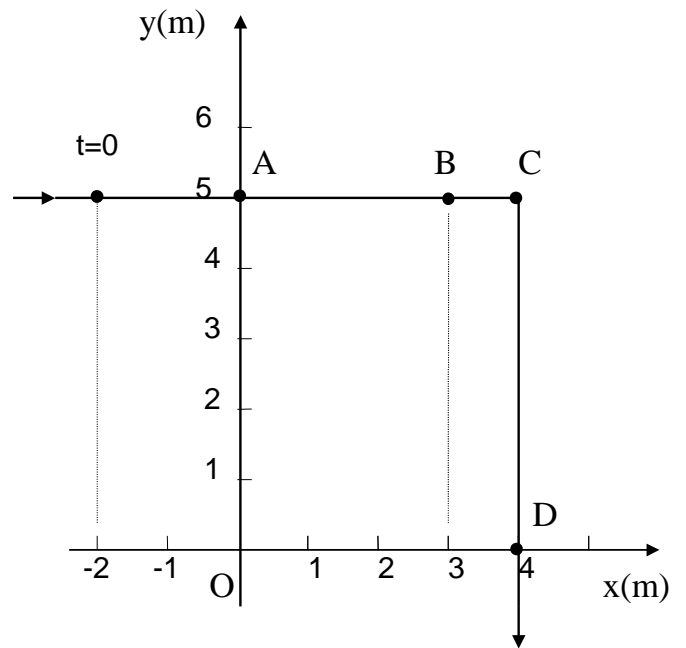
13) Da descrição textual e esquemática para as equações horárias e gráficos de movimento I

Um corpo realiza um movimento no plano  $x$ - $y$ , cuja trajetória pode ser descrita pela figura abaixo. Ele move-se inicialmente de baixo para cima e depois da direita para a esquerda. Ao longo de toda a trajetória o módulo da velocidade é constante e igual a 4 m/s.

- Escreva o vetor posição do corpo ( $\mathbf{r}_A$ ,  $\mathbf{r}_B$ ,  $\mathbf{r}_C$ ,  $\mathbf{r}_D$ ,  $\mathbf{r}_E$ ) quando ele se encontra respectivamente nos pontos A, B, C, D e E da trajetória.
- Determine os instantes  $t_A$ ,  $t_B$ ,  $t_C$ ,  $t_D$ ,  $t_E$  em que ele se encontra nesses pontos.
- Escreva o vetor posição  $\mathbf{r}(t)$  que descreve o movimento do corpo ao longo de toda a trajetória.
- Faça o gráfico das projeções  $x(t)$  e  $y(t)$  como funções do tempo.



14) Da descrição textual e esquemática para as equações horárias e gráficos de movimento II  
 Um corpo realiza um movimento no plano x-y cuja trajetória pode ser descrita pela figura ao lado. Ele move-se inicialmente da esquerda para a direita e depois de cima para baixo. Ao longo de toda a trajetória, o módulo da velocidade é constante e igual a 2 m/s.



- Escreva os vetores posição do corpo ( $\mathbf{r}_A$ ,  $\mathbf{r}_B$ ,  $\mathbf{r}_C$ ,  $\mathbf{r}_D$ ) quando ele se encontra, respectivamente, nos pontos A,B,C e D da trajetória.
- Determine os instantes ( $t_A$ ,  $t_B$ ,  $t_C$ , e  $t_D$ ) em que ele se encontra nesses pontos.
- Escreva o vetor posição  $\mathbf{r}(t)$  que descreve o movimento do corpo ao longo de toda a trajetória.
- Faça os gráficos das projeções  $x(t)$  e  $y(t)$  como funções do tempo

*Obs.: A quebra da trajetória em C não é razoável do ponto de vista físico, mas foi imposta para facilitar seus cálculos. Reflita sobre se é razoável do ponto de vista físico a aceleração ser infinita e se facilitar os cálculos no início do curso é didático.*

15) Equação horária a partir da aceleração e condições iniciais  
 Uma partícula passa pela origem em  $t = 0$  s com velocidade inicial  $\mathbf{v}_0 = 3,6 \mathbf{i}$  em m/s e, a partir daí, sua aceleração é constante e igual  $\mathbf{a} = -1,2 \mathbf{i} - 1,4 \mathbf{j}$ , em  $\text{m/s}^2$ .

Determine:

- o instante em que a coordenada x da partícula é máxima e sua velocidade nesse instante.
- a coordenada x máxima da partícula.

$\mathbf{i}$  e  $\mathbf{j}$  são os versores nas direções Ox e Oy.

16) RHK E.4.3 - Derivadas do vetor posição e forma da trajetória

A posição de uma partícula em função do tempo é:  $\mathbf{r}(t) = A \mathbf{i} + Bt^2 \mathbf{j} + C t \mathbf{k}$ , com  $A = 1,0 \text{ m}$ ,  $B = 4,0 \text{ m/s}^2$  e  $C = 1,0 \text{ m/s}$ .

Determine:

- a) a equação horária da velocidade.
- b) a equação horária da aceleração.
- c) a forma da trajetória da partícula.