6 - Balanço Global de Quantidade de Movimento

O balanço global de quantidade de movimento é útil para a análise das forças que atuam sobre um sistema. Trata-se de um problema de dinâmica em que a 2ª lei de Newton pode ser aplicada:

$$\sum_{\text{Sistema}} \vec{F} = m\vec{a}$$

O somatório das forças externas que atuam sobre o sistema representa a resultante dessas forças. Podemos reescrever a equação acima:

$$\sum_{\text{Sistema}} \vec{F} = m\frac{d\vec{V}}{dt}$$

Para um sistema de massa constante:

$$\sum_{\text{Sistema}} \vec{F} = \frac{d\left(m\vec{V}\right)}{dt}$$

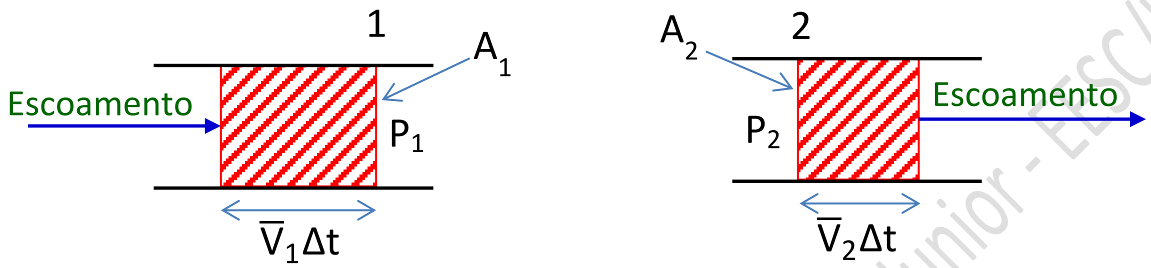
A grandeza, $m\vec{V}$, representa a quantidade de movimento linear do sistema, uma grandeza vetorial. Como força também é uma grandeza vetorial, precisamos considerar as componentes desta equação nas direções x, y e z, gerando três equações independentes.

Para simplificação, consideraremos apenas a componente x:

$$\frac{d\left(m\vec{V}_x\right)}{dt} = \sum_{\text{Sistema}} \vec{F}_x$$

Para um volume de controle com entradas e saídas de massa, pode haver transporte de quantidade de movimento para dentro e para fora do volume de controle.

Imagine um volume de controle semelhante àquele quando estudamos o balanço global de energia, com uma entrada e uma saída:



Durante um intervalo de tempo Δt, a massa de fluido que entra no volume de controle é $\rho_1 A_1 \overline{V}_1 \Delta t$, e a massa que sai é $\rho_2 A_2 \overline{V}_2 \Delta t$. Considerando a direção x, a quantidade de movimento adicionada é $\rho_1 A_1 \overline{V}_1 \Delta t V_{X1}$ e a quantidade de movimento retirada é $\rho_2 A_2 \overline{V}_2 \Delta t V_{X2}$. Assim, teremos:

$$\frac{d(m\vec{V}_x)}{dt} = \sum_{\text{Sistema}} \vec{F}_x + \dot{m}_1 V_{X1} - \dot{m}_2 V_{X2}$$

Se regime é permanente e o fluido é incompressível:

$$\sum_{\text{Sistema}} \vec{F}_x + \dot{m}(V_{X1} - V_{X2}) = 0 \quad \rightarrow \quad \sum_{\text{Sistema}} \vec{F}_x = \dot{m}(\Delta V_X)$$

O somatório de forças, $\sum \vec{F}_x$, é composto por diversas forças, quais sejam:

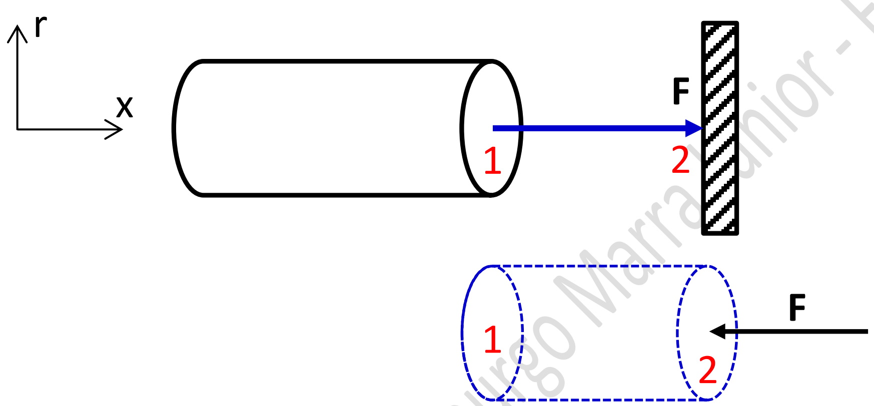
F_{xg} = forças de campo atuando sobre o volume de controle;

F_{xP} = forças superficiais (pressão) atuando sobre o volume de controle;

F_{xd} = forças de atrito ou cisalhamento atuando sobre o volume de controle;

R_x = forças que atuam sobre o volume de controle em locais onde a superfície de controle corta o sólido.

Ex. - Água jorra sobre uma placa com uma força de 150 kgf. A água é proveniente de uma tubulação de 15 cm de diâmetro. Qual a vazão da água na saída da tubulação? ρ = 1.000 kg/m^3.



$$\sum_{\text{Sistema}} \vec{F}_x = \dot{m}(\Delta V_X) = \dot{m}(V_{X1}-V_{X2})$$

$V_{X2} = 0$ (velocidade da água no momento do impacto com a placa)

$V_{X1} = \overline{V}_1$

$\dot{m}(\overline{V}_1) = -F$	$\rightarrow$	$\rho\overline{V}_1 A(\overline{V}_1) = -F$	$\rightarrow$	$\rho\overline{V}_1^2\left(\dfrac{\pi D^2}{4}\right) = -F$

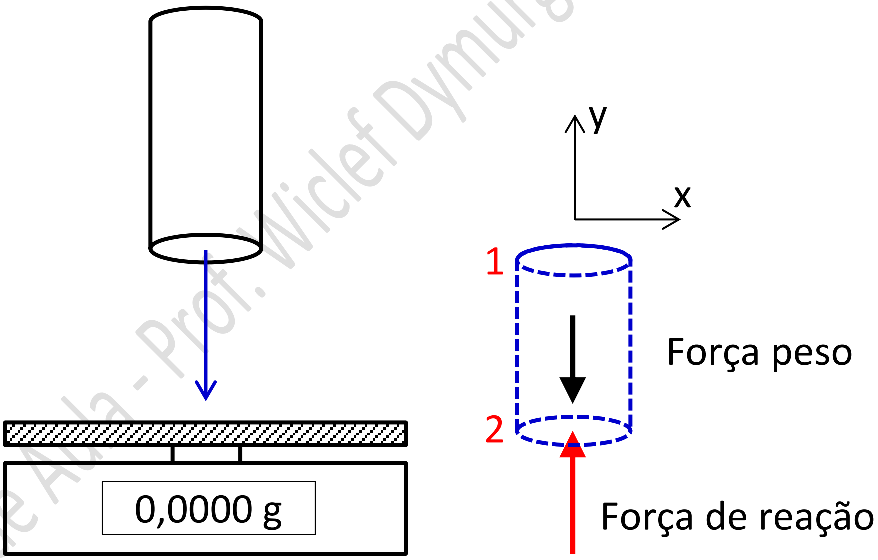
O sinal negativo indica que o sentido da força de reação da placa que atua no volume de controle é contrário ao eixo de coordenadas adotado. As forças de pressão (atmosférica) que atuam em (1) e (2) se anulam.

$$\bar{V}_1 = \sqrt{\frac{4F}{\rho \pi D^2}}$$

1 kgf = 9,8 N	$\bar{V}_1 = \sqrt{\dfrac{4 \times 1470}{1000 \times \pi \times 0{,}15^2}}$	$\bar{V}_1 = 9{,}12$ m/s

$$\dot{V} = \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)\bar{V}_1 = 0{,}161\,\frac{m^3}{s} = 9.660 \text{ L/min}$$

Ex. - Um jato de ar incide sobre o prato de uma balança. A velocidade do jato é de 22 m/s e seu diâmetro é de 2,5 cm. Qual a força exercida no prato da balança e qual a leitura da balança em gramas?



As forças que atuam no volume de controle são: a força peso, as forças de pressão e a força de reação do prato da balança. As forças de pressão (atmosférica) se anulam, pois atuam na mesma direção, mas em sentidos contrários.

$$\text{Reação} - \text{Peso} = \dot{m}(V_{Y1} - V_{Y2})$$

O Peso pode ser desprezado, pois a densidade do ar é muito pequena, em torno de 1,1 kg/m^3.

V_{Y2} = 0 (velocidade do ar no momento do impacto com a placa)
$V_{Y1} = \overline{V}_1$ = 22 m/s

$$\dot{m} = \rho \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) \overline{V}_1 = 1{,}1 \times 22 \left(\frac{\pi 0{,}025^2}{4}\right) = 0{,}01188 \text{ kg/s}$$

$$\text{Reação} = 0{,}01188 \times 22 = 0{,}261 \text{ N}$$

A força calculada acima é a força de reação do prato da balança. Portanto, de acordo com a 3ª Lei de Newton, o jato exerce sobre a balança uma força de mesmo módulo e de sentido contrário. Assim, a massa indicada pela balança será:

$$m = \text{Reação}/g = 0{,}261/9{,}8 = 0{,}0266 \text{ kg} = 26{,}6 \text{ g}$$

Em instalações de grande porte, em que fluidos são movimentados com velocidades relativamente altas, através de tubulações de grandes diâmetros, as forças envolvidas podem ter grande magnitude, podendo afetar as instalações.